

Для цитирования: Муселемов Х.М., Устарханов О.М., Юсупов А.К. Статистический анализ акселерограмм реальных сильных землетрясений. Вестник Дагестанского государственного технического университета. Технические науки. 2017;44 (4):170-183 DOI:10.21822/2073-6185-2017-44-4-170-183

For citation: Muselemov Kh.M., Ustarkhanov O.M., Yusupov A.K. Statistical analysis of accelerograms of real strong earthquakes. Herald of Daghestan State Technical University. Technical Sciences. 2017; 44 (4): 170-183. (In Russ.) DOI:10.21822/2073-6185-2017-44-4-170-183

ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ СТРОИТЕЛЬСТВО И АРХИТЕКТУРА

УДК 699.8

DOI:10.21822/2073-6185-2017-44-4-170-183

СТАТИСТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ АКСЕЛЕРОГРАММ РЕАЛЬНЫХ СИЛЬНЫХ ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЙ

Муселемов Х.М.³, Устарханов О.М.¹, Юсупов А.К.²

¹⁻³ Дагестанский государственный технический университет,

¹⁻³ 367026, г. Махачкала, пр. Имама Шамиля, 70, Россия,

¹ e-mail: dgtu.pgs@mail.ru, ² e-mail: abusupk@mail.ru, ³ e-mail: hairulla213@mail.ru

Резюме: Цель. В статье отражены результаты статистического анализа реальных акселерограмм. С этой целью графики реальных акселерограмм увеличиваются по абсциссе и ординате, что позволяет производить соответствующие замеры и представлять записи акселерографов в виде числовых таблиц. Для обработки таблиц строится математическая модель, которая позволяет выполнять статистические исследования реальных акселерограмм. **Метод.** Ускорение поверхности земли при землетрясении представляется в виде нестационарного случайного гауссовского процесса. В настоящее время такой подход считается общепризнанным и не вызывает сомнения. Нестационарный процесс, описывающий ускорение поверхности земли, моделируется в виде функции трех случайных параметров. При этом реальная акселерограмма, которая представлена в единственном экземпляре, моделируется случайной эргодической функцией. **Результат.** Приводятся акселерограммы сильных реальных землетрясений, и соответствующие им фрагменты таблиц. Подробно излагается алгоритм, позволяющий определять все параметры корреляционных функций и спектральных плотностей, соответствующих реальных землетрясений. Приведены результаты обсуждения особенностей построения алгоритма, который позволяет вычислять статистические характеристики землетрясения: доминантную частоту, среднеквадратическое отклонение, коэффициент корреляции, коэффициент, учитывающий не стационарность процесса землетрясения. Вычислены параметры корреляционных функций акселерограмм сильных землетрясений, которые произошли в городах Тафт (США) и Газли (Узбекистан). Результаты исследования представлены в виде графиков и таблиц. **Вывод.** Построенный авторами алгоритм позволяет выполнять статистические исследования сильных землетрясений, акселерограммы которых даются в единственном экземпляре, и вычислять параметры соответствующих корреляционных функций. Изложенный алгоритм может быть использован при статистическом анализе акселерограмм сильных землетрясений. Параметры корреляционных функций могут найти применение при исследовании сейсмостойкости зданий, как с пассивной, так и с активной сейсмозащитой.

Ключевые слова: акселерограмма, нестационарный процесс, случайные параметры, огибающая, доминантная частота

TECHNICAL SCIENCE
BUILDING AND ARCHITECTURE

*Khairulla M. Muselemov*³, *Osman M. Ustarkhanov*,¹ *Abusupyan K. Yusupov*²

¹⁻³Daghestan State Technical University,

¹⁻³70 I. Shamilya Ave., Makhachkala 367026, Russia,

¹e-mail: dgtu.pgs@mail.ru, ²e-mail: abusupk@mail.ru, ³e-mail: hairulla213@mail.ru

STATISTICAL ANALYSIS OF ACCELEROGRAMS OF REAL STRONG
EARTHQUAKES

Abstract. Objectives The statistical analysis of real accelerograms is considered. For this purpose, graphs of real accelerograms are enlarged in abscissa and ordinate, allowing the appropriate measurements to be made and the accelerograph records to be presented in the form of numerical tables. To process these tables, a mathematical model is constructed that allows statistical studies of actual accelerograms to be carried out. **Methods** The acceleration of the Earth's surface during an earthquake is represented as a non-stationary random Gaussian process. The non-stationary process describing the acceleration of the Earth's surface is modelled as a function of three random parameters. In this case, the real accelerogram, which is presented in a single copy, is modelled by a random ergodic function. **Results** Accelerograms of strong real earthquakes and corresponding fragments of tables are given. An algorithm that allows all parameters of correlation functions and spectral densities to be determined corresponding to real earthquakes is described in detail. A constructed algorithm that allows the statistical parameters of an earthquake to be calculated, including the dominant frequency, the standard deviation, the correlation coefficient and a coefficient that takes into account the non-stationary nature of the earthquake process, is discussed. The parameters of the correlation functions of accelerograms of strong earthquakes that occurred in the cities of Taft (USA) and Gazli (Uzbekistan) are calculated. The results of the study are presented in the form of graphs and tables. **Conclusion** The algorithm constructed by the authors allows the statistical study of strong earthquakes, whose accelerograms are presented in a single copy, to be carried out and the corresponding correlation function parameters to be calculated. The proposed algorithm can be used for the statistical analysis of accelerograms of strong earthquakes. The parameters of correlation functions can find application in the investigation of seismic resistance of buildings, both with passive and active seismic protection.

Keywords: accelerogram, non-stationary process, random parameters, envelope curve, dominant frequency

Введение. Ускорение поверхности земли при землетрясении, как известно [4-6,12], представляет собой нестационарный случайный процесс.

В настоящее время модель нестационарного случайного процесса, которая применяется для описания ускорения поверхности земли, следует считать общепризнанной в мировой практике. Поскольку реальные акселерограммы для конкретного строительного участка (региона) удается записывать в единственном экземпляре, ее статистическая обработка затруднена. В практике проектирования сейсмостойких зданий применяются различные методы сейсмозащиты [1-3,8-9,11-12]. Поэтому приходится строить адекватные математические модели, которые позволяют построить корреляционные функции ускорения поверхности земли как нестационарного процесса. В настоящей статье даются алгоритм построения корреляционной функции и приведены примеры, соответствующие сильным реальным землетрясениям.

Постановка задачи. Требуется построить алгоритм, позволяющий получить корреляционную функцию ускорения поверхности земли как нестационарного случайного процесса. Для иллюстрации особенностей этого алгоритма следует рассмотреть реальные акселерограммы сильных землетрясений, которые произошли в городах Тафт и Газли (Каракыр). Привести аналитические выражения корреляционных функций и соответствующие их параметры. Ре-

зультаты представить в виде графиков и таблиц. Обсудить особенности статистического анализа акселерограмм, представленных единичными экземплярами. Сформулировать выводы.

Методы исследования. Ускорение поверхности Земли обозначим через $W(t)$:

$$W(t) = \mathcal{Y}''_{осн} \quad (1)$$

Здесь $W(t)$ – нестационарный случайный гауссовский процесс, определяемый статистической обработкой некоторого набора акселерограмм, записанных экспериментально приборами для данного района строительства при сильных землетрясениях.

На рис.1. дается графическое представление ускорения поверхности Земли.

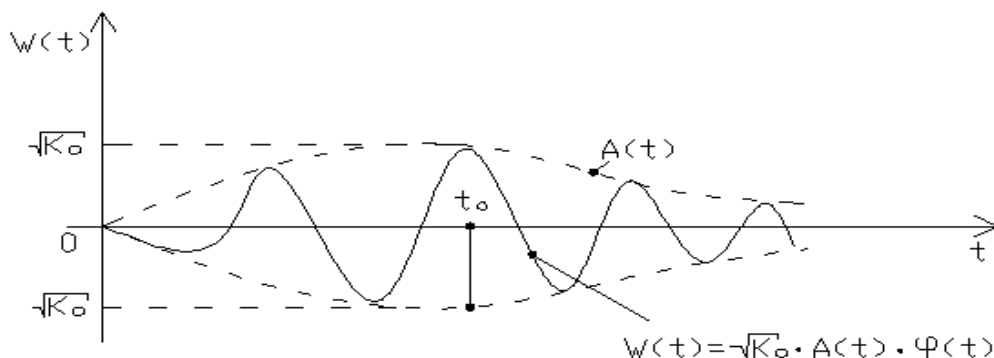


Рис.1. Графическое представление ускорения поверхности Земли
Fig.1. Graphical representation of the acceleration of the Earth's surface

Обычно, ускорение (1) моделируют [12] так:

$$W(t) = \sqrt{K_0} \cdot A(t) \cdot \varphi(t) \quad (2)$$

Здесь: $t \in (0; \infty)$; K_0 – дисперсия ускорения $W(t)$, (рис.1);

$A(t)$ – огибающая функции (рис.1):

$$A(t) = \varepsilon \cdot e \cdot t \cdot e^{-\varepsilon \cdot t} \quad (3)$$

Располагая наибольшим значением стандарта $\sqrt{K_0}$, можно определить [12] все входящие в (3) параметры: $t_0 = \frac{1}{\varepsilon}$, t_0 – соответствует наибольшему значению стандарта $\sqrt{K_0}$, (рис. 1.) $e \approx 2,72$ – основание натуральных логарифмов.

Располагая доминантным периодом колебаний поверхности Земли T , можно [12] определить все входящие в формулу (3) параметры.

Я. М. Айзенбергом предложены эмпирические формулы:

$$\begin{aligned} \sqrt{K_0} &= \frac{150}{\sqrt{T}} - \text{для 9 баллов;} \\ \sqrt{K_0} &= \frac{75}{\sqrt{T}} - \text{для 8 баллов;} \\ \sqrt{K_0} &= \frac{37.5}{\sqrt{T}} - \text{для 7 баллов.} \end{aligned} \quad (4)$$

Эти формулы удовлетворительно согласуются с данными акселерограмм, особенно при $T > 0,6$ с.

Доминантная частота колебаний поверхности Земли при землетрясении $\Omega = \frac{2\pi}{T}$.

В формулах (4) баллы – по шкале ИФЗ (г. Москва); период измеряется в секундах, а

средний квадрат ускорения $\sqrt{K_0}$ в $\left[\frac{см}{с^2} \right]$.

В выражении (2)

$\varphi(t)$ – гауссовский стационарный случайный процесс с нормированной корреляционной функцией

$$K_\varphi = K_\varphi(t - t') = e^{-\rho|t-t'|} \cos \Omega(t - t') , \quad (5)$$

которой соответствует [3,13] спектральная плотность

$$S_\varphi(\theta) = \frac{\rho}{\pi} \cdot \frac{\theta^2 + \rho^2 + \Omega^2}{(\theta^2 - \rho^2 - \Omega^2)^2 + (2\theta \cdot \rho)^2} , \quad (6)$$

где

$$\rho = 0,5 \Omega , \quad \varepsilon = (0,03 - 0,15) \Omega . \quad (7)$$

Стационарный процесс $\varphi(t)$ можно моделировать [7, 10, 13] тригонометрической функцией:

$$\varphi(t) = p \cdot \cos \theta t + u \cdot \sin \theta t . \quad (8)$$

Здесь: θ, p, u – случайные величины.

Нормальные случайные величины p и u некоррелированы и имеют единичную дисперсию. Это позволяет совместную плотность распределения вероятностей этих величин записать так:

$$f_1(p, u) = \frac{1}{2\pi} \cdot e^{-\frac{1}{2} \cdot (p^2 + u^2)} \quad (9)$$

Плотность распределения случайной частоты θ можно представить [14] в виде нормированной на положительной полуоси спектральной плотности:

$$f_2(\theta) = 2 \cdot S_\varphi(\theta) \cdot e(\theta) , \quad (10)$$

где $S_\varphi(\theta)$ – дана функцией (6), единичная функция

$$e(\theta) = \begin{cases} 1 & \text{при } \theta \geq 0, \\ 0 & \text{при } \theta < 0 . \end{cases} \quad (11)$$

Поскольку амплитуды и частоты некоррелированы, то совместную плотность 3-х случайных величин p, u, θ можно представить произведением:

$F_3(p, u, \theta) = f_1(p, u) f_2(\theta)$ или с учетом (9) и (10)

$$f_3(p, u, \theta) = \frac{1}{\pi} S_\varphi(\theta) \cdot e(\theta) \cdot \exp\left[-\frac{1}{2}(p^2 + u^2)\right] , \quad (12)$$

где $S_\varphi(\theta)$ – определяется выражением (6).

Таким образом, ускорение поверхности земли при землетрясении моделируется нестационарной случайной функцией 3-х случайных величин:

$$W(t) = B \cdot (p \cos \theta \cdot t + u \sin \theta \cdot t) \cdot t \cdot e^{-\varepsilon t} , \quad (13)$$

$$\text{где } B = \varepsilon \cdot e \cdot \sqrt{K_0} . \quad (14)$$

На наш взгляд, имея реальные акселерограммы для сильного землетрясения (рис.1), можно определить стандарт $\sqrt{K_0}$, затем с помощью формул (6) и (12) представить совместную плотность всех 3-х случайных величин p, u, θ .

После чего случайная функция (13) вполне определена.

Построение корреляционной функции. Эта функция строится на основе статистической обработки акселерограмм, записанных приборами при сильных землетрясениях. Сильное землетрясение, как известно, – явление довольно редкое. Поэтому статистическую обработку,

обычно, приходится делать, располагая одной, единственной, реальной акселерограммой, соответствующей конкретному району строительства или региона.

Приведем алгоритм, по которому можно построить корреляционную функцию (5). Как свидетельствуют статистика землетрясений и практический опыт, содержательные результаты при статистической обработке удается получить, если принять гипотезу о нормальности случайного процесса (1). Другими словами, предполагается, что функция (1) есть нестационарный гауссовский случайный процесс. Это предположение – общепринятое, и оно не вызывает сомнений.

Далее будем считать, что мы располагаем одной единственной экспериментальной акселерограммой, записанной для некоторого конкретного района строительства при сильном землетрясении.

Экспериментальную функцию (кривую) акселерограммы обозначим через $\tilde{W}(t)$, аппроксимирующую функцию – через $W(t)$ – (см. равенство (1) и рис. 1.)

Тогда должно быть выполнено следующее условие:

$$W(t) = \tilde{W}(t) \quad (15)$$

Подставляя в равенство (15) выражения (2) и (3), получаем

$$\sqrt{K_0} \cdot \varepsilon \cdot e \cdot t \cdot e^{-\varepsilon \cdot t} \cdot \varphi(t) = \tilde{W}(t), \quad (16)$$

или, введя обозначение

$$z(t) = (\varepsilon \cdot e \cdot t)^{-1} \cdot e^{\varepsilon \cdot t} \cdot \tilde{W}(t), \quad (17)$$

имеем (e – основание натуральных логарифмов)

$$z(t) = \sqrt{K_0} \cdot \varphi(t). \quad (18)$$

Среднее значение функции (16) равно нулю: $\bar{z} = 0$.

Таким образом, мы перешли от равенства нестационарных функций (15) к равенству стационарных функций (17).

Случайная функция (16) является гауссовским стационарным процессом. Это позволяет нам вместо рассмотрения нестационарного процесса рассматривать стационарную функцию (16). Поскольку экспериментальная функция (кривая) $\tilde{W}(t)$, входящая в равенство (16), записана в промежутке времени ($0 \div T_0$) и представлена в единственном экземпляре, то приходится считать процесс $Z(t)$ – эргодическим. Следует учесть [6]: гауссовский случайный стационарный процесс $Z(t)$ можно считать эргодическим, если его корреляционная функция удовлетворяет условию:

$$\left\{ \begin{array}{l} \lim_{(t-t') \rightarrow \infty} K_z(t-t') = 0, \\ T_0 \rightarrow \infty. \end{array} \right\} \quad (19)$$

Для реальных акселерограмм первое условие из (19) выполняется точно, а второе условие выполняется только приближенно: гипотеза об эргодичности процесса (16) не является

грубой. В функцию (16) входит параметр $\varepsilon = \frac{1}{t_0}$,

где t_0 – значение времени t , которому соответствует наибольшее значение экспериментальной кривой $\tilde{W}(t)$.

Поскольку функции $W(t)$ и $\tilde{W}(t)$ должны быть идентичными, то смысл точки t_0 можно выяснить по рис.1.

При оценке корреляционной функции условия (19) позволяют [13] усреднять процесс (16) не по реализациям, а **по времени**. С учетом этого запишем [13] выражение для вычисления корреляционной функции, получаемой на основе реальной акселерограммы:

$$\hat{K}_z(\tau) = \left[\frac{1}{m-i+1} \cdot \sum_{j=0}^{m-i} z(j \cdot \Delta) \cdot z(j \cdot \Delta + i \cdot \Delta) \right]. \quad (20)$$

Здесь: $z(t)$ – функция (16);

$\Delta = 0,01 \div 0,02$ секунды – шаг суммирования;

$i, j = 1, 2, 3, \dots (m - i)$;

$t - t' = \tau = i \cdot \Delta$;

$t = i \cdot \Delta$; $T_0 = m \cdot \Delta$ - продолжительность землетрясения, в пределах которой

записана реальная кривая $\tilde{W}(t)$. Отсюда $m = \frac{T_0}{\Delta}$.

Из выражения (20) при $\tau = 0$ можно получить дисперсию

$$K_o = \tilde{K}_z(o).$$

С другой стороны, из (18) имеем: $\tilde{K}_z(\tau) = K_o \cdot K_\varphi(\tau)$. (21)

При аппроксимации кривой (20) обычно пользуются функцией

$$K_z(\tau) = K_o \cdot e^{-\rho \cdot |\tau|} \cdot \cos \Omega \tau, \quad (22)$$

Здесь: $\tau = t - t'$,

ρ – коэффициент, характеризующий корреляцию;

Ω – преобладающая (доминантная) частота;

K_o – дисперсия процесса.

На рис. 2 и 3 приведены графики реальных акселерограмм сильных землетрясений.

Taft (USA): время землетрясения 21 июля 1952 г.;

магнитуда $M=7.6$;

глубина очага $\Delta=18$ км.

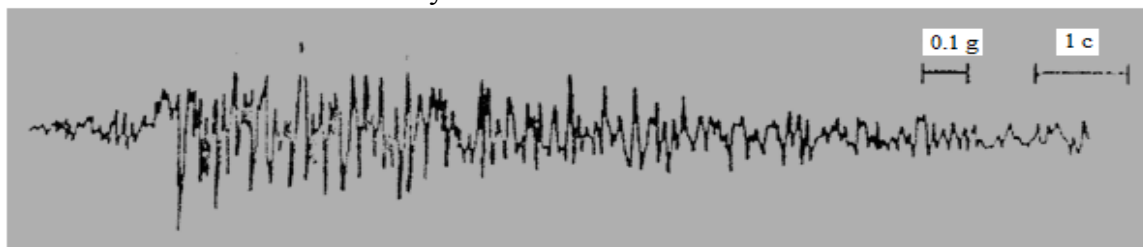


Рис. 2. Акселерограмма землетрясения в г.Тафт (США)

Fig.2. Accelerogram of the earthquake in Taft (USA)

$$t_i = i \cdot \Delta ; \quad \Delta = 1,557 \cdot 10^{-2} \text{ с.}$$

Газли (Узбекистан): время землетрясения 17 мая 1976г.;

магнитуда $M=7.3$;

глубина очага $\Delta=15$ км.

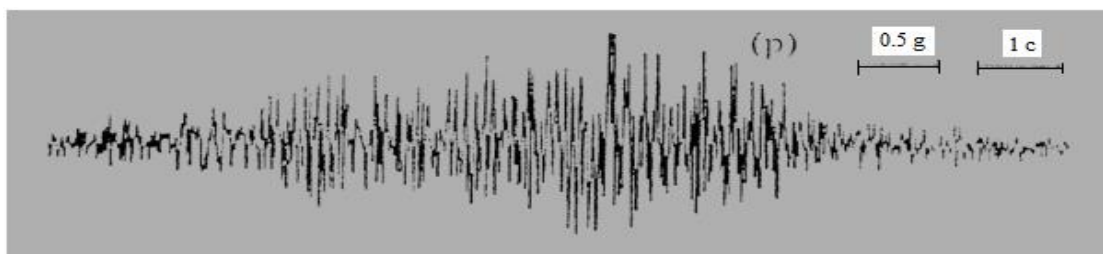


Рис.3. Акселерограмма землетрясения в г. Газли (Узбекистан)

Fig.3. Accelerogram of the earthquake in Gazli (Uzbekistan)

$$t_i = i \cdot \Delta \quad \Delta = 1,636 \cdot 10^{-2} \text{ с}$$

Чтобы была возможность делать замеры и представлять графические записи (рис.2 и 3) в виде чисел, мы увеличили акселерограммы в 4 раза по горизонтали и вертикали, составили соответствующие таблицы. При этом разбили абсциссы так, чтобы в пределах каждого периода

число дискретных точек было не менее пяти.

Таблицы 1 и 2 содержат 732 значения ускорения для города Тафт и 750 значений для города Газли. В статье мы приводим только небольшие их фрагменты.

Таблица 1. По городу Тафт

Table 1. By city Taft

i	k_i
1	-6,6
2	-9,9
3	13,2
4	9,9
5	-6,6
6	-13,2
7	3,3
8	16,5
9	23,1
10	19,8

i	k_i
51	-23,1
52	0
53	-36,3
54	-29,7
55	26,4
56	26,4
57	33
58	39,6
59	56,1
60	-39,6

i	k_i
101	66
102	85,8
103	95,7
104	-260,7
105	-207,9
106	-165
107	-122,1
108	13,2
109	42,9
110	105,6

i	k_i
151	69,3
152	69,3
153	-161,7
154	-161,7
155	105,6
156	-99
157	-92,4
158	-46,2
159	66
160	85,8

Таблица 2. По городу Газли

Table 2. By city Gazli

i	k_i
1	0,00
2	-99,6
3	0,00
4	99,6
5	58,1
6	24,9
7	-107,9
8	-41,5
9	66,4
10	74,7

i	k_i
51	-132,8
52	-132,8
53	149,4
54	-91,3
55	207,5
56	149,4
57	190,9
58	0,00
59	-149,40
60	49,8

i	k_i
101	-74,70
102	-166,00
103	124,50
104	157,7
105	157,7
106	99,6
107	33,20
108	157,7
109	157,7
110	66,4

i	k_i
151	107,9
152	116,2
153	157,7
154	41,5
155	0,00
156	-83,00
157	-116,20
158	-215,8
159	298,8
160	49,80

Дискретные числовые значения ускорения $W(t)$ представим формулой:

$$W(t_i) = 10^{-3} \cdot g \cdot k_i ,$$

где дискретные значения времени $t_i = i \cdot \Delta$;
 Δ - шаг разбиения временной оси; $i = 1.2.3....n$
 g - ускорение свободного падения.

Значение k_i определяются из табл.1 и 2.

Далее, чтобы было удобно вычислять, формулу (20) представим в следующем виде:

$$K_z(\tau_i) = K_z^*(\tau_i) \cdot 10^{-6} \cdot g^2 ;$$

$$K_z^*(\tau_i) = \frac{(e \cdot \varepsilon)^{-2}}{n - i + 1} \cdot \sum_{j=1}^{n-i} \bar{z}(j \cdot \Delta) \cdot \bar{z}(j \cdot \Delta + i \cdot \Delta) \quad (23)$$

Здесь:

$$\bar{z}(j \cdot \Delta) = (j \cdot \Delta)^{-1} \cdot e^{\varepsilon \cdot j \cdot \Delta} \cdot k_j ;$$

$$\bar{z}(j \cdot \Delta + i \cdot \Delta) = (j \cdot \Delta + i \cdot \Delta)^{-1} \cdot e^{\varepsilon \cdot (j \cdot \Delta + i \cdot \Delta)} \cdot k_{j+i}$$

$i = 1.2.3....n$; $j = 1.2.3....(n - 1)$; $\tau_i = i \cdot \Delta$;

Δ - шаг разбиения временной оси;
 $e = 2.7182$ – основание натуральных логарифмов;

k_i - определяются по приведенным выше табл.1 и 2 в зависимости от индекса i .

Вычисленные по формуле (23) корреляционные функции представлены в табл.3 и 4 (соответствующие фрагменты) и на рис.4 и 5.

На графиках рис. 4 и 5 приведена функция $K_z^*(\tau_i)$.

Для получения значений корреляционных функций необходимо пользоваться формулой:

$$K_z(\tau_i) = K_z^*(\tau_i) \cdot 10^{-6} \cdot g^2 \quad (24)$$

Обсуждение результатов. Проведем анализ графиков, построенных корреляционных функций по реальным акселерограммам.

По городу Taft (USA). Определение дисперсии

При $i = 0$ формула (23) дает дисперсию. На графике (рис. 4) и в табл. (3) значения корреляционной функции начинаются с $i = 1$. Для того чтобы получить значение функции при $i = 0$, продолжим график до пересечения с вертикальной осью. Такое пересечение происходит при $i = 0$ и ординате ≈ 6500 .

Это значит, что $K(\tau_0) = K_0 = 6500 \cdot 10^{-6} \cdot g^2$.

Среднеквадратическое отклонение (стандарт)

$$\sigma = \sqrt{K_0} = \sqrt{65} \cdot 10^{-2} \cdot g = 8.07 \cdot 10^{-2} \cdot g = 0.0807 \cdot g .$$

Определение коэффициента ρ

График корреляционной функции имеет первый (от начала координат) положительный максимум при $i = 11.5$.

Этому значению соответствует

$$\tau_i = i \cdot \Delta = 11.5 \cdot 1.557 \cdot 10^{-2} c = 17,9 \cdot 10^{-2} c .$$

Таблица 3. По городу Тафт
Table 3. By city Taft

i	$K_z^*(\tau_i)$	i	$K_z^*(\tau_i)$	i	$K_z^*(\tau_i)$
1	5206.54	35	275.23	69	-619.39
2	1026.45	36	495.58	70	-296.11
3	-1036.87	37	268.28	71	333.23
4	-1847.71	38	-128.03	72	585.02
5	-978.65	39	-75.21	73	400.35
6	-136.93	40	2.62	74	203.61
7	-168.34	41	-137.31	75	66.91
8	-172.3	42	-214.98	76	19.96
9	-375.9	43	-103.84	77	-129.36
10	-260.7	44	-28.52	78	-295.83
11	419.88	45	-48.06	79	-215.45
12	665.96	46	205.1	80	-213.66
13	567.11	47	357.66	81	-41.76
14	-209.48	48	422.24	82	-75.07
15	-470.95	49	284	83	177.82
16	-616.47	50	55.33	84	424.9
17	-547.48	51	155.01	85	231.62
18	14.55	52	420.02	86	154.77
19	89.12	53	536.78	87	226.23
20	-64.21	54	432.46	88	56.99
21	-23.1	55	244.61	89	-37.92
22	158.57	56	-138.35	90	-112.24
23	239.22	57	-380.68	91	255.02
24	423.14	58	-190.82	92	792.09
25	270.1	59	321.11	93	922.07
26	184	60	524.33	94	695.23
27	-6.31	61	789.64	95	-56.2
28	-189.42	62	743.19	96	-406.28
29	-415.12	63	543.19	97	-665.73
30	-228.73	64	385.68	98	-326.62
31	-164.2	65	-11.87	99	423.12
32	-347.06	66	-297.01	100	381.97
33	-280.62	67	-622.24		
34	-76.97	68	-612.87		

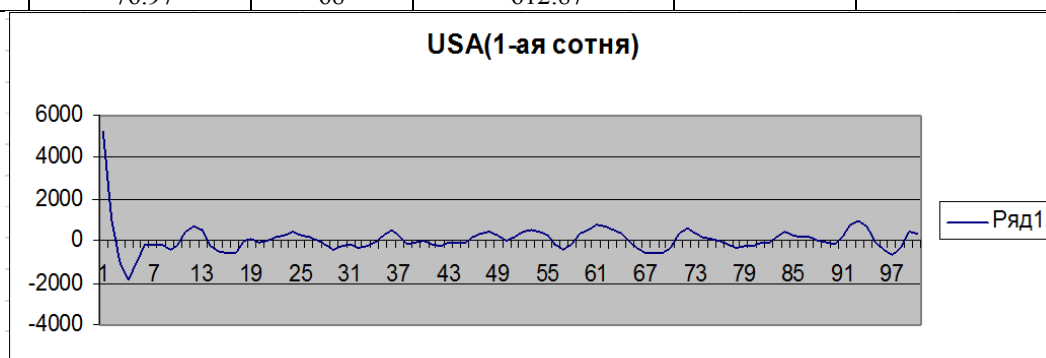


Рис. 4. По городу Тафт
Fig.4. By city Taft

Значение корреляционной функции при $\tau_i = 17,9 \cdot 10^{-2} c$ равно $K_z(\tau_i) = K_0 = 650 \cdot 10^{-6} \cdot g^2$ (табл. 3, рис.4. корреляционной функции по г. Тафт).

Далее, поделит все ординаты корреляционной функции на дисперсию K_0 , то есть пронормируем функцию. Тогда при $\tau_i = 0$ $\frac{K_z(\tau_i)}{K_0} = 1$.

$$\text{При } \tau_i = 17,9 \cdot 10^{-2} \text{ с } \frac{K_z(\tau_i)}{K_0} = \frac{650,0 \cdot 10^{-6} \cdot g^2}{6500 \cdot 10^{-6} \cdot g^2} = \frac{1}{10} = 0,1.$$

Таблица 4. По городу Газли
Table 4. By city Gazli

<i>i</i>	$K_z^*(\tau_i)$	<i>i</i>	$K_z^*(\tau_i)$	<i>i</i>	$K_z^*(\tau_i)$
1	35662.05	35	7758.07	69	398.84
2	-52086.9	36	11097.48	70	123.55
3	-50100.6	37	10614.74	71	2711.64
4	-10170.6	38	857.53	72	1668.66
5	29300.21	39	2072.35	73	3073.65
6	8448.21	40	-4360.06	74	1581.95
7	-27526.6	41	-4428.24	75	547.25
8	-30334.1	42	-10878	76	262.55
9	7160.22	43	14137.03	77	-3423.9
10	22307.82	44	8956.17	78	2419.14
11	8615.56	45	925.13	79	7705.34
12	-7207.9	46	-4207.15	80	11296.47
13	-772.76	47	1492.82	81	9049.06
14	5687.56	48	-3143.41	82	473.46
15	13661.8	49	8120.51	83	2447.95
16	595.01	50	5153.16	84	626.41
17	-8517.21	51	-1881.56	85	-5591.14
18	-15150.4	52	5730.82	86	-11192
19	-11290.3	53	-6196.8	87	-9683.46
20	6922.59	54	-7754.35	88	-638.85
21	7729.13	55	-8220.11	89	5622.32
22	9834.91	56	4524.67	90	4093.16
23	9231.94	57	7721.25	91	-2484.2
24	8520.96	58	3013.41	92	-1920.93
25	-7661.7	59	15226.49	93	12191.32
26	6220.25	60	7701.08	94	22103.14
27	1676.27	61	4628.53	95	7827.01
28	-3814.06	62	-253.11	96	-2679.66
29	-3213.07	63	-9071.91	97	-9117.48
30	2457.25	64	-7455.56	98	-7410.41
31	-8334.21	65	-2676.5	99	7147.82
32	-8104.49	66	2410.52	100	11429.71
33	744.03	67	9839.99		
34	15556.16	68	3980.71		

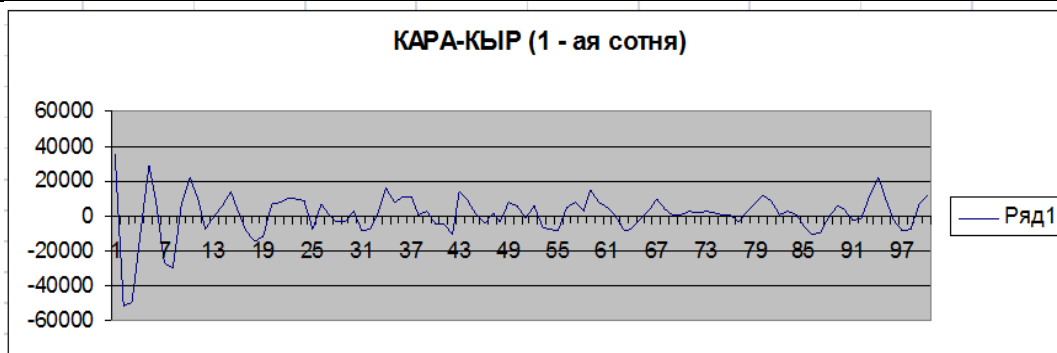


Рис.5. По городу Газли
Fig.5. By city Gazli

Убывание корреляционной кривой обеспечивается параметром ρ , который входит в аппроксимирующую функцию (3). Определим величину аргумента «х» показательной функции e^{-x} , при которой $e^{-x} = 0,1$. Отсюда $x = 2,3$.

Так как $x = \rho \cdot \tau_i$ (формула 3), то

$$\rho = \frac{x}{\tau_i} = \frac{2,3}{17,9 \cdot 10^{-2} c} = 0,128 \cdot 10^2 \frac{1}{c} = 12,8 \frac{1}{c} .$$

Таким образом, мы нашли стандарт $\sqrt{K_0}$ и коэффициент, характеризующий корреляцию ρ , которыми определяется аппроксимирующая функция (3).

Определение доминантной частоты

В формуле (3) остается неопределенной доминантная частота.

Найдем в первую очередь доминантный период. Из графика корреляционной кривой определим точки на оси, где кривая пересекает ось сверху-вниз: первое пересечение происходит в дискретной точке $i = 2$; второе пересечение оси сверху-вниз – в точке $i = 13$, третье пересечение – в точке $i = 26,5$; четвертое – в точке $i = 37,5$.

Таким образом, число всех дискретных точек на отрезке оси, где происходит три пересечения сверху-вниз, равно 35,5.

$$\text{Соответствующее значение } \tau = 35,5 \cdot \Delta = 35,5 \cdot 1,557 \cdot 10^{-2} c = 55,27 \cdot 10^{-2} c$$

То есть за время $\tau = 55,27 \cdot 10^{-2} c$ происходят три полных колебания корреляционной функции.

Теперь можно вычислить усредненный доминантный период

$$T = \frac{55,27 \cdot 10^{-2} c}{3} = 18,42 \cdot 10^{-2} c = 0,184 c .$$

Соответствующая доминантная частота

$$\Omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{6,28}{0,184 c} = 34,13 \frac{1}{c} .$$

Таким образом, мы располагаем всеми тремя параметрами K_0 , ρ , Ω , которыми определяется аппроксимирующая корреляционная функция (3).

По городу Газли.

Определение дисперсии

Продолжая график до пересечения с вертикальной осью, находим

$$\text{при } i = 0 \quad K_z^*(0) = 60000 .$$

$$\text{Это значит, что } K_z(0) = K_0 = 60000 \cdot 10^{-6} \cdot g^2 .$$

Среднеквадратическое отклонение (стандарт)

$$\sigma = \sqrt{K_0} = \sqrt{6} \cdot 10^{-1} \cdot g \approx 2,45 \cdot 10^{-1} \cdot g = 0,245 \cdot g .$$

Определение коэффициента ρ

График (рис. 5) корреляционной функции имеет первый (от начала координат) положительный максимум при $i = 4,5$. Этому значению соответствует

$$\tau_i = i \cdot \Delta = 4,5 \cdot 1,636 \cdot 10^{-2} = 7,35 \cdot 10^{-2} c .$$

Само значение корреляционной функции при $\tau_i = 7,35 \cdot 10^{-2} c$ равно

$$K_z(\tau) \approx 29000 \cdot 10^{-6} \cdot g^2$$

(Рис. 5. и табл.4 корреляционной функции по г. Газли).

Далее пронумеруем корреляционную функцию.

Тогда при $\tau_i = 0$ ($i = 0$) $\frac{K_z(\tau_i)}{K_0} = 1$.

При $\tau_i = 7,35 \cdot 10^{-2} c$ ($i = 7,35$) $\frac{K_z(\tau_i)}{K_0} = \frac{29000 \cdot 10^{-6} \cdot g^2}{60000 \cdot 10^{-6} \cdot g^2} = 0,483$.

Убывание корреляционной кривой обеспечивается параметром ρ , который входит в аппроксимирующую функцию (3).

Определим величину аргумента «х» показательной функции $e^{-x} = 0,483$.

Отсюда $x = 0,73$. Так как $x = \rho \cdot \tau_i$ (формула 3), то

$$\rho = \frac{x}{\tau_i} = \frac{0,73}{7,35 \cdot 10^{-2} c} = 0,099 \cdot 10^2 \frac{1}{c} = 9,9 \frac{1}{c}$$

Определение доминантной частоты

Для вычисления доминантного периода из графика (рис. 5) корреляционной функции определим точки на оси, где кривая пересекает ось сверху-вниз: первое пересечение происходит в точке $i=1$; второе пересечение оси сверху-вниз – в точке $i = 5,7$; третье пересечение – в точке $i = 11$; четвертое сечение в точке $i = 15,5$.

Таким образом, число всех дискретных точек на отрезке оси, где происходят три пересечения сверху-вниз, равно 14,5.

Соответствующее значение $\tau = 14,5 \cdot \Delta = 14,5 \cdot 1,636 \cdot 10^{-2} c = 23,72 \cdot 10^{-2} c$.

Теперь можно вычислять усредненный доминантный период

$$T = \frac{23,72 \cdot 10^{-2} c}{3} = 7,91 \cdot 10^{-2} c = 0,08 c.$$

Соответствующая доминантная частота

$$\Omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{6,28}{0,08 c} = 78,5 \frac{1}{c}.$$

Таким образом, мы располагаем всеми тремя параметрами K_0 , ρ , Ω , которыми определяется аппроксимирующая корреляционная функция (3).

По городу Тафт имеем:

- среднеквадратическое отклонение $\sqrt{K_0} = \sigma = 0,081 \cdot g$;
- доминантный период $T = 0,184 c$;
- доминантная частота $\Omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0,184 c} = 34,13 \frac{1}{c}$;
- коэффициент, характеризующий корреляцию: $\rho = 12,8 \frac{1}{c}$;
- координата по времени наибольшего значения ускорения $t_0 = 3 c$;
- коэффициент, характеризующий нестационарность ускорения $\varepsilon = \frac{1}{t_0} = \frac{1}{3c}$;
- длительность землетрясения $T_0 = 11,4 c$

По городу Газли имеем

- среднеквадратическое отклонение $\sqrt{K_0} = \sigma = 0,245 \cdot g$;
- доминантный период $T = 0,08 c$;
- доминантная частота $\Omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0,08 c} = 78,5 \frac{1}{c}$;

- коэффициент, характеризующий корреляцию $\rho = 9,9 \frac{1}{c}$;
- координата по времени наибольшего значения ускорения : $t_0 = 7 c$;
- коэффициент, характеризующий нестационарность ускорения $\varepsilon = \frac{1}{t_0} = \frac{1}{7c}$;
- длительность землетрясения $T_0 = 12,5 c$.

Вывод. Проведенное исследование позволяет сформулировать следующее:

1. Располагая четырьмя параметрами $\sqrt{K_0}$, ρ , Ω , ε , ускорение земной поверхности при землетрясении можно моделировать функцией (3).
2. При известных параметрах K_0 , ρ , Ω , ε ускорение определяется функцией (13).
3. По изложенному выше алгоритму можно смоделировать ускорение поверхности Земли при землетрясении, располагая всего лишь одной, единственной, реальной акселерограммой, соответствующей данному району строительства.
4. Параметры корреляционных функций могут найти применение при исследовании сейсмостойкости зданий, как с пассивной, так и с активной сейсмозащитой [15-18].

Библиографический список:

1. Айзенберг Я.М., Сооружения с выключающимися связями для сейсмических районов. Стройиздат, 1976. М. С 440.
2. Бабаков И.М. «Теория колебаний», «Наука», 1965. М. С 680.
3. Бейтмен Г. и Эрдейн А. Таблицы интегральных преобразований. Том. I. "Преобразование Фурье, Лапласа, Меллина". Наука, 1969. М. С 344.
4. Болотин В.В. Статистические методы в строительной механике. Издательство литературы по строительству. 1965. М. С 310.
5. Болотин В.В. Применение теории вероятностей и теории надежности в расчетах сооружений. Издательство литературы по строительству, 1971. М. С 280.
6. Гольденблат И.И., Николаенко Н.А., Поляков С.В. и др. Модели сейсмостойких сооружений. Наука, 1980. М. С 362.
7. Гнеденко Б.В. Курс теории вероятностей. Гостехиздат, 1961. М. С 526.
8. Патент на изобретение №2200810 «Адаптивная сейсмозащита зданий и сооружений». Приоритет 06,04, 2001. ФИПС г. Москва.
9. Патент на изобретение 2256749 «Кинематические опоры сейсмостойких зданий и сооружений». Приоритет 18, 08, 2003. ФИПС г. Москва.
10. Пугачев В.С. Теория случайных функций. Физматгиз, 1960. М. С 798.
11. Поляков С.В., Килимник Л.Ш., Черкашин А.В., Современные методы сейсмозащиты зданий. Стройиздат, 1988. М. С 415.
12. Сейсмоизоляция и адаптивные системы. «Наука», 1983, М. С 384, под редакцией Айзенберга Я.М.
13. Свешников А.А. Прикладные методы теории случайных функций. «Наука», 1968. М. С 560.
14. Юсупов А.К. «Резонанс в стохастических системах». Журнал «Известия Северо-Кавказского научного центра» (серия естественных наук), г. Ростов-на-Дону, 1979, №1. С 43-48.
15. Catalogue on lead rubber bearings series LRB. «FIP Industriale S.P.A» 26.
16. Conde, F.F. Seismic structures / F.F. Conde // International Simposium FIP, Tbilisi, 1972, p.655-663. 27.
17. Hwang, J.S. (1996). An equivalent linear model of lead-rubber seismic isolation bearings /J.S. Hwang, L.M.Chiou// Journal of Engineering Structures. 1996, 18(7), 528-536.
18. Catalogue on lead rubber bearings series LRB. «FIP Industriale S.P.A».

References:

1. Aizenberg Ya.M. Sooruzheniya s vyklyuchayushchimisya svyazyami dlya seismicheskikh raionov. M.: Stroiizdat; 1976. S. 440. [Aizenberg Ya.M. Constructions with switched off connections for seismic regions. Moscow: Stroyizdat; 1976. P. 440. (In Russ.)]
2. Babakov I.M. Teoriya kolebanii. M.: Nauka; 1965. S. 680. [Babakov I.M. Theory of oscillations. M.: Nauka; 1965. P. 680. (In Russ.)]

3. Beitmen G., Erdein A. Tablitsy integral'nykh preobrazovaniy. Tom. I. "Preobrazovanie Fur'e, Laplasy, Mellina". M.: Nauka; 1969. S. 344. [Beitmen G., Erdein A. Tables of integral transformations. Volume I. "Transformation of Fourier, Laplace, Mellin". M.: Nauka; 1969. P. 344. (In Russ.)]
4. Bolotin V.V. Statisticheskie metody v stroitel'noi mekhanike. M.: Izdatel'stvo literatury po stroitel'stvu; 1965. S. 310. [Bolotin V.V. Statistical methods in construction mechanics. M.: Publishing house of literature on construction; 1965. P. 310. (In Russ.)]
5. Bolotin V.V. Primenenie teorii veroyatnosti i teorii nadezhnosti v raschetakh sooruzhenii. M.: Izdatel'stvo literatury po stroitel'stvu; 1971. S. 280. [Bolotin V.V. The application of probability theory and reliability theory in the calculation of structures. M.: Publishing house of literature on construction; 1971. P. 280. (In Russ.)]
6. Gol'denblat I.I., Nikolaenko N.A., Polyakov S.V. i dr. Modeli seismostoikikh sooruzhenii. M.: Nauka; 1980. S. 362. [Gol'denblat I.I., Nikolaenko N.A., Polyakov S.V. et al. Models of seismic resistant structures. M.: Nauka; 1980. P. 362. (In Russ.)]
7. Gnedenko B.V. Kurs teorii veroyatnosti. M.: Gostekhizdat; 1961. S. 526. [Gnedenko B.V. Course of probability theory. M.: Gostekhizdat; 1961. P. 526. (In Russ.)]
8. Patent na izobretenie №2200810 «Adaptivnaya seismozashchita zdaniy i sooruzhenii». Prioritet 06.04. 2001. FIPS g. Moskva. [Patent for invention №2200810 «Adaptive seismic protection of buildings and structures». Priority 06.04. 2001. FIPS Moscow. (In Russ.)]
9. Patent na izobretenie 2256749 «Kinematicheskie opory seismostoikikh zdaniy i sooruzhenii». Prioritet 18. 08. 2003. FIPS g. Moskva. [Patent for invention 2256749 «Kinematic bearings of seismic resistant buildings and structures». Priority 18. 08. 2003. FIPS Moscow. (In Russ.)]
10. Pugachev V.S. Teoriya sluchainykh funktsii. M.: Fizmatgiz; 1960. S. 798. [Pugachev V.S. Theory of random functions. Moscow: Fizmatgiz; 1960. P. 798. (In Russ.)]
11. Polyakov S.V., Kilimnik L.Sh., Cherkashin A.V. Sovremennye metody seismozashchity zdaniy. M.: Stroizdat; 1988. S. 415. [Polyakov S.V., Kilimnik L.Sh., Cherkashin A.V. Modern methods of seismic protection of buildings. Moscow: Stroizdat; 1988. P. 415. (In Russ.)]
12. Seismoizolyatsiya i adaptivnyesistemy (podredaktsiei Ya.M.Aizenberga). M.: Nauka; 1983. S. 384. [Seismic isolation and adaptive systems (edited by Ya.M.Aizenberg). M.: Nauka; 1983. P. 384. (In Russ.)]
13. Sveshnikov A.A. Prikladnye metody teorii sluchainykh funktsii. M.: Nauka; 1968. S. 560. [Sveshnikov A.A. Applied methods of the theory of random functions. M.: Nauka; 1968. P. 560. (In Russ.)]
14. Yusupov A.K. Rezonans v stokhasticheskikh sistemakh. Izvestiya Severo-Kavkazskogo nauchnogo tsentra (seriya estestvennykh nauk). 1979;1:43-48. [Yusupov A.K. Resonance in stochastic systems. Izvestiya of the North Caucasian Scientific Center of the Higher School (Series of natural sciences) 1979;1:43-48. (In Russ.)]
15. Catalogue on lead rubber bearings series LRB. «FIP Industriale S.P.A» 26.
16. Conde F.F. Seismic structures. International Symposium FIP, Tbilisi. 1972. P. 655-663.
17. Hwang J.S., Chiou L.M. An equivalent linear model of lead-rubber seismic isolation bearings. Journal of Engineering Structures. 1996;18(7):528-536.
18. Catalogue on lead rubber bearings series LRB. «FIP Industriale S.P.A».

Сведения об авторах:

Муселемов Хайрулла Магомедмурадович – кандидат технических наук, старший преподаватель кафедры строительных конструкций и гидротехнических сооружений.

Устарханов Осман Магомедович – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой строительных конструкций и гидротехнических сооружений.

Юсупов Абусупьян Курашевич – доктор технических наук, профессор кафедры строительных конструкций и гидротехнических сооружений.

Information about the authors:

Khayrulla M. Muselemov – Cand. Sci. (Technical), Senior Lecturer, Department of Building Constructions and Hydraulic Structures.

Osman M. Ustarhanov – Dr. Sci. (Technical), Prof., Department of Building Constructions and Hydraulic Structures.

Abusupyan K. Yusupov – Dr. Sci. (Technical), Prof., Department of Building Constructions and Hydraulic Structures.

Конфликт интересов.

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Поступила в редакцию 20.08.2017.

Принята в печать 16.10.2017.

Conflict of interest.

The authors declare no conflict of interest.

Received 20.08.2017.

Accepted for publication 16.10.2017.