

Для цитирования: Р.А. Хураמיшина, В.В. Соколова. Математическое моделирование ультразвуковой обработки асфальтосмолопарафиновых отложений. Вестник Дагестанского государственного технического университета. Технические науки. 2021; 48 (2): 60-72. DOI:10.21822/2073-6185-2021-48-2-60-72

For citation: R.A. Khuramshina, V.V. Sokolova. Mathematical modelling of ultrasonic treatment of asphaltene deposits. Herald of Daghestan State Technical University. Technical Sciences. 2021; 48 (2): 60-72. (In Russ.) DOI:10.21822/2073-6185-2021-48-2-60-72

**ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ
COMPUTER SCIENCE, COMPUTER ENGINEERING AND MANAGEMENT**

УДК 622.692

DOI: 10.21822/2073-6185-2021-48-2-60-72

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ УЛЬТРАЗВУКОВОЙ ОБРАБОТКИ АС-
ФАЛЬТОСМОЛОПАРАФИНОВЫХ ОТЛОЖЕНИЙ**

Р.А. Хурамишина, В.В. Соколова

Уфимский государственный нефтяной технический университет,
450062, г. Уфа, ул. Космонавтов 1, Россия

Резюме. Цель. Удаление асфальтосмолопарафиновых отложений (АСПО) на объектах нефтегазового комплекса является одной из актуальных и важных проблем, что требует значительных материальных и трудовых затрат для ее решения. Сокращение затрат возможно с помощью моделирования процессов обработки отложений на основе создания и внедрения эффективных технических средств. **Метод.** В данной работе рассматривается концептуальный подход к решению проблемы обработки асфальтосмолопарафиновых отложений при транспортировке и хранении нефти, предложены возможные методы ее решения. Дается обзор различных способов очистки объектов транспорта и хранения от АСПО: химические (добавление присадок, растворителей), тепловые (нагрев при помощи специальных устройств или при разработке закачки перегретого пара), механические (использование скребков и поршней), в том числе рассмотрены научные работы по применению ультразвука для ускорения удаления отложений. **Результат.** Предложены наиболее эффективные способы удаления отложений, а также использование удаляемого слоя в качестве вторичного энергоресурса. Применен модельный расчет использования ультразвукового оборудования для удаления отложений. В результате определена скорость движения фронта плавления отложений в зависимости от продолжительности воздействия. **Вывод.** Моделирование ультразвуковой обработки асфальтосмолопарафиновых отложений создает возможность их применения в нефтегазовом комплексе в качестве вторичного сырья, что позволит снизить экологическое воздействие на окружающую среду и повысить эффективность использования оборудования.

Ключевые слова: математическое моделирование, ультразвук, ультразвуковая установка, нефть, асфальто-смолистые парафиновые отложения, насосное оборудование, скважина, резервуар, нефтепровод, вторичное сырье

**MATHEMATICAL MODELLING OF ULTRASONIC TREATMENT
OF ASPHALTENE DEPOSITS**

R.A. Khuramshina, V.V. Sokolova

Ufa State Petroleum Technological University,
1 Kosmonavtov St., Ufa 450064, Russia

Abstract. Objective. The removal of asphaltene deposits at oil and gas facilities is one of the urgent and important problems and requires significant material and labor costs. It is possible to reduce costs by creating and implementing effective technical means, which requires an in-depth study of the processes of organic matter deposition at oil and gas facilities and their use as a secondary raw

material. **Methods.** This paper discusses modern views on the state of the problem of asphaltene deposits in oil shipping and storage equipment and possible ways to solve it. The paper provides an overview of various ways to clean shipping and storage objects from asphaltene deposits: chemical (adding additives, solvents), thermal (heating by special devices or injection of superheated steam during exploitation), mechanical (using scrapers and pistons), and refers, among other things, to scientific works on the use of ultrasound to accelerate the removal of deposits. **Results.** The paper considers methods for removing deposits, as well as using the positive effect of the removed layer as a secondary energy source. A procedure for model calculation of the use of ultrasonic equipment to remove deposits has been developed. As a result, the deposit melting front velocity was determined depending on the duration of exposure. **Conclusion.** Taking into account the positive world experience, the level of development of the ultrasonic method for removing asphaltene deposits in the oil and gas industry and the use of asphaltene deposits as a secondary raw material, this area needs further development. The widespread implementation of equipment and, from the standpoint of rational use of natural resources, the use of deposits as a secondary raw material will increase cost efficiency and equipment efficiency, and reduce environmental impact.

Keywords: mathematical modeling, ultrasound, ultrasonic installation, oil, asphalt-resinous paraffin deposits, pumping equipment, well, reservoir, oil pipeline, secondary raw materials

Введение. Анализ состояния сырьевой базы России показывает, что решить проблему ее воспроизводства только за счет открытия новых месторождений и ввода их в разработку – проблематично, особенно учитывая ситуацию с кризисом в сфере геолого-разведочных работ. В связи с этим возрастает роль технологии повышения нефтеотдачи пластов, которые могут частично компенсировать недостаток ввода новых мощностей за счет повышения отбора нефти на уже введенных месторождениях. Но добиться такого эффекта возможно только при правильном подборе соответствующих инновационных технологий.

Чаще всего особенностью данных месторождений является высокая вязкость нефтей и проблема образования асфальтосмолопарафиновых отложений (АСПО) в насосно-компрессорных трубах, резервуарах для хранения нефти и магистральных трубопроводах.

При добыче и транспортировке парафинистых и высокопарафинистых нефтяных систем на внутренней поверхности нефтепромыслового оборудования происходит образование асфальтосмолопарафиновых отложений (АСПО), что приводит к снижению производительности скважин, уменьшению поперечного сечения нефтепроводов, в некоторых случаях до полного прекращения перекачивания (рис.1).



Рис.1. Пример асфальтосмолопарафиновых отложений (АСПО)

Fig. 1. An example of asphalt-resin-paraffin deposits (ARPD)

Кроме того, накопление АСПО ведет к затруднению обследования состояния резервуаров, а также все это приводит к снижению технико-экономических показателей работы резервуаров и транспортной системы в целом. Для эффективной борьбы и очистки с объектов добычи, транспорта и хранения нефти от асфальтосмолопарафиновых отложений (АСПО), механических примесей и воды необходимо выяснить причину и установить основные закономерности образования данных отложений. Образование осадка в насосно-компрессорных трубах и в объектах транспорта и хранения нефти связано с последующим осаждением твердой фазы. От физико-химических, термодинамических факторов, реологических свойств, конструктивных особенностей трубопроводов и ряда других факторов зависит выделение твердой фазы, а от

технико-эксплуатационных и конструктивных особенностей резервуаров зависит интенсивность накопления отложений. К числу основных факторов, существенно влияющих на интенсивность отложений парафина, относится гидродинамическая характеристика потока.

При длительном хранении нефти разной плотности и вязкости с учетом постоянно меняющегося температурного режима хранения, вызванного переменой климатических условий, на днище и стенках оборудования происходит скапливание различных отложений. Очистка и эксплуатация оборудования и резервуаров от отложений является опасной и трудоемкой работой, которая требует значительных материальных затрат.

Постановка задачи. Основная цель настоящего научного исследования состоит в обобщении существующих методов удаления АСПО и в моделировании на этой основе возможности их ультразвуковой обработки.

Известно, что в настоящее время, как в России, так и за рубежом для контроля АСПО в нефтегазовой отрасли существуют и активно применяют несколько наиболее известных способов, подробно описанных в статье [2], которые позволяют с определенной эффективностью предупредить или устранить данную проблему (рис 2).

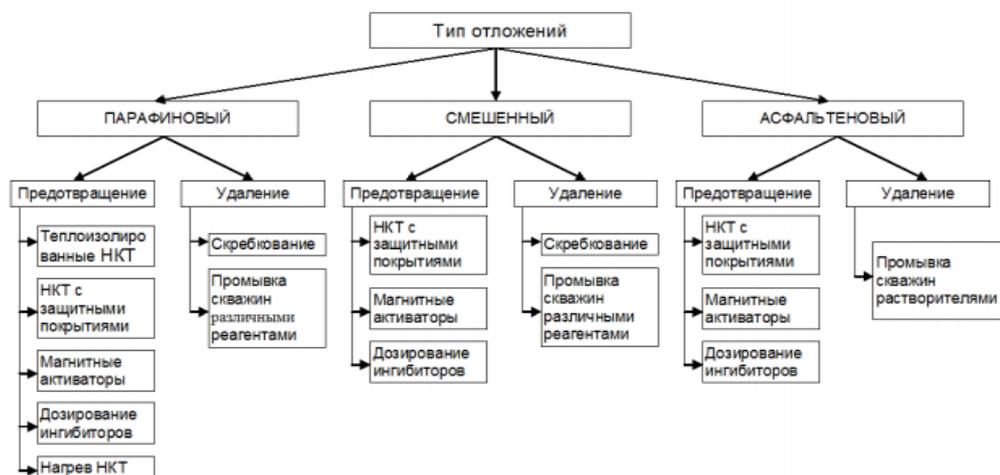


Рис 2. Депарафинизация АСПО
 Fig. 2. Dewaxing of ARPD

Методы исследования. Самым распространённым методом удаления АСПО в силу своей дешевизны и простоты реализации является «горячая» обработка. Однако из-за высокой степени плотности и высокой температуры плавления отложений асфальтенового типа эти методы теряют эффективность с ростом доли асфальтенов в составе отложений.

Механические методы удаления органических отложений основаны на удалении отложений с внутренней поверхности насосно-компрессорных труб специальными устройствами (скребками) во всём интервале образования отложений. Технология удаления АСПО с помощью скребков заключается в спуске в НКТ специального скребка с последующим подъемом на поверхность.

Применение того или иного греющего кабеля определяется способом добычи нефти. Для скважин, оснащенных ШГН, нагреть скважинную жидкость можно с помощью нагревательного кабеля, проложенного только снаружи НКТ (рис. 3), так как внутри НКТ находится штанга. Для скважин, оснащенных ЭЦН, а также фонтанных и газлифтных нагреть скважинную жидкость можно с помощью самонесущего нагревательного кабеля, опускаемого в НКТ (рис. 4б) через лубрикатор.

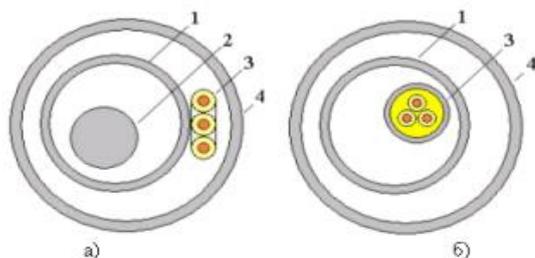


Рис. 3. Расположение нагревательных кабелей в скважине

Fig. 3. Location of heating cables in the well

а) скважина с ШГН, б) скважины с ЭЦН, фонтанные и газлифтные: 1 – насосно-компрессорные труба; 2 - штанга насоса; 3 - кабель; 4 - обсадная колонна

a) well with sucker-rod pumping pump, b) wells with ESP, flowing and gas-lift: 1 - tubing; 2 - pump rod; 3 - cable; 4 - casing

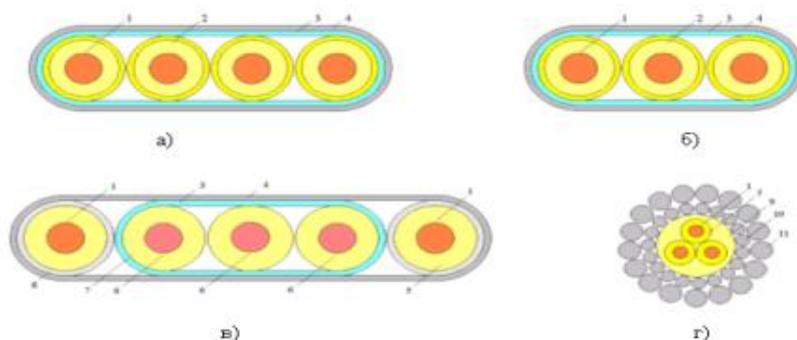


Рис. 4. Поперечное сечение кабелей

Fig. 4. Cross-section of cables

а) и б) плоские нагревательные кабели; в) комбинированный нагревательно-силовой кабель; г) самонесущий нагревательный кабель: 1 - нагревательная жила, 2 - двухслойная изоляция из полимерного материала с обмоткой, 3 - подушка под броню, 4 - броня из стальной оцинкованной профилированной ленты; 5 - изоляция нагревательная жила из полимерного материала; 6 - три силовые жилы; 7 - изоляция силовых жил; 8 - металлический теплоотводящий экран; 9 - оболочка, 10, 11 - двухслойная броня из стальных оцинкованных проволок

a) and b) flat heating cables; c) combined heating and power cable; d) self-supporting heating cable: 1 - heating conductor, 2 - two-layer insulation made of polymer material with a winding, 3 - cushion under the armor, 4 - armor made of galvanized steel profiled tape; 5 - insulation heating core made of polymeric material; 6 - three power cores; 7 - insulation of power conductors; 8 - metal heat sink; 9 - sheath, 10, 11 - double-layer armor made of galvanized steel wires

На рис. 5 дан сравнительный анализ двух вариантов. Видно, что при мощности 100 Вт/м температура нефти в НКТ составит 47°C, в то время как при нагреве самонесущим кабелем, расположенным в НКТ, - 43°C при мощности 24 Вт/м. Следовательно, нагрев кабелем, расположенным внутри НКТ, требует в несколько раз меньшей мощности, чем нагрев кабелем, расположенным снаружи НКТ.

Существующий механический метод очистки также не дает высоких результатов, за исключением пропуска скребок на линейной части магистральных нефтепроводов, где высокие скорости потока позволяют обеспечить необходимые усилия воздействия на плотные слои АСПО, а частота пропусков препятствует образованию отложений большой толщины [3]. В этом случае, а также в случае удаления АСПО в транспорте и хранения нефти более эффективным становится применение химических методов защиты.

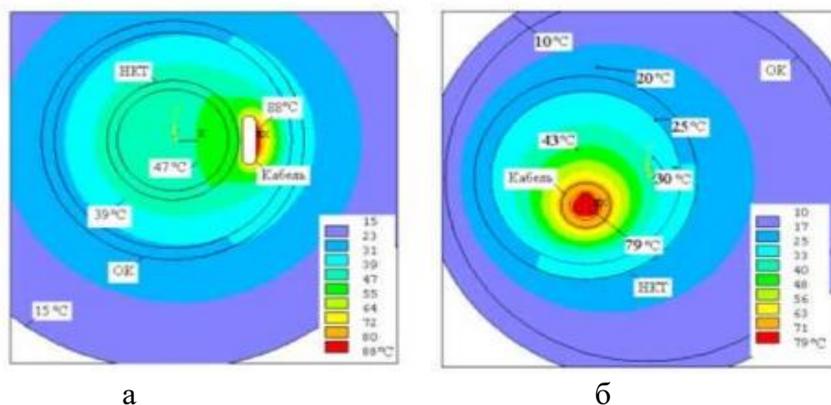


Рис. 5. Распределение температуры в поперечном сечении скважины

Fig. 5. Temperature distribution in the cross-section of the well

а) при мощности 100Вт/м для кабеля, расположенного с внешней стороны НКТ; б) при мощности 24Вт/м для кабеля, расположенного внутри НКТ

a) at a power of 100 W / m for a cable located on the outside of the tubing; b) at a power of 24W / m for a cable located inside the tubing

К распространённым методам удаления АСПО с внутренних поверхностей оборудования относят гидрохимический способ, при котором с помощью химических реагентов происходит промывание резервуаров, механизированный способ очистки путем подачи горячей воды под давлением с помощью гидромониторов, обработкой верхней поверхности нефтехранилищ перегретым паром в течение нескольких дней с последующей механической очисткой, а также использование оборудования струйной абразивной очистки [4]. Данный метод значительно сокращает время очистки, является экономически эффективным и экологически безопасным, но также имеет некоторые отрицательные свойства. К недостаткам механизированного способа очистки резервуаров можно отнести необходимость откачки загрязненной воды на очистные сооружения и относительно большие потери легких фракций из нефтяных остатков, большой расход тепловой энергии на нагрев холодной воды.

Химические методы широко используются для удаления АСПО, но довольно дорогостоящие и оказывают большое экологическое воздействие на окружающую среду. Помимо этого агрессивные реагенты сокращают срок службы металлических частей скважин, причиняя прямые убытки добывающим компаниям. Химические методы позволяют увеличить нефтеотдачу на 25...30 % и имеют экономическую эффективность – 648 р./т [0].

Тепловые - весьма эффективные методы. Они основаны на способности парафина плавиться при температурах выше 50°C и стекать с нагретой поверхности. Осаждение парафина сильно зависит от температуры, поэтому термические методы могут быть очень эффективны как для предотвращения, так и для устранения АСПО [6]. Недостатки термических методов заключаются в высокой энергоёмкости, электро- и пожароопасности, ненадежности и низкой эффективности.

Как видим, что в настоящее время эффективность работ по удалению АСПО невысока. Все вышеперечисленные методы требуют больших материальных затрат, не соответствуют современным требованиям по безопасности и экологичности работ, при этом эффективность их также не может оцениваться как достаточно высокая, так как часто требует увеличения количества повторных операций. Поэтому вопрос разработки новых альтернативных методов удаления накопившихся отложений все еще актуален.

В последние годы среди способов очистки объектов нефтегазового комплекса от АСПО появились новые перспективные надежные, рациональные, результативные и экологически безопасные направления, основанные на применении воздействия на нефтяной поток физических полей (магнитными, ультразвуковыми, вибрационными и др.).

Ультразвуковая обработка (УЗ), вследствие кавитации, приводит значительному повышению скорости химических реакций. Под действием пульсирующих пузырьков и

ударных волн разрушаются агрегаты твердой фазы. УЗ диспергирование проходит успешно при условии, что напряжение, действующее на частицу при захлопывании кавитационной полости, выше реальной прочности измельчаемых материалов. Таким образом, активно воздействуя на кинетику химических реакций и обеспечивая стимуляцию тепло- и массообменных процессов, УЗ способствует увеличению производительности различных технических систем и снижению их энергоемкости и, за небольшим исключением позволяет достичь высокой дисперсности практически любых твердых материалов [7]. Интересным вопросом является возможность применения ультразвука совместно с другими методами.

Модельный расчет применения ультразвукового оборудования для удаления АСПО. Предлагается, что в резервуар с нефтью и отложениями помещается ультразвуковой излучатель, соответственно он занимает положение на границе фаз – «нефть-отложение». Излучатель можно помещать в резервуар, который выведен из эксплуатации, так и в резервуар во время эксплуатации. Далее излучатель включается, и вокруг него нефть с отложениями нагревается, происходит расплавление АСПО, и радиус границы фаз увеличивается.

Ожидается, что по мере увеличения данного радиуса эффективность такого подхода снижается, и необходимо переместить излучатель в новую точку. По мере образования значительного количества жидкой фазы, то есть расплавленных отложений, становится возможным ее откачка из резервуара или иной способ удаления. При воздействии ультразвука происходит плавление АСПО. Соответственно все пространство в резервуаре можно условно поделить на следующие составляющие: жидкая фаза, то есть нефть плюс растворенный АСПО; фронт плавления АСПО, то есть объем малой толщины, с температурой, равной температуре кристаллизации АСПО; твердая фаза, то есть АСПО.

Произведем моделирование распространения тепла. Полагаем, что излучатель имеет сферическую форму. Применим формулу для распространения тепла в сферических координатах:

$$c_v \left(1 + \frac{\chi_0}{r} e^{-ar}\right)^{-1} \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial r} \left(\lambda r^2 \frac{\partial T}{\partial r} \right), \quad (1)$$

где T – температура нефти/АСПО в исследуемом объеме; r – радиус (расстояние до начала координат); c_v – объемная теплоёмкость нефти/АСПО; λ – коэффициент теплопроводности нефти/АСПО.

В рамках данной модели предполагается зависимость температуры только от радиуса и времени $T(r, t)$ (сферическая симметрия). Параметр a – коэффициент затухания ультразвуковых волн в нефти/АСПО; χ_0 – коэффициент, отражающий свойства среды и параметры ультразвуковых волн. Для расчёта запишем уравнение в виде

$$c_{va} \left(1 + \chi_0 \frac{1}{r} \cdot e^{-ar}\right)^{-1} r^2 \frac{\partial T_a}{\partial t} = \left(\frac{\partial}{\partial r} \left(\lambda_a r^2 \frac{\partial T_a}{\partial r} \right) \right) \quad (2)$$

Будем использовать классические разностные схемы для численного решения параболического уравнения общего вида

$$c(r, t) \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial r} \left(k(r, t) \frac{\partial T}{\partial r} \right) + f(r, t), \quad (3)$$

при проведении основного расчёта

$$c(r, t) = c_{va} \left(1 + \chi_0 \frac{1}{r} \cdot e^{-ar}\right)^{-1} r^2, \quad k(r, t) = \lambda_a r^2, \quad f = 0. \quad (4)$$

Введём на отрезке $[r_0, r_{max}]$ равномерную сетку с шагом $h = (r_{max} - r_0)/n$ и узлами $x_i = r_0 + ih$ ($i = 0, \dots, n$).

Аналогично для j -го шага по времени вводим $t_j = j\tau$, $j = 1, \dots, m$, шаг по времени равен $\tau = T/m$.

Разностная схема будет по очереди вычислять значение температуры в узлах:

$$u_i^j = T(x_i, t_j) \quad (5)$$

Основная часть консервативной разностной схемы второго порядка [17] может быть записана в следующем виде:

$$\rho_{i,j} \frac{u_i^{j+1} - u_i^j}{\tau} = \sigma \Lambda^j u^{j+1} + (1 - \sigma) \Lambda^j u^j + \varphi_{i,j}, \quad (6)$$

где оператор Λ^j аппроксимирует приток тепла в узел j из соседних узлов и имеет вид

$$\Lambda^j u^k = \frac{1}{h} \left(a_{i+1,j} \frac{u_{i+1}^k - u_i^k}{h} - a_{i,j} \frac{u_i^k - u_{i-1}^k}{h} \right) \quad (7)$$

коэффициенты $\rho_{i,j}$, $a_{i,j}$, $\varphi_{i,j}$ соответствуют средним значениям c, k, f на отрезках и могут быть вычислены различными способами [17].

В данной работе используется простейший стандартный вариант:

$$\rho_{i,j} = \frac{c(x_i - \frac{h}{2}, t_j + \frac{\tau}{2}) + c(x_i + \frac{h}{2}, t_j + \frac{\tau}{2})}{2}, \quad (8)$$

$$\varphi_{i,j} = \frac{f(x_i - \frac{h}{2}, t_j + \frac{\tau}{2}) + f(x_i + \frac{h}{2}, t_j + \frac{\tau}{2})}{2}, \quad (9)$$

$$a_{i,j} = \frac{k(x_i - h, t_j + \frac{\tau}{2}) + c(x_i, t_j + \frac{\tau}{2})}{2}. \quad (10)$$

Уравнения (6) дополняются начальными и граничными условиями для конкретной задачи. При переходе на каждый следующий шаг по времени решается система линейных алгебраических уравнений относительно $u_0^{j+1} \dots u_n^{j+1}$ при известных $u_0^j \dots u_n^j$.

Вид такой системы определяется из (6). Основная разностная схема с весом σ (обычно $\sigma = 0.5$) имеет вид:

$$\left(\rho_{i,j} + \frac{\sigma \tau}{h^2} (a_{i,j} + a_{i+1,j}) \right) u_i^{j+1} - \frac{\sigma \tau}{h^2} a_{i+1} u_{i+1}^{j+1} - \frac{\sigma \tau}{h^2} a_i u_{i-1}^{j+1} = b_{i,j},$$

$$b_{i,j} = \left(\rho_{i,j} - \frac{(1-\sigma)\tau}{h^2} (a_{i,j} + a_{i+1,j}) \right) u_i^j - \frac{(1-\sigma)\tau}{h^2} (a_{i+1} u_{i+1}^j + a_i u_{i-1}^j) + \tau \varphi_{i,j}. \quad (11)$$

Так как данное уравнение содержит только неизвестные с номерами $i - 1, i, i + 1$, матрица системы является трёхдиагональной и для решения применяется стандартный метод прогонки [17]. Граничные условия первого рода (для случая известной температуры с возможной зависимостью от времени) принимают вид

$$u_0^{j+1} = T_L(t_{j+1}), \quad u_n^j = T_R(t_{j+1}). \quad (12)$$

Граничное условие второго рода

$$\left(-k \frac{\partial u}{\partial x} \right) \Big|_{x=R_0} = Q_L(t) \quad (13)$$

может быть с точностью до h^2 аппроксимировано выражением [17]:

$$a_{1,j} \left[\sigma \frac{u_1^{j+1} - u_0^{j+1}}{h} + (1 - \sigma) \frac{u_1^j - u_0^j}{h} \right] = -Q_{L,j} - \frac{h}{2} f_{0,j} + \frac{h}{2} \rho_{0,j} \frac{u_0^{j+1} - u_0^j}{\tau}, \quad Q_{L,j} = Q_L \left(t_j + \frac{\tau}{2} \right), \quad (14)$$

что приводит к первому уравнению линейной системы вида

$$\left(\frac{\sigma}{h} a_{1,j} + \frac{h}{2\tau} \rho_{0,j} \right) u_0^{j+1} - \frac{\sigma}{h} a_{1,j} u_1^{j+1} = Q_{L,j} + \frac{1-\sigma}{h} a_{1,j} (u_1^j - u_0^j) + \frac{h}{2} f_{0,j} + \frac{h}{2\tau} \rho_{0,j} u_0^j, \quad (15)$$

Аналогичное условие на правой границе интервала

$$\left(-k \frac{\partial u}{\partial x} \right) \Big|_{x=R_{max}} = Q_R(t), \quad (16)$$

может быть записано в виде

$$-\frac{\sigma}{h} a_{n,j} u_{n-1}^{j+1} + \left(\frac{\sigma}{h} a_{n,j} + \frac{h}{2\tau} \rho_{n,j} \right) u_n^{j+1} = -Q_{R,j} - \frac{1-\sigma}{h} a_{n,j} (u_n^j - u_{n-1}^j) + \frac{h}{2} f_{n,j} + \frac{h}{2\tau} \rho_{n,j} u_n^j, \quad (17)$$

Условие фиксированного потока тепла через сферу

$$r = R_0: \quad \frac{\partial u}{\partial r} \Big|_{x=R_0} = \frac{Q}{\lambda F}, \quad (18)$$

$$\text{с учетом } k = \lambda r^2, \quad (19)$$

$$F = 4\pi R_0^2 \quad (20)$$

соответствует подстановке

$$Q_{L,j} = -\frac{Q}{4\pi}. \quad (21)$$

Одним из часто применяемых методов при решении задач с фазовыми переходами является метод с переменным шагом по времени. В каждый момент t_j положение фронта плавления считается совпадающим с одним из узлов сетки: $s(t_j) = x_k$ и шаг по времени выбирается таким образом, чтобы в момент t_{j+1} фронт оказался в соседнем узле (с некоторой погрешностью аппроксимации): $s(t_j) = x_{k+1}$ (при тепловом потоке направо вдоль оси). Положение фронта задаётся функцией $s(t)$, уравнение теплопроводности (1) решается в двух областях (до и после фронта плавления):

$$\begin{aligned} R_{min} < r < s(t): \lambda = \lambda_n, c_v = c_{vn}, \\ s(t) < r < R_{max}: \lambda = \lambda_a, c_v = c_{va}. \end{aligned} \quad (22)$$

Один из путей определения желаемого шага по времени – использование разностной аппроксимации в условия Стефана

$$\left(\lambda_n \frac{\partial T_n}{\partial r} - \lambda_a \frac{\partial T_a}{\partial r} \right) \Big|_{r=s(t)} = -L\rho_a \frac{ds}{dt}, \quad (23)$$

но в этом случае требуется детальный контроль за устойчивостью процесса.

Для вывода расчётной формулы интегрируем уравнение (3) сначала по переменной r (предполагая зависимости c, k только от r) по двум отрезкам $[R_0, s(t)]$ и $[s(t), R_{max}]$:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{R_0}^{s(t)} c(r)T dr - \frac{ds}{dt} (cT) \Big|_{r=s(t)-0} = k(r, t) \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=s(t)-0} - k(r, t) \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=R_0} + \int_{R_0}^{s(t)} f dr, \quad (23)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{s(t)}^{R_{max}} c(r)T dr + \frac{ds}{dt} (cT) \Big|_{r=s(t)+0} = k(r, t) \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=R_{max}} - k(r, t) \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=s(t)+0} + \int_{s(t)}^{R_{max}} f dr \quad (24)$$

Просуммируем эти равенства друг с другом с учётом непрерывности профиля температур и известного разрыва теплового потока (условия Стефана, $k = \lambda r^2$)

$$k(r, t) \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=s(t)-0} - k(r, t) \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=s(t)+0} = -L\rho_a r^2 \frac{ds}{dt}. \quad (25)$$

В итоге получим соотношение

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{R_0}^{R_m} c(r)T dr = Q_L - Q_R - L\rho_a s^2 \frac{ds}{dt} + \int_{R_0}^{s(t)} f dr. \quad (26)$$

Интегрируя его по отрезку $[0, t_{j+1}]$, запишем в случае известных постоянных потоков (граничных условий второго рода)

$$\begin{aligned} \int_{R_0}^{R_m} c(r)T(r, t) dr - \int_{R_0}^{R_m} c(r)T(r, 0) dr = &= (Q_L - Q_R)t_{j+1} - L\rho_a s^2 (s(t) - s(0)) + \\ &+ \int_0^{t_{j+1}} \int_{R_0}^{s(t)} f dr, \end{aligned} \quad (27)$$

откуда легко выразить перейти к приближённому соотношению для вычисления t_{j+1} .

При движении фронта слева $s(t_j) = x_j$ и отсутствии источников тепла ($f = 0$) получим

$$t_{j+1} = (Q_L - Q_R)^{-1} \left(h \sum_{i=1}^N \rho_{i,j} u_i^{j+1} - h \sum_{i=1}^N \rho_{i,j} u_i^0 + \rho_a L (x_{j+1})^2 (x_{j+1} - s_0) \right) \quad (28)$$

и шаг по времени

$$\tau_{j+1} = t_{j+1} - t_j. \quad (29)$$

Если тепловой поток на границах не постоянный, например, вычисляется приближенно по условию фиксированной температуры, то вместо полного интегрирования $Q_L - Q_R$ по времени можно ограничиться отрезком интегрирования $[t_j, t_{j+1}]$ и аналогично записать

$$\tau_{j+1} = (Q_L - Q_R)^{-1} \left(h \sum_{i=1}^N \rho_{i,j} u_i^{j+1} - h \sum_{i=1}^N \rho_{i,j} u_i^j + \rho_a L (x_{j+1})^2 h \right). \quad (30)$$

Процесс вычислений для перемещения фронта плавления на один шаг сетки заключается в составлении и решении системы описанной выше системы уравнений с трёхдиагональной матрицей с дополнительной фиксацией температуры T_c в узле x_{j+1} для некоторого шага $\tau_{j+1}^{(0)}$,

Пример профиля температуры приведен на рис. 7.

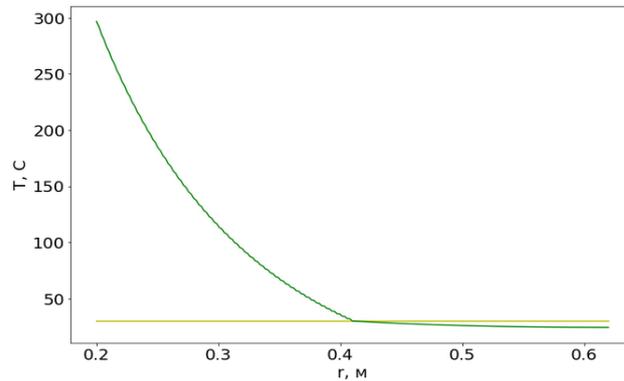


Рис. 7. Пример профиля температуры
Fig. 7. Example of a temperature profile

Завышенная температура объясняется достаточно произвольно заданным значением теплового потока. Перемещение фронта плавления изображено на рис. 8:

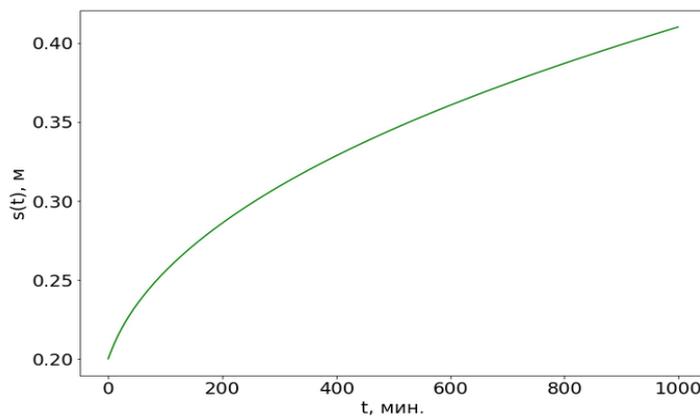


Рис. 8. Перемещение фронта плавления
Fig. 8. Moving the melting front

Изменим граничные условия, зафиксировав про $r = R_0$ температуру $T_n = 45^\circ\text{C}$ (тепловой поток становится переменным, для согласования шага по времени используется формула (9)).

Графики перемещения фронта плавления приведены на Рис. 8. Пунктиром изображено более быстрое перемещение изотермы $T = T_{кр} = 30^\circ\text{C}$ без учёта теплоты плавления вещества (в предположении $L = 0$)

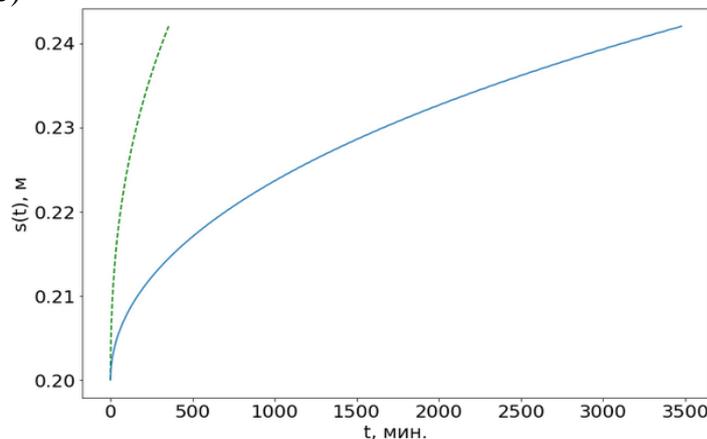


Рис. 9. Перемещение фронта плавления для граничного условия с температурой $T_L = 45^\circ\text{C}$
Fig. 9. Moving the melting front for the boundary condition with temperature $T_L = 45^\circ\text{C}$

Пример профиля температур для данного граничного условия приведён на рис. 10.

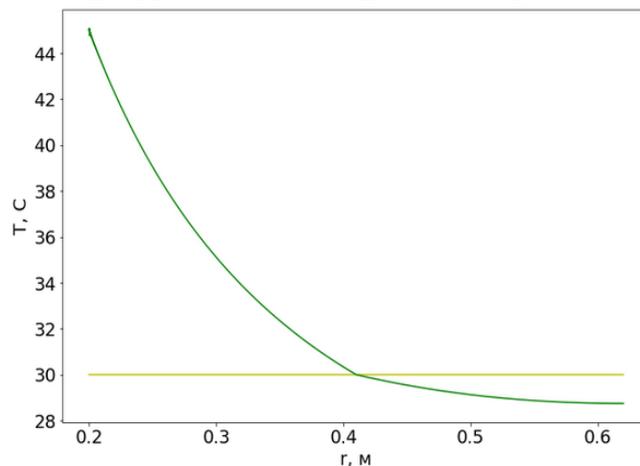


Рис. 10. Пример профиля температуры $T(r)$ для граничного условия $T_L = 45^\circ\text{C}$

Fig. 10. Example of a temperature profile $T(r)$ for the boundary condition $T_L = 45^\circ\text{C}$

Вывод. Разработана математическая модель применения ультразвукового оборудования для удаления АСПО. Приведены результаты математического моделирования распространения тепла.

Область применения ультразвуковой обработки широка: от воздействия его на призабойные зоны пласта и скважин до очистки объектов транспорта и хранения от асфальтосмолопарафиновых отложений.

Библиографический список:

1. Галиакбарова, Э.В., Бахтизин Р.Н., Надыршин, А.С., Галиакбаров, В.Ф. Безопасное энергетически эффективное исключение осадконакопления при хранении нефти в резервуарных емкостях // Электронный научный журнал «Нефтегазовое дело». 2015, №4. С. 142-148.
2. Иванова, Л.В., Буров Е.А., Кошелев В.Н. Асфальтосмолопарафиновые отложения в процессах добычи, транспорта и хранения // Электронный научный журнал «Нефтегазовое дело» 2011, №1. С. 268-284.
3. Hamida T. Effects of Ultrasonic Waves on Immiscible and Miscible Displacement in Porous Media/T. Hamida, T. Babadagli//2005 SPE Technical Conference and Exhibition. Dallas, Texas, 2005.
4. Goswant, T. K. How to Get Rid of Paraffin Deposition in Pipe Line / T. K. Goswant // Chem. Age India. – 1969. Vol. 20. No 4. pp. 15–16.
5. Malykh, N. On Sonocapillary Effect / N. Malykh, V. Petrov // XIII Session of the Russian Acoustical Society. Moscow, 2003.
6. Злобин А.А. К вопросу о механизме действия ингибиторов для защиты от асфальтосмолопарафиновых отложений (АСПО)/А.А. Злобин, И. Р. Юшков // Вестник ПНИПУ. Геология. Нефтегазовое и горное дело. 2011. С. 78–83.
7. Бергман Л. Ультразвук и его применение в науке и технике / Пер. с немец. М.: Иностр. лит., 1957. 726 с.
8. Abramov V.O., Ultrasonic technology for enhanced oil recovery from failing oil wells and the equipment for its implementation / Abramov V.O., Mullakaev M.S., Abramova A.V., Esipov I.B., Mason T.J. // Ultrasonics Sonochemistry. 2013. Vol. 20. No. 5. pp. 1289–1295.
9. Abramov O.V, Extraction of bitumen, crude oil and its products from tar sand and contaminated sandy soil under effect of ultrasound / Abramov O.V., Abramov V.O., Myasnikov S.K., Mullakaev M.S. // Ultrasonics Sonochemistry. 2009. Vol. 16. No. 3. pp. 408-416.
10. Хофштаттер Г., Павлов М.В., Мастобаев Б.Н. Применение ультразвука для разрушения асфальтосмолопарафиновых отложений в трубопроводе при транспортировке нефти // Транспорт и хранение нефтепродуктов и углеводородного сырья, 2014. № 3. С. 6–9.
11. Павлов М.В., Применение ультразвука для очистки от асфальтосмолистых и парафиновых отложений на объектах транспорта и хранения нефти: дис. канд. техн. наук: 25.00.19 / Павлов Михаил Валентинович, М., 2019. 133 с.
12. Асылбаев Д.Ф., Муллакаев М.С., Абрамов В.О., Прачкин В.Г. Исследование комбинированного воздействия ультразвука и химических реагентов на реологические свойства нефти Боровского месторождения // Оборудование и технологии для нефтегазового комплекса. 2013. № 5. С. 34–36.
13. Beresnev I.A., Johnson P. A., Elastic-wave stimulation of oil production: A review of methods and results, Geophysics, vol. 59, no. 6, pp. 1000-1017, 1994.

14. F. Van der Bas and e. al., "Radial Near Wellbore Stimulation by Acoustic Waves," in SPE International Symposium and Exhibition on Formation Damage Control, Lafayette, 2004
15. Mason T., *Advances in Sonochemistry* // JAI Press. 1 – 1989, 323 p.; 2 – 1991. – 345 p.; 3 – 1993. – P. 328; 4 – 1996. – 351 p.
16. Price G. *Current Trends in Sonochemistry*. L.: Royal Soc. of Chemistry, 1990. 121 p.
17. Самарский А. А. Введение в теорию разностных схем [Текст]. М.: Наука, 1971. 552 с.
18. Zerroukat, Mohamed & Chatwin, Chris. (1997). Computational Moving Boundary Problem. *Journal of Fluid Mechanics*. 343. pp.407-407.
19. Gupta R. S., Kumar D. Variable time step methods for one-dimensional Stefan problem with mixed boundary condition // *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 1981. Vol. 24. No. 2. pp. 251-259.
20. Кот В.А. Высокоточные полиномиальные решения классической задачи Стефана // *Технические науки*, 2017. №6. С. 112-122.
21. Муллакаев, М.С. Ультразвуковая интенсификация добычи и переработки нефти // М.: ОАО "ВНИИО-ЭНГ", 2014. 168. с.
22. Чесников А.В. Что ждет сервисные компании в нефтегазовой отрасли России? // *Нефть и Газ Евразия*. 2008. № 10, с. 10-15.

References:

1. Galiakbarova, E.V, Bakhtizin R.N, Nadyrshin, A.S., Galiakbarov, V.F. Bezopasnoye energeticheski effektivnoye isklyucheniye osadkonakopleniya pri khraneniі nefti v rezervuarnykh yemkostyakh // *Elektronnyy nauchnyy zhurnal «Neftegazovoye delo»* 2015, №4. S. 142-148. [Galiakbarova, E. V., Bakhtizin, R. N., Nadyrshin, A. S., Galiakbarov, V. F. Safe energy-efficient exclusion of sedimentation during oil storage in reservoir tanks / / *Electronic scientific journal "Oil and Gas Business"* 2015, No. 4. pp. 142-148. (In Russ)]
2. Ivanova, L.V, Burov Ye.A., Koshelev V.N. Asfal'tosmoloparafinovyye otlozhe niya v protsessakh dobychi, transporta i khraneniya // *Elektronnyy nauchnyy zhurnal «Neftegazovoye delo»* 2011, №1. S. 268-284. [Ivanova, L. V., Burov, E. A., Koshelev, V. N. Asphalt-resin-paraffin deposits in mining, transport and storage processes // *Electronic scientific journal "Oil and Gas Business"* 2011, No. 1. pp. 268-284. (In Russ)]
3. Hamida, T. Effects of Ultrasonic Waves on Immiscible and Miscible Displacement in Porous Media / T. Hamida, T. Babadagli // 2005 SPE Technical Conference and Exhibition. Dallas, Texas, 2005.
4. Goswant, T. K. How to Get Rid of Paraffin Deposition in Pipe Line / T. K. Goswant // *Chem. Age India*. – 1969. Vol. 20. No 4. pp. 15–16.
5. Malykh, N. On Sonocapillary Effect / N. Malykh, V. Petrov // XIII Session of the Russian Acoustical Society. Moscow, 2003.
6. Zlobin, A. A. K voprosu o mekhanizme deystviya ingibitorov dlya zashchity ot asfal'tosmoloparafinovykh otlozheniy (ASPO) / A. A. Zlobin, I. R. Yushkov // *Vestnik PNIPU. Geologiya. Neftegazovoye i gornoye delo*. 2011. S. 78–83. [Zlobin, A. A. On the question of the mechanism of action of inhibitors for protection from asphalt-resin-paraffin deposits (ASPO) / A. A. Zlobin, I. R. Yushkov // *Vestnik PNRPU. Geology. Oil and gas and mining*. 2011. pp. 78-83. (In Russ)]
7. Bergman L. *Ultrasound and its application in science and technology* / Per. s. nemets. M.: Inostr. lit., 1957. 726 p.
8. Abramov V.O., *Ultrasonic technology for enhanced oil recovery from failing oil wells and the equipment for its implementation* / Abramov V.O., Mullakaev M.S., Abramova A.V., Esipov I.B., Mason T.J. // *Ultrasonics Sonochemistry*. 2013. Vol. 20. No. 5. pp. 1289–1295.
9. Abramov O.V, *Extraction of bitumen, crude oil and its products from tar sand and contaminated sandy soil under effect of ultrasound* / Abramov O.V., Abramov V.O., Myasnikov S.K., Mullakaev M.S. // *Ultrasonics Sonochemistry*. 2009. Vol. 16. No. 3.C. 408-416.
10. Khofshtatter G., Pavlov M.V., Mastobayev B.N. Primeneniye ul'trazvuka dlya razrusheniya asfal'tomoloparafinovykh otlozheniy v truboprovode pri transportirovke nefti // *Transport i khraneniye nefteproduktov i uglevodorodnogo syr'ya*, 2014. № 3. S. 6–9. [Hofstatter G., Pavlov M. V., Mastobaev B. N. Application of ultrasound for destruction of asphalt-paraffin deposits in the pipeline during oil transportation//*Transport and storage of petroleum products and hydrocarbon raw materials*, 2014. No. 3. pp. 6-9. (In Russ)]
11. Pavlov M.V., *Primeneniye ul'trazvuka dlya ochistki ot asfal'tosmolistykh i parafinovykh otlozheniy na ob'yektakh transporta i khraneniya nefti: dis. kand. tekhn. nauk: 25.00.19* / Pavlov Mikhail Valentinovich, M., 2019. 133 s. [Pavlov M. V., *Application of ultrasound for cleaning from asphalt resinous and paraffin deposits at oil transport and storage facilities: dis. cand. tech. nauk: 25.00.19* / Pavlov Mikhail Valentinovich, M., 2019. 133 p. (In Russ)]
12. Asylbayev D.F., Mullakayev M.S., Abramov V.O., Prachkin V.G. Issledovaniye kombinirovannogo vozdeystviya ul'trazvuka i khimicheskikh reagentov na reologicheskkiye svoystva nefti Borovskogo mestorozhdeniya // *Oborudovaniye i tekhnologii dlya neftegazovogo kompleksa*. 2013. № 5. S. 34–36. [Asylbaev D. F., Mullakaev M. S., Abramov V. O., Prachkin V. G. Investigation of the combined effect of ultrasound and chemical reagents

- on the rheological properties of Borovskoye oil // Equipment and technologies for the oil and gas industry. 2013. No. 5(In Russ)]
13. Beresnev I.A., Johnson P. A., Elastic-wave stimulation of oil production: A review of methods and results, Geophysics, Vol. 59, No. 6, pp. 1000-1017, 1994.
 14. F. Van der Bas and e. al., "Radial Near Wellbore Stimulation by Acoustic Waves," in SPE International Symposium and Exhibition on Formation Damage Control, Lafayette, 2004
 15. Mason T., Advances in Sonochemistry // JAI Press. – 1 – 1989, 323 p.; 2 – 1991. – 345 p.; 3 – 1993. – P. 328; 4 – 1996. – 351 p.
 16. Price G. Current Trends in Sonochemistry. L.: Royal Soc. of Chemistry, 1990. 121 p.
 17. Samarskiy A. A. Vvedeniye v teoriyu raznostnykh skhem [Tekst]. – M.: Nauka, 1971. – 552 s. [Samarsky A. A. Introduction to the theory of difference schemes [Text]. M.: Nauka, 1971. 552 p. (In Russ)]
 18. Zerroukat, Mohamed & Chatwin, Chris. (1997). Computational Moving Boundary Problem. Journal of Fluid Mechanics. 343. pp. 407-407.
 19. Gupta R. S., Kumar D. Variable time step methods for one-dimensional Stefan problem with mixed boundary condition //International Journal of Heat and Mass Transfer. 1981. T. 24. No. 2. pp. 251-259.
 20. Kot V.A. Vysokotochnyye polinomial'nyye resheniya klassicheskoy zadachi Ctefana // Tekhnicheskiye nauki, 2017. №6. S. 112-122.
 21. Mullakayev, M.S. Ul'trazvukovaya intensivatsiya dobychi i pererabotki nefi // M.: OAO "VNIIOENG", 2014. 168. s. [Mullakaev, M. S. Ultrasonic intensification of oil production and processing / / Moscow: JSC "VNIIOENG", 2014. 168p. (In Russ)]
 22. Chesnokov A.V. Chto zhdet servisnyye kompanii v neftegazovoy otrasli Rossii? // Neft' i Gaz Yevraziya. – 2008. № 10. S. 10-15 [Chesnokov A.V. What is waiting for service companies in the oil and gas industry of Russia? // Oil and Gas Eurasia. 2008. № 10. pp. 10-15. (In Russ)]

Сведения об авторах:

Хурамшина Регина Азатовна, аспирант, Khuramshina.regina@mail.ru

Соколова Виктория Владимировна, кандидат филологических наук, доцент, vsokolova21@yandex.ru

Information about the authors:

Regina A. Khuramshina, Postgraduate, Khuramshina.regina@mail.ru

Viktoriya V. Sokolova, Cand. Sci. (Philological), Assoc. Prof., vsokolova21@yandex.ru

Конфликт интересов.

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Поступила в редакцию 14.05.2021.

Принята в печать 01.06.2021.

Conflict of interest.

The authors declare no conflict of interest.

Received 14.05.2021.

Accepted for publication 01.06.2021.