***Для цитирования**: О.М. Устарханов, Х.М. Муселемов, Х.М. Гаппаров. Напряженно-деформированное состояние трехслойной конструкции с учетом гипотезы о кубическом распределении перемещений по толщине заполнителя. Вестник Дагестанского государственного технического университета. Технические науки. 2021; 48 (2):124-132. DOI:10.21822/2073-6185-2021-48-2-124-132*

***For citation:** O. M. Ustarkhanov, Kh. M. Muselemov, Kh. M. Gapparov. Stress-deformed state of a three-layer structure taking into account the hypothesis of cubic displacement pattern over the thickness of a filler. Herald of Daghestan State Technical University. Technical Sciences. 2021; 48(2):124-132. (In Russ.) DOI:10.21822/2073-6185-2021-48-2-124-132*

СТРОИТЕЛЬСТВО И АРХИТЕКТУРА
BUILDING AND ARCHITECTURE

УДК 624.011
DOI: 10.21822/2073-6185-2021-48-2-124-132

НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ ТРЕХСЛОЙНОЙ КОНСТРУКЦИИ С УЧЕТОМ ГИПОТЕЗЫ О КУБИЧЕСКОМ РАСПРЕДЕЛЕНИИ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ ПО ТОЛЩИНЕ ЗАПОЛНИТЕЛЯ

О.М. Устарханов, Х.М. Муселемов, Х.М. Гаппаров
Дагестанский государственный технический университет,
367026 г. Махачкала, пр. И.Шамиля,70, Россия

Резюме. Цель. *При определении напряженно-деформированного состояния трехслойных конструкций в большинстве случаев используются гипотезы, в соответствии с которыми принимается, что несущие слои подчиняются гипотезе Кирхгофа-Лява, а заполнитель - гипотезе Нойта (Vander Neit) или «ломаной линии». Но во многих случаях результаты наших исследований показывают, что это не всегда соответствует действительности.* ***Метод.*** *Трехмерную задачу по определению напряженно-деформированного состояния трехслойных конструкций предлагается решать при помощи кубической функций закона распределения деформации заполнителя по нормали, полученной на основе закона о совместности деформации на границах «заполнитель - несущий слой» и построении граничных условий в зонах стыка.* ***Результат.*** *Полученные на основе этой гипотезы уравнения равновесия трехслойной балки приведены в таблице 1. Приведенные дифференциальные уравнения в частных производных имеют 12-ый порядок и для упрощения решения преобразованы в однородные уравнения 1-го порядка. Реализуется данное решение с помощью пакета прикладных программ математического моделирования «Maple 5.4».* ***Вывод.*** *Работа заполнителя в направлении оси OX имеет определенное значение, которое влияет на общее напряженное состояние трехслойной конструкции (в существующих гипотезах оно равна нулю).*

Ключевые слова: *трёхслойная конструкция, несущий слой, заполнитель, гипотеза, напряжённо-деформированное состояние, уравнения равновесия*

STRESS-DEFORMED STATE OF A THREE-LAYER STRUCTURE TAKING INTO ACCOUNT THE HYPOTHESIS OF CUBIC DISPLACEMENT PATTERN OVER THE THICKNESS OF A FILLER

O. M. Ustarkhanov, Kh. M. Muselemov, Kh. M. Gapparov
Daghestan State Technical University,
70 I. Shamilya Ave., Makhachkala 367026, Russia

Abstract. Objective. *In most cases, when determining the stress-deformed state of three-layer structures, it is assumed that bearing layers obey the Kirchhoff-Love hypothesis, while a filler obey the Neit (vanderNeit), or "broken line", hypothesis. But in many cases, the results of our research show that this is not always accurate.* ***Methods.*** *It is proposed to solve the three-dimensional problem of determining the stress-deformed state of a three-layer structure using cubic functions of the law of aggregate deformation distribution along the normal line, obtained on the basis of the law of deformation compatibility at "filler – bearing layer" boundaries and the construction of boundary condi-*

tions in joint zones. ***Results.*** *Equilibrium equations of a three-layer beam obtained on the basis of this hypothesis are shown in Table 1. The given partial differential equations are of the 12th order and we transformed them into homogeneous equations of the 1st order to simplify the solution. This solution is implemented using the mathematical modelling software package Maple 5.4.* ***Conclusion.*** *The work of the filler in the direction of OX axis has a certain value, which affects the overall stress state of the three-layer structure (in existing hypotheses, it is zero).*

Keywords: *three-layer structure, bearing layer, filler, hypothesis, stress-deformed state, equilibrium equations*

Введение. Впервые основы теории расчета трехслойных оболочек были изложены в работах [1, 11-14]. В настоящее время к теории расчета трехслойных пластин и оболочек имеется два подхода [7]:

1. Для вывода уравнений равновесия (движения) применяются кинематические гипотезы для каждого отдельного слоя, при этом порядок системы зависит от числа слоев.
2. Для вывода уравнений равновесия (движения) используются гипотезы, применяемые для трехслойной конструкции в целом.

Первый подход расчета трехслойных конструкций позволяет точно описывать их напряженно-деформированное состояние, но связан трудностями расчета.

Во втором подходе в меньшей степени отражается реальное напряженно-деформированное состояние конструкции. С другой стороны, это позволяет относительно легко, и достаточно точно определять напряженно-деформированное состояние трехслойной конструкции для инженерных расчетов.

Постановка задачи. Для вывода уравнений равновесия трехслойных конструкций с легким заполнителем и тонкими несущими слоями, при втором подходе, вводятся гипотезы о характере распределения перемещений или напряжений по толщине пакета.

В расчетах конструкций с легким заполнителем и тонкими несущими слоями, как правило, используются следующие допущения:

– напряжения σ_{xx}, σ_{yy} в заполнителе равны нулю или, то же самое, модули упругости заполнителя E_{xx}, E_{yy} и модуль сдвига G_{xy} равны нулю;

– поперечные деформации заполнителя (в направлении по нормали к поверхностям несущих слоев) пренебрежимо малы;

– несущие слои рассматриваются как мембраны (неравномерностью распределений напряжений по несущему слою и изгибной жесткостью несущих слоев пренебрегают).

В.В.Болотин, исследуя пластины, состоящие из слоев с существенно-различными физико-механическими характеристиками, применял для несущих слоев гипотезы Кирхгофа-Лява, а для слоев связующего допущения о распределении перемещений по толщине в соответствии с линейным законом [2].

Результатом первого периода развития теории расчета трехслойных оболочек явились общепринятые ныне гипотезы о ломаной линии [5], которые являются основой для исследования прочности и устойчивости большинства современных трехслойных конструкций.

Согласно этим гипотезам несущие слои работают в соответствии с классическими представлениями теории тонкостенных оболочек, то есть в соответствии с гипотезой Кирхгофа - Лява, принимающей сохранение нормали, нормаль в заполнителе, хотя и перестает быть нормалью при деформации пакета, но остается прямолинейной. Обычно полагают, что сжимаемость заполнителя в поперечном направлении отсутствует, то есть длина нормали постоянна. Дальнейшие исследования показали высокую эффективность этих гипотез и возможность их применения к решению широкого класса задач по прочности и устойчивости трехслойных пластин и оболочек.

Разновидностью гипотезы о ломаной линии является гипотеза о прямолинейном элементе: считается, что нормальный элемент для всего пакета остается прямолинейным. Если пренебречь изгибными жесткостями несущих слоев, то обе гипотезы становятся эквивалентными. Результаты исследований показывает, что это не соответствует действительности. Сравнение результатов экспериментальных и теоретических исследований многослойных оболочек свидетельствует о том, что использование гипотез деформирования, общих для всего пакета в целом, не учёт деформаций поперечного сдвига и других особенностей многослойных оболочек, связанных с существенными различиями физико-механических свойств отдельных слоев, накладывает ограничения на использование большинства вариантов теории многослойных оболочек.

В работе [3] приведены результаты анализа различных моделей слоев многослойных оболочек. В зависимости от механических характеристик материалов целесообразно различать жесткие и мягкие слои. Жесткими называются слои, для которых выполняются гипотезы обычной теории пластин и оболочек. Для мягких слоев имеет место значительное отступление от указанных гипотез. Деформации, которые в обычной теории пластин и оболочек полагаются пренебрежимо малыми (поперечные сдвиги и относительные удлинения нормалей), для мягких слоев играют преобладающую роль. Гипотезы Кирхгофа - Лява и Тимошенко заменены здесь предположениями о законе распределения этих деформаций по толщине мягкого слоя.

В большинстве расчетных методик трехслойных конструкций используется гипотеза о распределении перемещений по толщине заполнителя согласно линейному закону. Это приводит к постоянству касательных напряжений в плоскости XOZ (YOZ). Отсюда можно сделать вывод, что разрушение конструкции равновероятно в любой точке, независимо от расстояния до срединной поверхности. Однако практика экспериментальных исследований трехслойных конструкций показывает, что их разрушение всегда происходит либо по границе «заполнитель - несущий слой» (для конструкций, собираемых с помощью клея), либо вблизи этой границы (для конструкций, собираемых с помощью сварки или пайки). Следовательно, касательные напряжения в заполнителе не являются постоянными.

К тому же, часто влияние одной нагрузки накладывается на влияние другой. Именно поэтому для исследования данного типа задач, а также расчетов, имеющих целью нахождение напряженно-деформированного состояния в окрестностях точек приложения сосредоточенных сил, вблизи опорных закреплений (то есть в зонах краевых эффектов), необходимо более точно и детально рассматривать все компоненты тензора деформаций. А при оценке прочности в задачах такого типа применять критерии прочности, учитывающие полное трехмерное напряженно-деформированное состояние с учетом анизотропии приведенных параметров заполнителя.

Таким образом, несмотря на большое число публикаций по расчету трехслойных оболочек, ряд основополагающих вопросов по исследованию прочности современных и перспективных трехслойных конструкций, выполненных из композиционных материалов, остались неразрешенными. Сюда относятся в первую очередь краевые задачи трехслойных цилиндрических оболочек, задачи связанные с учетом слоистости, физической и геометрической несимметрии как несущих слоев, так и всего пакета.

При получении зависимостей для анализа прочности и жесткости трехслойных конструкций необходимо оговорить применяемые гипотезы, которые являются основополагающими при составлении уравнений, описывающих напряженно-деформированное состояние.

Методы исследования. В данной статье за основу было принято, что несущие слои подчиняются гипотезам Кирхгофа - Лява. Это предположение, как правило, не вызывает сомнений, поскольку неоднократно было подтверждено многочисленными исследованиями тонкостенных трехслойных элементов.

При рассмотрении работы заполнителя большинство предыдущих исследователей в данной области принимали гипотезу о «ломаной линии» или гипотезу Нойта (Vander Neit), которая гласит, что перемещения в заполнителе, как и в несущих слоях описываются линейным законом, а, следовательно, сдвиговые напряжения постоянны по толщине.

Однако, как отмечалось выше, при испытании весьма тщательно изготовленного образца трехслойной конструкции заполнитель всегда разрушается вблизи границы раздела «заполнитель - несущий слой». Поэтому наиболее логично принять нелинейный закон для описания деформации заполнителя по толщине - такой, который наиболее полно отражает физическую картину деформации заполнителя.

Вместе с тем экспериментальные исследования трехслойных стержней, пластин и оболочек показывают, что, несмотря на относительно малые значения нормальных напряжений в заполнителе, действующих в направлениях, параллельных срединным поверхностям несущих слоев, эти напряжения:

- во-первых, вследствие относительно большой толщины заполнителя воспринимают значительную долю всей энергии, затрачиваемой на деформацию трехслойной конструкции (в некоторых случаях до 20-30 %),
- во-вторых, эти напряжения сравнимы с предельно допустимыми для материала заполнителя, и непринятие их во внимание может привести к значительным погрешностям в оценке несущей способности конструкции.

Таким образом, на основе вышесказанного, для расчета напряженно-деформированного состояния трехслойных конструкций предлагается ввести гипотезу о кубическом распределении перемещений по толщине заполнителя, функция распределения перемещений, в общем, представляется в виде $U=A+Bz+Cz^2+Dz^3$.

Отсюда следует, что функция распределения сдвиговых напряжений по толщине имеет квадратичную зависимость. Эта гипотеза подтверждена рядом экспериментальных работ, проведенных с различными типами заполнителей [6].

Предложенная гипотеза справедлива, если выполнено условие [9].

$$\frac{E_3 c}{B_{1,2}} < \frac{2}{3}, \tag{1}$$

где E_3 - модуль упругости заполнителя, c - толщина заполнителя,

$B_{1,2}$ - жесткость несущих слоев на растяжение.

Таким образом, заполнитель должен быть не очень жестким. Но, как показывают практика и анализ современных конструктивных решений, это условие выполняется в большинстве случаев применения трехслойных конструкций.

В работе также сделано предположение, что заполнитель деформируется в направлении нормали к серединной поверхности по линейному закону, так как деформации в этом направлении гораздо меньшие, чем деформации в продольных направлениях. Но это также своеобразный шаг вперед по отношению к предыдущим исследованиям, так как многие авторы вовсе не учитывают этот вид деформации.

В связи с тем, что несущие слои могут быть достаточно жесткими, в уравнениях равновесия несущих слоев авторами принято решение сохранять все члены, описывающие сопротивление несущих слоев при изгибе и кручении. То есть, несущие слои описываются моментной теорией.

Как было сказано выше, заполнитель считается достаточно жестким при работе на растяжение - сжатие, а при относительно большой его толщине следует считать, что заполнитель также должен достаточно хорошо сопротивляться изгибу. Отсюда следует вывод, что и заполнитель описывается моментной теорией.

Здесь необходимо еще раз подчеркнуть, что вышесказанное имеет практическое значение только в зонах, где показатель изменяемости конструкции [4] достаточно велик, а именно в местах приложения сосредоточенных сил, в местах заделок, то есть в зонах, имеющих краевые эффекты.

Трехмерную задачу по определению напряженно-деформированного состояния ТК предлагается решать при помощи следующих функций закона распределения деформации заполнителя по нормали, полученных на основе закона о совместности деформации на границах «заполнитель - несущий слой» и построении граничных условий в зонах стыка:

$$w_3(x,y,z)=w_1(x,y)\varphi_1(z)+w_2(x,y)\varphi_2(z);$$

$$u_3(x,y,z)=u_1(x,y)\varphi_3(z)+u_2(x,y)\varphi_4(z)-\frac{1}{2}t_1\left(\frac{\partial w_1(x,y)}{\partial x}\right)\varphi_5(z)+\frac{1}{2}t_2\left(\frac{\partial w_2(x,y)}{\partial x}\right)\varphi_6(z);$$

$$\upsilon_3(x,y,z)=\upsilon_1(x,y)\varphi_3(z)+\upsilon_2(x,y)\varphi_4(z)-\frac{1}{2}t_1\left(\frac{\partial w_1(x,y)}{\partial x}\right)\varphi_5(z)+\frac{1}{2}t_2\left(\frac{\partial w_2(x,y)}{\partial x}\right)\varphi_6(z).$$

где: $\varphi_1=0.5-t_1z/t_2z;$ $\varphi_2=0.5+t_1z/t_2z;$

$$\varphi_3=1/2-3z/2c+2z^3/c^3;\quad \varphi_4=1/2+3z/2c-2z^3/c^3;$$

$$\varphi_5=-c\left(1-2\frac{t_1}{c}-2\frac{z\left(1-3\frac{t_1}{c}\right)}{c}-4\frac{z^2}{c^2}+8\frac{z^3\left(1-\frac{t_1}{c}\right)}{c^3}\right)\Big/4t_1;$$

$$\varphi_6=-c\left(1-2\frac{t_2}{c}+2\frac{z\left(1-3\frac{t_2}{c}\right)}{c}-4\frac{z^2}{c^2}-8\frac{z^3\left(1-\frac{t_2}{c}\right)}{c^3}\right)\Big/4t_2.$$

Здесь искомые функции перемещений несущих слоев u_1, u_2, υ_1, υ_2, w_1, w_2являются функциями двух переменных x и y, а функции перемещения заполнителя u_3, υ_3, w_3 получаются из приведенных выше соотношений.

Предлагаемый закон изменения перемещений в заполнителе и полученные при этом функции φ_1 - φ_6 обеспечивают более точное описание деформации в заполнителе.

Данные функции, в отличие от гипотезы Нойта, учитывают сжатие заполнителя, т.е. сближение несущих слоев и работу на изгиб.

Здесь следует оговориться, что деформация u_i соответствует перемещению в направлении 0X, υ_i соответствует перемещению в направлении 0Y, а w_i соответствует перемещению в направлении 0Z.

Индексы 1 и 2 соответствуют первому и второму несущим слоям, а индекс 3 - заполнителю (рис.1).

Для вывода уравнений равновесия трехслойных конструкций используем теоремы о минимуме потенциальной энергии. Эта теорема, обладая значительной общностью, позволяет исследовать многие задачи равновесия упругого тела.

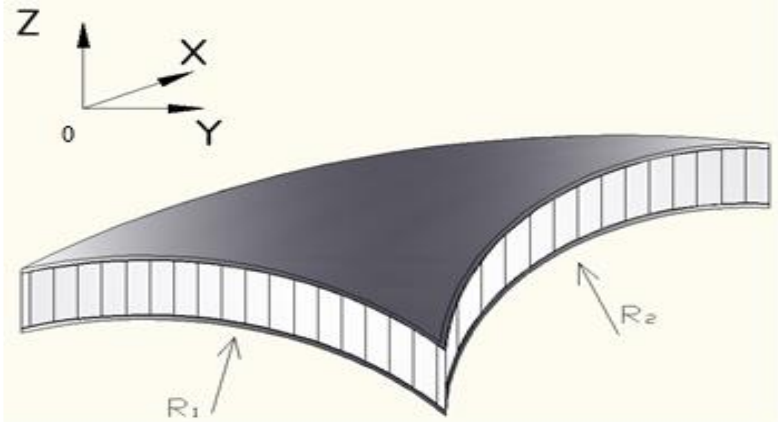


Рис.1. Фрагмент трёхслойной цилиндрической оболочки
Fig. 1. Fragment of a three-layer cylindrical shell

http://vestnik.dgtu.ru/ ISSN (Print) 2073-6185 ISSN (On-line) 2542-095X

Обсуждение результатов. Решения, полученные таким методом, не всегда более просты, но в сложных задачах расчета трехслойных оболочек, пластин и балок энергетический прием не только очень удобен, но иногда просто незаменим для получения расчетных зависимостей. Полученные с помощью этого метода уравнения равновесия трехслойной балки (в данной статье в качестве примера принята трехслойная балка) приведены в табл. 1.

Таблица 1. Уравнения равновесия трехслойной балки
Table 1. Equilibrium equations for a three-layer beam

	u_1	u_2	w_1	w_2	
1	$k_1 \dfrac{\partial^2 u_1}{\partial x^2} + k_2 u_1$	$k_3 \dfrac{\partial^2 u_2}{\partial x^2} + k_4 u_2$	$k_5 \dfrac{\partial^3 w_1}{\partial x^3} + k_6 \dfrac{\partial w_1}{\partial x}$	$k_7 \dfrac{\partial^3 w_2}{\partial x^3} + k_8 \dfrac{\partial w_2}{\partial x}$	x1
2	$k_9 \dfrac{\partial^2 u_1}{\partial x^2} + k_{10} u_1$	$k_{11} \dfrac{\partial^2 u_2}{\partial x^2} + k_{12} u_2$	$k_{13} \dfrac{\partial^3 w_1}{\partial x^3} + k_{14} \dfrac{\partial w_1}{\partial x}$	$k_{15} \dfrac{\partial^3 w_2}{\partial x^3} + k_{16} \dfrac{\partial w_2}{\partial x}$	x2
3	$k_{17} \dfrac{\partial^3 u_1}{\partial x^3} + k_{18} \dfrac{\partial u_1}{\partial x}$	$k_{19} \dfrac{\partial^3 u_2}{\partial x^3} + k_{20} \dfrac{\partial u_2}{\partial x}$	$k_{21} \dfrac{\partial^4 w_1}{\partial x^4} + k_{22} \dfrac{\partial^2 w_1}{\partial x^2} + k_{33} w_1$	$k_{23} \dfrac{\partial^4 w_2}{\partial x^4} + k_{24} \dfrac{\partial^2 w_2}{\partial x^2} + k_{34} w_2$	Z_1
4	$k_{25} \dfrac{\partial^3 u_1}{\partial x^3} + k_{26} \dfrac{\partial u_1}{\partial x}$	$k_{27} \dfrac{\partial^3 u_2}{\partial x^3} + k_{28} \dfrac{\partial u_2}{\partial x}$	$k_{29} \dfrac{\partial^4 w_1}{\partial x^4} + k_{30} \dfrac{\partial^2 w_1}{\partial x^2} + k_{35} w_1$	$k_{31} \dfrac{\partial^4 w_2}{\partial x^4} + k_{32} \dfrac{\partial^2 w_2}{\partial x^2} + k_{36} w_2$	Z_2

Выражения k_1-k_{36} для коэффициентов при уравнениях, здесь не приводятся в силу ограниченности объёма статьи, с ними можно ознакомиться в работах [8,10].

Полученные дифференциальные уравнения в частных производных имеют 12-ый порядок и для решения преобразуем их в однородные уравнения 1-го порядка.

Решение полученной системы имеет вид:

$$a1=C_1 e^{\lambda 1x} K_1^{\,1} + C_2 e^{\lambda 2x} K_1^{\,2} + C_3 e^{\lambda 3x} K_1^{\,3} + \ldots + C_{12} e^{\lambda 12x} K_1^{\,12}$$
$$a2=C_1 e^{\lambda 1x} K_2^{\,1} + C_2 e^{\lambda 2x} K_2^{\,2} + C_3 e^{\lambda 3x} K_2^{\,3} + \ldots + C_{12} e^{\lambda 12x} K_2^{\,12}$$
$$a3=C_1 e^{\lambda 1x} K_3^{\,1} + C_2 e^{\lambda 2x} K_3^{\,2} + C_3 e^{\lambda 3x} K_3^{\,3} + \ldots + C_{12} e^{\lambda 12x} K_3^{\,12}$$

- -

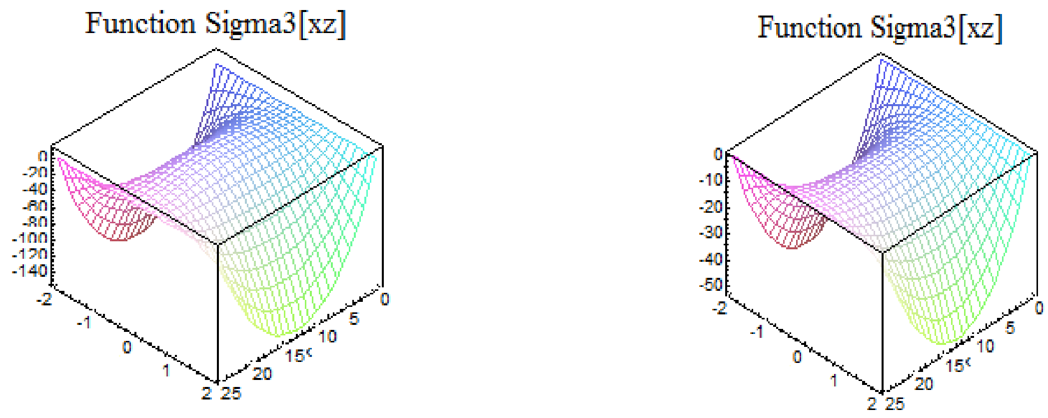
$$a12=C_1 e^{\lambda 1x} K_{12}^{\,1} + C_2 e^{\lambda 2x} K_{12}^{\,2} + C_3 e^{\lambda 3x} K_{12}^{\,3} + \ldots + C_{12} e^{\lambda 12x} K_{12}^{\,12}$$

Реализуется данное решение с помощью пакета прикладных программ математического моделирования «Maple 5.4».

В качестве примера принята трехслойная балка со следующими параметрами: $L = 50$см; $c = 4$см; $b=4$см; t_1- толщина верхнего несущего слоя; t_2- толщина нижнего несущего слоя; материал несущих слоев и заполнителя - АМГ6М (заполнитель дискретный).

Балка защемленная, нагрузка равномерно распределенная. При расчете напряженного состояния трехслойной конструкции менялись приведенные характеристики модуля упругости и модуля сдвига заполнителя. Результаты расчетов приведены на рис. 2-4.

http://vestnik.dgtu.ru/ ISSN (Print) 2073-6185 ISSN (On-line) 2542-095X



а) б)

Рис.2. Нормальные напряжения в заполнителе по оси 0X (на рис. 2а приведена напряжения при приведенном модуле упругости заполнителя $E_{xз}$=2000кг/см^2, на рис.2б приведена напряжение при приведенном модуле упругости заполнителя $E_{xз}$=15000кг/см^2).

Fig. 2. Normal stresses in the filler along the 0X axis (Fig. 2a shows the stresses at the reduced elastic modulus of the filler Exh = 2000 kg / cm^2, Fig. 2b shows the stress at the reduced elastic modulus of the filler Exh = 15000 kg / cm^2).

а) б)

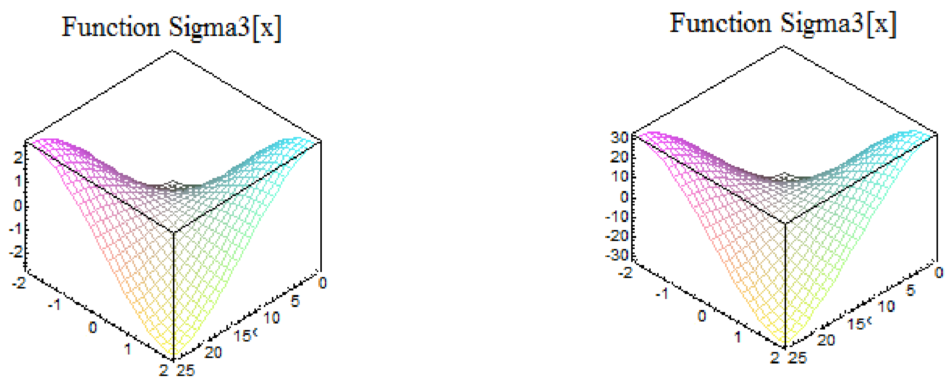


Рис.3. Нормальные напряжения в заполнителе по ос 0Z (на рис. 3а приведена напряжения при приведенном модуле упругости заполнителя $E_{zз}$=3000кг/см^2, на рис. 3б приведена напряжения при приведенном модуле упругости заполнителя $E_{zз}$=30000кг/см^2).

Fig. 3. Normal stresses in the filler along axis 0Z (Fig. 3a shows the stresses at the reduced elastic modulus of the filler Ezz = 3000 kg / cm^2, Fig. 3b shows the stresses at the reduced elastic modulus of the filler Ezz = 30000 kg / cm^2).

а) б)

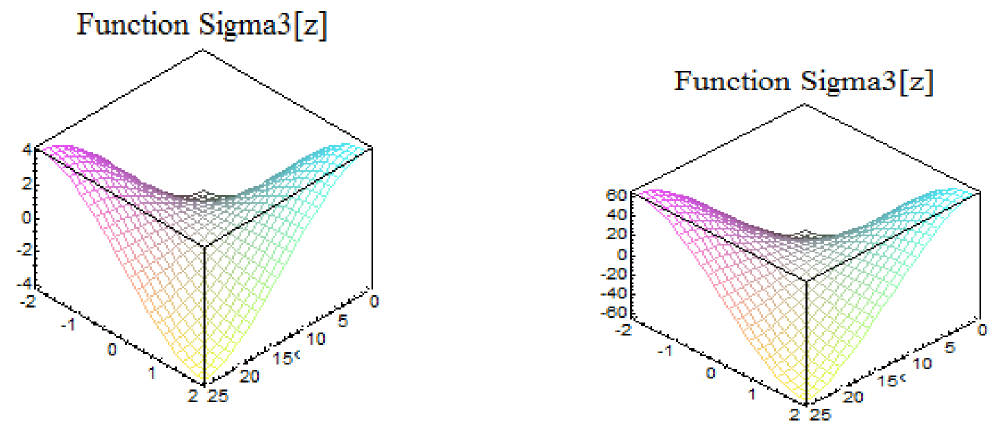


Рис.4. Касательные напряжения в заполнителе в плоскости ZX(на рис. 4а приведены касательные напряжения при приведенном модуле сдвига заполнителя $G_{zз}$=1500кг/см^2, на рис. 4б приведены касательные напряжения при приведенном модуле сдвиге $G_{zз}$=4500кг/см^2).

Fig. 4. Shear stresses in the filler in the ZX plane (Fig.4a shows shear stresses at a reduced shear modulus of the filler Gzz = 1500 kg / cm^2, Fig.4b shows shear stresses at a reduced shear modulus Gzz = 4500kg / cm^2).

Вывод. Как видно из графиков, работа заполнителя в направлении оси ОХ имеет определенное значение, которое влияет на общее напряженное состояние трехслойной конструкции (в существующих гипотезах оно равно нулю).

Увеличение приведенных характеристик дискретного заполнителя повышает эту составляющую напряжений в направлении оси ОХ, при соблюдении условия (1). Это говорит о том, что заполнитель воспринимает значительную долю всей энергии, затрачиваемой на деформацию трехслойной конструкции.

При увеличении приведенного модуля упругости заполнителя - E_{x3} в 7,5 раза напряжение $\sigma_{3(x)}$ увеличивается 15 раз. Это говорит о необходимости учета таких напряжений.

Библиографический список:

1. Александров А.Я., Трофимов Э.П. Местная устойчивость трехслойных пластин с сотовым заполнителем при продольном сжатии// Расчеты элементов авиационных конструкций. М.: Машиностроение, Т.4, 1965. С.3-72.
2. Болотин В.В. К теории слоистых плит// Изв. АН СССР. Механика и машиностроение. М., 1963. №3, с. 65-72.
3. Болотин В.В., Новичков Ю.Н. Механика многослойных конструкций// М.: Машиностроение, 1980. 375с.
4. Григолюк Э.И., Ложкин О.Б. Осесимметричный краевой эффект в несущих многослойных оболочках вращения// Советская прикладная механика, 11(6), 1975. С. 582-589.
5. Григолюк Э.И. /Уравнения трехслойных оболочек с легким заполнителем// Изв. АН СССР. СТН, №1, 1957 .
6. Кобелев В.Н., Устарханов О.М., Батдалов М.М. Учет нелинейности деформирования несущих слоев при расчете трехслойных цилиндрических оболочек// Некоторые проблемы создания прогрессивной техники и технологии производства. Махачкала, 1998. С.65-67.
7. Кобелев В.Н., Потопахин В.А. Динамика многослойных оболочек// Ростов. Изд-ва. Ростовского университета, 1985. 160с.
8. Муселемов Х. М. Напряженно-деформированное состояние трёхслойных балок с учётом влияния клеевого шва и температуры: Дисс. . . . канд. техн. наук. Махачкала, 2013.
9. Панин В.Ф., Гладков Ю.А. Конструкции с заполнителем: Справочник. М.: Машиностроение, 1991. 271с.
10. Устарханов О.М. «Вопросы прочности трехслойных конструкций с регулярным дискретным заполнителем»: Дисс. д–ра техн наук. Ростов-на-Дону. 2000.
11. Gerard G. Torsional instability of a long sandwich cylinder// Proceeding of First National Congress of Applied Mechanics, ASME, 1952 .
12. Reissner E. Finite deflection of sandwich plates// J. Aer. Sci. 15, №7, V.75, 1948. pp.272-275.
13. Reissner E. Finite deflection of sandwich plates// J. Aer. Sci. 15, №2, 1950. pp.423-428.
14. Stein M., Mayers J.A. Small-deflections theory for curved sandwich plates NAGA – Technical Report. 1008, 1951.

References:

1. Aleksandrov A.YA., Trofimov E.P. Mestnaya ustoychivost' trekhsloynykh plastin s sotovym zapolnitelem pri prodol'nom szhatii// Raschety elementov aviatsionnykh konstruktsiy. M.: Mashinostroyeniye, T.4, 1965. S.3-72. [Aleksandrov A.Ya., Trofimov E.P. Local stability of three-layer plates with honeycomb filler under longitudinal compression // Calculations of elements of aviation structures. M .: Mechanical Engineering, Vol. 4, 1965. pp. 3-72. (In Russ)]
2. Bolotin V.V. K teorii sloistykh plit// Izv. AN SSSR. Mekhanika i mashinostroyeniye. M., 1963. №3, s. 65-72. [Bolotin V.V. On the theory of layered plates // Izv. Academy of Sciences of the USSR. Mechanics and mechanical engineering. M., 1963. No. 3, pp. 65-72. (In Russ)]
3. Bolotin V.V., Novichkov YU.N. Mekhanika mnogosloynykh konstruktsiy// M.: Mashinostroyeniye, 1980. 375s. [Bolotin V.V., Novichkov Yu.N. Mechanics of multilayer structures // M .: Mashinostroenie, 1980.375p. (In Russ)]
4. Grigolyuk E.I., Lozhkin O.B. Osesimmetrichnyy krayevoy effekt v nesushchikh mnogosloynykh obolochkakh vrashcheniya// Sovetskaya prikladnaya mekhanika, 11(6), 1975. S. 582-589. [Grigolyuk E.I., Lozhkin O.B. Axisymmetric edge effect in load-bearing multilayer shells of revolution // Soviet Applied Mechanics, 11 (6), 1975. pp. 582-589. (In Russ)]
5. Grigolyuk E.I. /Uravneniya trekhsloynykh obolochek s legkim zapolnitelem// Izv. AN SSSR. STN, №1, 1957 [Grigolyuk E.I. / Equations of three-layer shells with a light filler // Izv. Academy of Sciences of the USSR. STN, No. 1, 1957. (In Russ)]
6. Kobelev V.N., Ustarkhanov O.M., Batdalov M.M. Uchet nelineynosti deformirovaniya nesushchikh sloyev pri raschete trekhsloynykh tsilindricheskikh obolochek// Nekotoryye problemy sozdaniya progressivnoy tekhniki i

tekhnologii proizvodstva. Makhachkala, 1998. S.65-67. [Kobelev V.N., Ustarkhanov O.M., Batdalov M.M. Taking into account the nonlinearity of the deformation of the bearing layers when calculating three-layer cylindrical shells // Some problems of creating progressive equipment and production technology. Makhachkala, 1998.pp. 65-67. (In Russ)]

7. Kobelev V.N., Potopakhin V.A. Dinamika mnogosloynykh obolochek// Rostov. Izd-va. Rostovskogo universiteta, 1985. 160s. [Kobelev V.N., Potopakhin V.A. Dynamics of multilayer shells // Rostov. Publishing house. Rostov University, 1985.160p. (In Russ)]
8. Muselemov KH. M. Napryazhenno-deformirovannoye sostoyaniye trokhsloynykh balok s uchotom vliyaniya kleyevogo shva i temperatury: Diss. . kand. tekhn. nauk. Makhachkala, 2013. [Muselemov Kh. M. Stress-strain state of three-layer beams taking into account the effect of the glue seam and temperature: Diss. Cand. tech. sciences. Makhachkala, 2013. (In Russ)]
9. Panin V.F., Gladkov YU.A. Konstruktsii s zapolnitelem: Spravochnik. M.: Mashinostroyeniye, 1991. 271s. [Panin V.F., Gladkov Yu.A. Placeholder constructs: Reference. M .: Mechanical Engineering, 1991. 271p. (In Russ)]
10. Ustarkhanov O.M. «Voprosy prochnosti trekhsloynykh konstruktsiy s regulyarnym diskretnym zapolnitelem»: Diss. d‒ra tekhn nauk. Rostov-na-Donu. 2000. [Ustarkhanov O.M. "Problems of strength of three-layer structures with a regular discrete filler": Diss. Doctor of Technical Sciences. Rostov-on-Don. 2000. (In Russ)]
11. Gerard G. Torsional instability of a long sandwich cylinder // Proceeding of First National Congress of Applied Mechanics, ASME, 1952.
12. Reissner, E. Finite deflection of sandwich plates, J. Aer. Sci. 15, No. 7, V.75, 1948. pp. 272-275.
13. Reissner, E. Finite deflection of sandwich plates, J. Aer. Sci. 15, No. 2, 1950. pp. 423-428.
14. Stein M., Mayers J.A. Small-deflections theory for curved sandwich plates NAGA - Technical Report. 1008, 1951.

Сведения об авторах:

Устарханов Осман Магомедович, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой «Строительные конструкции и гидротехнические сооружения»; *hairulla213@mail.ru*

Муселемов Хайрулла Магомедмурадович, кандидат технических наук, доцент, кафедра «Строительные конструкции и гидротехнические сооружения»; *hairulla213@mail.ru*

Гаппаров Хизри Микдадович, аспирант, кафедра «Строительные материалы и инженерные сети»; *hairulla213@mail.ru*

Information about the authors:

Abusupyan K.Yusupov, Dr. Sci. (Technical), Prof., Department of Building Structures and Hydraulic Structures, e-mail: *hairulla213@mail.ru*

Khairulla M.Muselemov, Cand.Sci. (Technical), Assoc. Prof., Department of Building Structures and Hydraulic Structures, e-mail: *hairulla213@mail.ru*

Khizri M. Gapparov, Postgraduate Student, Department of Building Materials and Engineering Networks, e-mail: *hairulla213@mail.ru*

Конфликт интересов.
Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.
Поступила в редакцию 12.04.2021.
Принята в печать 19.05.2021.

Conflict of interest.
The authors declare no conflict of interest.
Received 12.04.2021.
Accepted for publication 19.05.2021.