

**Для цитирования:** В.Б. Мелехин, М.В. Хачумов. Об одном подходе решения задачи коммивояжера для планирования автономным беспилотным летательным аппаратом маршрутов облета целей. Вестник Дагестанского государственного технического университета. Технические науки. 2021; 48(1): 108-118. DOI:10.21822/2073-6185-2021-48-1-108-118

**For citation:** V.B. Melekhin, M.V. Khachumov. On one approach to solving the traveling salesman problem for autonomous unmanned aerial vehicle planning of target flight paths. Herald of Daghestan State Technical University. Technical Sciences. 2021; 48 (1): 108-118. (In Russ.) DOI:10.21822/2073-6185-2021-48-1-108-118

**ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ**  
**COMPUTER SCIENCE, COMPUTER ENGINEERING AND MANAGEMENT**  
**УДК 62.506.29.519**  
**DOI:10.21822/2073-6185-2021-48-1-108-118**

**ОБ ОДНОМ ПОДХОДЕ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ КОММИВОЯЖЕРА ДЛЯ ПЛАНИРОВАНИЯ  
АВТОНОМНЫМ БЕСПИЛОТНЫМ ЛЕТАТЕЛЬНЫМ АППАРАТОМ МАРШРУТОВ  
ОБЛЕТА ЦЕЛЕЙ**

<sup>1</sup>Мелехин В.Б., <sup>2,3</sup>Хачумов М.В.

<sup>1</sup>Дагестанский государственный технический университет,  
<sup>1</sup>367026, г. Махачкала, пр. Имама Шамиля, 70, Россия,

<sup>2</sup>Федеральный исследовательский центр «Информатика и управление» Российской академии наук,

<sup>2</sup>119333, Москва, ул. Вавилова, д.44, кор.2, Россия,

<sup>3</sup>Российский университет дружбы народов (РУДН),

<sup>3</sup>117198, г. Москва, ул. Миклухо-Маклая, 6, Россия

**Резюме. Цель.** Разработать принцип построения инструментальных средств и процедур оптимальной маршрутизации облета целей автономным беспилотным летательным аппаратом, обладающих приемлемой для реализации на бортовой ЭВМ сложностью. **Методы.** Сформулированы правила оптимизации карты местности с расположенными на ней целями, создание матрицы штрафов, позволяющей учитывать в процессе планирования возмущающие факторы нестабильной воздушной среды, и построение опорного дерева поиска минимального по принятой стоимости маршрута облета целей. **Результаты.** Предложен принцип, позволяющий разработать эффективные процедуры планирования минимальных по принятой стоимости маршрутов облета целей в нестабильной воздушной среде. В основу планирования поведения закладывается оптимизация формального описания заданной карты местности, приводящая к существенному сокращению количества сравниваемых между собой альтернатив в процессе поиска минимального маршрута облета целей. Это, в свою очередь, обеспечивает возможность реализации процедур планирования на бортовой вычислительной системе автономного беспилотного летательного аппарата. Доказано утверждение, позволяющее обосновать наличие минимального по принятой стоимости маршрута облета целей в формальном описании карты местности, полученном в результате преобразования исходного ее представления на основе разработанных правил оптимизации. **Вывод.** Рассмотренный подход позволяет эффективным образом решать различного вида задачи, сводящиеся к задаче о коммивояжере, в том числе планировать и минимальный маршрут облета целей автономным беспилотным летательным аппаратом в нестабильной воздушной среде в условиях неопределенности.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ, проекты: 18-07-00025 а и 17-29-070003 офу \_м

**Ключевые слова:** беспилотный летательный аппарат, проблемная среда, карта местности, возмущающие факторы, облет целей, оптимальный маршрут

## ON ONE APPROACH TO SOLVING THE TRAVELING SALESMAN PROBLEM FOR AUTONOMOUS UNMANNED AERIAL VEHICLE PLANNING OF TARGET FLIGHT PATHS

<sup>1</sup>V. B. Melekhin, <sup>2,3</sup> M.V. Khachumov

<sup>1</sup> Daghestan State Technical University,

<sup>1</sup>70 I. Shamil Ave., Makhachkala 367026, Russia,

<sup>2</sup> Federal Research Center «Informatics and Management» of the Russian Academy of Sciences,

<sup>2</sup> 44 Vavilova St., building 2, Moscow 119333, Russia,

<sup>3</sup> Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University),

<sup>4</sup> 6 Miklukho-Maklaya St., Moscow 117198, Russia

**Abstract. Objective.** Develop a principle of constructing tools and procedures for optimal routing of targets by an autonomous uncrewed aerial vehicle, which have an acceptable complexity for implementation on an onboard computer. **Methods.** The rules for optimizing the terrain map with the located targets, creating a penalty matrix that considers the disturbing factors of the unstable air environment in the planning process, and building a reference tree for finding the minimum route for the accepted cost of flying around the targets. **Results.** A principle is proposed to develop effective procedures for planning minimum cost-effective routes to fly around targets in an unstable air environment. The basis for behavior planning is the optimization of the formal description of a given terrain map, which leads to a significant reduction in the number of alternatives compared in the process of searching for a minimum route to fly around targets. This, in turn, makes it possible to implement planning procedures on the onboard computer system of an autonomous uncrewed aerial vehicle. A statement is proved to justify the existence of a minimum route for the accepted cost of overflying targets in the formal description of the terrain map obtained as a result of converting its original representation based on the developed optimization rules. **Conclusion.** The considered approach effectively solves various types of issues reduced to the traveling salesman problem, including planning the minimum route of flying around targets by an autonomous uncrewed aerial vehicle in an unstable air environment under uncertainty conditions.

**Acknowledgments.** The work was partially supported by the RFBR, projects: 18-07-00025 a and 17-29-070003 ofi\_m

**Keywords:** uncrewed aerial vehicle, problem environment, terrain map, disturbing factors, target overflight, optimal route

**Введение.** К одной из сложных задач, решаемых автономным (не управляемым диспетчером с земли) беспилотным летательным аппаратом (АБЛА), следует отнести маршрутизацию облета расположенных на земле целей с оптимальными затратами, имеющихся у него полетных ресурсов в нестабильной воздушной среде (ВС) [1, 2].

Это обусловлено тем, что планирование АБЛА оптимального маршрута облета целей сводится к решению задачи коммивояжера, которое в общем случае имеет экспоненциальную сложность [3,4]. Следует отметить, что в настоящее время разработано большое количество различных методов решения задачи коммивояжера. Например, ее можно решить на основе эвристических алгоритмов с применением метода ветвей и границ [5,6], с привлечением интеллектуальных инструментальных средств [7], генетических [8,9] и роевых алгоритмов [10, 11]. Нашли широкое применение также алгоритмы, опирающиеся на методы целочисленного линейного [12] и динамического программирования [13], алгоритмы поиска, связанные с построением циклического покрытия графа, определяющего формальное описание карты местности с расположенными на ней целями [14] и т.д.

Однако, не смотря на разнообразие методов решения задачи коммивояжера, все они, в конечном итоге, базируются на применении эвристических инструментов, обеспечивающих сокращение перебора в процессе поиска оптимального маршрута облета целей.

В результате такие алгоритмы, хотя и приводят к сокращению числа сравниваемых между собой альтернатив в процессе поиска, но решение задачи коммивояжера на их основе

все еще остается достаточно трудоемким. В результате, практическое применение данных и аналогичных им методов [15, 16] для планирования поведением АБЛА ограничено необходимостью создания для их реализации поддерживающих подсистем на базе аппаратуры наземного базирования, так как бортовые ЭВМ автономных беспилотных летательных аппаратов имеют ограниченные вычислительные ресурсы.

Таким образом, возникает необходимость в разработке процедур планирования маршрута облета целей в нестабильной ВС, которые обладают сложностью, позволяющей их эффективную реализацию на бортовой ЭВМ системы автоматического управления АБЛА.

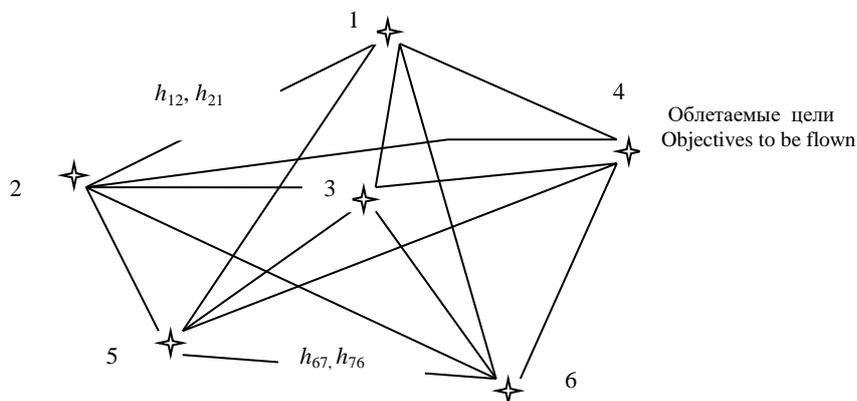
**Постановка задачи.** В настоящей работе для решения данной проблемы предлагаются процедуры планирования, основанные на применении эвристических правил, служащих не для сокращения перебора в процесса поиска, а для оптимизации заданной в формальном виде карты местности с обозначенными на ней координатами расположенных на земле целей. Построенные на такой основе процедуры планирования маршрута облета целей в нестабильной ВС позволяют существенным образом обойти отмеченные выше проблемы, связанные с высокой сложностью решения задачи коммивояжера.

**Методы исследования. Построение и оптимизация формальной модели карты местности в процессе поиска оптимального маршрута облета целей.**

К одному из подходов повышения эффективности методов поиска оптимального маршрута облета целей можно отнести формальное представление и допустимую оптимизацию модели карты, отражающей местоположение целей на территории облетаемого участка местности.

Другими словами, необходимо чтобы карта местности, с одной стороны, обеспечивала возможность выбора оптимального по сложности маршрута облета целей в реальном времени, а с другой стороны, позволяла бы сократить в процессе поиска количество просматриваемых альтернативных вариантов решаемой задачи.

В общем случае формальным образом карту местности с расположенными на ней целями удобно представить в виде неориентированного полного графа  $G_1 = (V_1, E_1)$  без петель (рис.1) построенного в заданной системе координат.



**Рис.1. Исходно заданная формальная модель карты местности с расположенными на ней целями**  
**Fig.1. Initially specified formal terrain map model with targets located on it**

Здесь  $V_1 = \{v_i\}, i = 1, 2, \dots, 7$  – множество вершин, помеченных координатами положения целей на местности, а  $E_1 = \{e_j(i, i^*)\}, j = 1, 2, \dots, 21$  – множество ребер определяемых штрафами

$h_{k,j}$ , связанными с преодолением расстояний между инцидентными по карте местности целями, точками отлета и прибытия АБЛА с учетом действующих в нестабильной ВС возмущений.

Штрафы  $h_{k,j}$  перелета от  $k$  местоположения АБЛА к  $j$  цели или от  $k$  к  $j$  цели зависят от расстояния между соответствующими точками, расположенными на местности и различных возмущающих факторов нестабильной ВС, влияющих на скорость полета летательного аппарата над соответствующими участками наземной среды.

При этом к основным возмущающим факторам ВС, влияющим на величину штрафов, следует отнести направление, скорость и угол под которым ветер воздействует на АБЛА в воздушном пространстве [17].

Необходимо отметить, что штрафы  $h_{k,j}$ , которыми помечаются ребра  $e_j(i, i^*) \in E$  графа  $G_1$ , определяются АБЛА в реальном времени путем решения навигационного треугольника скоростей [18] и построенной на этой основе и экспертных данных лингвистической функции [19], зависящая лингвистическая переменная которой, определяется степенью влияния возмущающих факторов ВС на полет АБЛА по выбранному маршруту облета целей.

Роль независимых лингвистических переменных данной функции выполняют направление и средняя скорость полета АБЛА, скорость и направления ветра, принятые относительно заданной системы координат после выполнения соответствующих замеров информационной измерительной системой АБЛА в нестабильной ВС.

На основе полученной таким образом формальной модели карты местности, например, приведенной на рис. 1, формируется таблица штрафов  $M_1$  (табл.1), представляющая собой матрицу смежности вершин графа  $G_1$ , элементы которой определяются штрафами  $h_{k,j}$  перелета АБЛА из точки  $k$  в точку  $j$ , которые вычисляются по построенной лингвистической функции.

**Таблица 1. Вид матрицы штрафов  $M_1$  перелета АБЛА от одной цели к другой построенной на основе модели местности приведенной на рис. 1**

**Table 1. Matrix of penalties for ABLA flight from one target to another based on the terrain model shown in Fig. 1**

	$v_1$	$v_2$	$v_3$	$v_4$	$v_5$	$v_6$
$v_1$	0	$h_{21}$	$h_{31}$	$h_{141}$	$h_{51}$	$h_{61}$
$v_2$	$h_{12}$	0	$h_{32}$	$h_{42}$	$h_{52}$	$h_{62}$
$v_3$	$h_{13}$	$h_{23}$	0	$h_{43}$	$h_{53}$	$h_{63}$
$v_4$	$h_{14}$	$h_{24}$	$h_{34}$	0	$h_{54}$	$h_{64}$
$v_5$	$h_{15}$	$h_{25}$	$h_{35}$	$h_{45}$	0	$h_{65}$
$v_6$	$h_{16}$	$h_{26}$	$h_{36}$	$h_{46}$	$h_{56}$	0

Учитывая, что точки подлета и отлета АБЛА от заданного участка местности, могут меняться во времени (например, для АБЛА палубного базирования), то после их определения в структуре графа  $G_1$ , проводится его оптимизация, т.е. строится частичный граф  $G_1^*$  исходного графа.

Для этого из графа  $G_1$  удаляется основная часть ребер, которые не входят в оптимальный маршрут облета целей, на основе следующих эвристических правил его преобразования.

1. Все ребра в графе  $G_1$  заменяются парами разнонаправленных дуг. В результате получается ориентированный мульти граф  $G_1^*$ .

2. Вершины  $v_0, v_k \in G_1^*$ , которые, соответственно, дополнительно помечаются координатами точек подлета и отлета АБЛА от заданного участка местности связываются дугами со всеми остальными вершинами формируемого ориентированного графа  $G_1^*$ . При этом ориента-

ция дуг должна быть направлена от точки полета к вершинам, которые помечены целями, а дуги, связывающие цели с точкой отлета, ориентированы в сторону последней.

Остальные дуги такого вида, связывающие между собой точку подлета и отлета АБЛА к заданному участку местности, из мультиграфа  $G_1^*$  удаляются.

В результате точки подлета и отлета становятся непосредственно не связанными между собой в преобразуемой модели карты местности.

3. В ориентированном мульти графе  $G_1^*$ , каждая вершина помеченная целью, должна оставаться смежной, т.е. связанной исходящими из нее дугами только с двумя другими смежными с ней вершинами, помеченными целями, которые достигаются из нее с минимальными штрафами. Для этого все остальные дуги между смежными целями в мультиграфе  $G_1^*$  удаляются.

4. Частичный граф, определяющий смежные между собой цели, не включающий точки отлета и прибытия АБЛА, после проведение указанных выше преобразований должен оставаться связанным. Если данное условие не выполняется, то в него добавляется дуга, позволяющая обеспечить данное условие, которая имеет минимальную стоимость в графе  $G_2 = G_1 \setminus G_1^*$ , где  $G_2$  – дополнение графа  $G_1$  до графа  $G_1^*$ .

Рассмотрим в качестве примера случай, когда первая и шестая вершины исходного графа  $G_1$  (рис. 1), соответственно определяют заданные точки отлета и подлета АБЛА к заданному участку местности, а матрица штрафов  $M_2$  перелета АБЛА от одной цели к другой для исходной карты местности определяется данными приведенными в табл. 2.

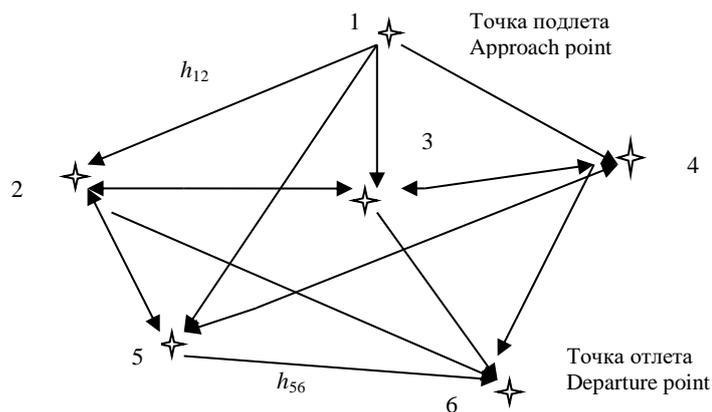
**Таблица 2. Матрица штрафов  $M_1$  перелета АБЛА от одной цели к другой для исходной модели карты местности**  
**Table 2. Matrix of penalties for ABLA flight from one target to another for the original terrain map model**

$v_i$	$v_1$	$v_2$	$v_3$	$v_4$	$v_5$	$v_6$
$v_1$	0	6	5	7	4	6
$v_2$	5	0	2	6	4	7
$v_3$	5	3	0	2	6	7
$v_4$	8	6	4	0	3	5
$v_5$	6	2	5	3	0	4
$v_6$	7	8	6	5	6	0

Следует отметить, что предложенные правила преобразования исходного графа  $G_1$  позволяют получить оптимальную, с точки зрения решаемой задачи, его часть  $G_1^*$ , обеспечивающую возможность построения дерева поиска решения в пространстве формального представления карты местности, включающего усеченное множество альтернативных маршрутов облета целей, включающее и минимальный по стоимости путь облета целей.

**Построение дерева поиска оптимального маршрута облета целей.** После оптимизации полного мультиграфа  $G_1$  на основе допустимых эвристических правил его преобразования пп. 1 – 4, в результате получится ориентированный граф  $G_1^* = (V_1^*, E_1^*)$  следующего вида (рис.2).

Назовем полученный таким образом граф  $G_1^*$  опорным графом для поиска оптимального маршрута облета целей, который формальным образом определяет карту местности с расположенными на ней целями и точками подлета и отлета АБЛА от заданного участка местности.



**Рис. 2. Полученная после выполнения допустимых преобразований модель карты местности в виде ориентированного графа  $G_1^*$**   
**Fig. 2. The terrain map model obtained after performing admissible transformations in the form of a directed graph**

На основе полученной таким образом опорной модели карты местности в виде ориентированного графа  $G_1^*$ , строится матрица смежности его вершин  $M_3$ , элементы которой определяются штрафами пролета АБЛА между смежными целями, например, (табл.3).

**Таблица 3. Матрица штрафов перелета АБЛА от одной цели к другой полученная на основе преобразованной модели карты местности**  
**Table 3. Matrix of penalties for ABLA flight from one target to another based on the transformed terrain map model**

$v_i$	$v_1$	$v_2$	$v_3$	$v_4$	$v_5$	$v_6$
$v_1$	0	6	5	7	4	6
$v_2$	0	0	2	0	4	7
$v_3$	0	3	0	2	0	7
$v_4$	0	0	4	0	3	5
$v_5$	0	2	0	3	0	4
$v_6$	0	0	0	0	0	0

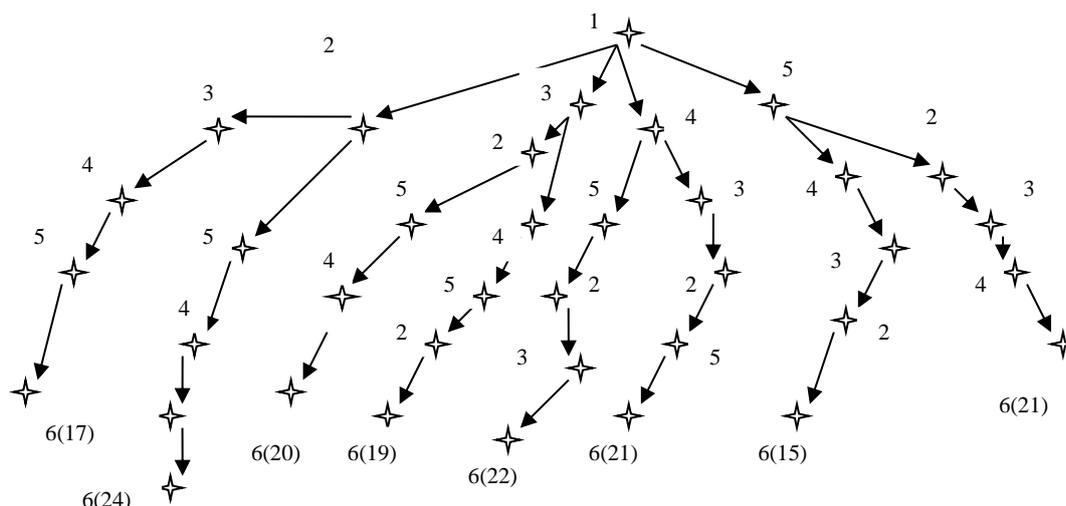
Затем по матрице смежности  $M_3$  вершин графа  $G_1^*$  формируется опорное дерево допустимых маршрутов облета целей (рис.3).

Полученное таким образом дерево альтернативных маршрутов облета целей позволяет определить минимальный по стоимости маршрут облета целей путем сравнения между собой оценок их стоимости, которыми помечены его висячие вершины.

Для приведенного на рис.3 дерева минимальный маршрут облета АБЛА целей имеет стоимость, равную 15 условным единицам и определяется следующей структурой:

$$L_8 = \langle 1 \rightarrow 5 \rightarrow 4 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 6 \rangle.$$

Таким образом, в общем случае предложенный метод поиска оптимальных маршрутов облета целей по исходно заданной формальным образом карты местности  $G_1$  включает следующие основные этапы реализации.



**Рис. 3. Дерево допустимых маршрутов облета целей**  
**Fig. 3. Tree of valid routes for flying over targets**

1. Проведение оптимизации исходно заданной формальной модели карты местности  $G_1$  на основе правил преобразования пп. 1 – 4. и получения на этой основе опорного графа  $G_1^*$  поиска минимального по штрафу маршрута облета целей.

2. Построение на основе полученного опорного графа  $G_1^*$  и соответствующей ему матрицы смежности, например,  $M_3$ , дерева допустимых альтернативных маршрутов облета целей.

3. Выбор по построенному опорному дереву допустимых альтернатив минимального по штрафу маршрута облета целей.

**Обсуждение результатов.** Для обоснования эффективности предложенного принципа построения процедур планирования АБЛА оптимального маршрута облета целей, на основе опорного графа поиска  $G_1^*$ , докажем справедливость того, что в данном графе остается минимальный по сложности маршрут  $L_{\min} \in G_1$ .

**Утверждение.** После оптимизации исходного графа  $G_1$  на основе правил преобразования пп. 1 – 4, для полученного в результате частичного графа  $G_1^*$ ,  $G_1^* \subset G_1$ , на основе которого строится дерево поиска оптимального маршрута облета целей, выполняется условие  $L_{\min}^* = L_{\min}$ , где  $L_{\min}^* \in G_1^*$  – минимальный по принятой стоимости маршрут облета целей, который включает дерево альтернатив, сформированное на основе опорного графа  $G_1^*$ ;  $L_{\min} \in G_1$  – минимальный маршрут облета целей, имеющийся в исходном графе  $G_1$ .

**Доказательство.** 1. Разобьем графы  $G_1 = (V, E)$  и  $G_1^* = (V^*, E^*)$  на связанные подграфы  $G_{11}, G_{12}, G_{13} \subseteq G_1$  и  $G_{11}^*, G_{12}^*, G_{13}^* \subseteq G_1^*$  такие, что  $G_{11} \cap G_{12} \neq \emptyset$ ,  $G_{12} \cap G_{13} \neq \emptyset$ ,  $G_{11} \cap G_{13} = \emptyset$ ,  $G_{11}^* \cap G_{12}^* \neq \emptyset$ ,  $G_{12}^* \cap G_{13}^* \neq \emptyset$  и  $G_{11}^* \cap G_{13}^* = \emptyset$ .

Данное разбиение проводится таким образом, чтобы подграфы  $G_{11}, G_{11}^*$  включали только вершины, помеченные исходным положением АБЛА и смежные с ним цели. Подграфы  $G_{12}, G_{12}^*$  состоят из вершин, помеченных только целями, а подграфы  $G_{13}, G_{13}^*$  включают вершины, помеченные точкой отлета АБЛА и смежными с ней целями.

2. Необходимо отметить, что в графах  $G_1$  и  $G_1^*$  точками подлета к заданному участку местности, а в графах  $G_{13}, G_{13}^*$  точками отлета АБЛА от данного участка помечены одни и те же вершины. Следовательно, длина путей полета от места дислокации летательного аппарата к местоположению начала облета целей и в первом, и во втором случае, является одинаковой. Оди-

наковыми также являются пути полета АБЛА от заданного участка местности к месту прибытия.

3. С одной стороны, очевидно, что для подграфов  $G_{12}$  и  $G_{12}^*$  справедливым является отношение  $G_{12}^* \subset G_{12}$ , а подграф  $G_{12}^*$  является частью графа  $G_{12}$  полученной после удаления из него ребер, помеченных максимальными штрафами. Отсюда, для данных подграфов, с одной стороны, выполняется условие «если  $L_{2\min}^* \in G_{12}^*$ , то  $L_{2\min}^* \in G_{12}$ ».

С другой же стороны выполняется также условие «если  $L_{2\min} \in G_{12}$ , то и  $L_{2\min} \in G_{12}^*$ ». Здесь  $L_{2\min}^*, L_{2\min}$  – минимальные по штрафам маршруты облета целей, найденные, соответственно, на основе подграфов  $G_{12}^*$  и  $G_{12}$ . Следовательно,  $L_{2\min}^* = L_{2\min}$ .

Таким образом, справедливость равенства  $L_{2\min}^* = L_{2\min}$  следует из того, что подграф  $G_{12}^*$  отличается от подграфа  $G_{12}$  только отсутствием в нем ребер, помеченных максимальными штрафами между смежными вершинами.

С другой стороны, в общем случае маршрут  $L_{2\min}^*$  представляет собой путь, состоящий из ребер, которые согласно правилу удаления п.2.1, помечены минимальными штрафами перелета между смежными входящими в него целями (вершинами).

Следовательно, из условия  $G_{12} \cap G_{12}^* = G_{12}^*$  следует, что если  $L_{2\min} \in G_{12}$ , то справедливым является также отношение  $L_{2\min} \in G_{12}^*$ . Отсюда,  $L_{2\min}^* = L_{2\min}$ , иначе существует другой маршрут  $L_2(2) \in G_{12}$ , который является меньше минимального маршрута  $L_{2\min}^*$ , а это противоречит тому, что дополнение  $G = G_{12} \setminus G_{12}^*$  включает только ребра с максимальными штрафами, не участвующие в поиске минимального маршрута  $L_{2\min}^* \in G_{12}^*$ .

Иначе говоря, для каждого маршрута  $L_i \in G_{12}$  выполняется условие  $L_{2\min} \leq L_i$ , где  $L_i$  – произвольный маршрут, найденный на основе подграфа  $G_{12}$ .

4. Распространяя естественным образом проведенные п. 3 рассуждения, связанные с доказательством выполнимости неравенства  $L_{2\min} \leq L_i$ , на пары подграфов  $\langle G_{11}, G_{11}^* \rangle$  и  $\langle G_{13}, G_{13}^* \rangle$ , а, следовательно, и на графы  $G_1$  и  $G_1^*$  в целом, можно также доказать справедливость неравенства  $L_{\min}^* \leq L_i$ . Таким образом, утверждение доказано.

Из доказанного утверждения вытекает, что предложенные правила преобразования пп. 2.1 - 2.3 позволяют оптимизировать полный граф  $G_1$  и получить на этой основе такую его часть  $G_1^*$ , которая включает минимальный маршрут облета целей  $L_{\min} \in G_1$ .

Кроме того, частичный граф  $G_1^*$  обеспечивает существенное сокращение сравниваемых между собой альтернативных маршрутов облета целей в процессе решения задачи поиска, аналогичной задаче о коммивояжере, имеющей в общем случае экспоненциальную сложность решения [20].

**Вывод.** Предложенный принцип позволяет строить процедуры поиска оптимальных маршрутов облета целей АБЛА в реальном времени решения стоящей перед ним задачи.

В свою очередь, это обеспечивает возможность разработки эффективного решателя задач, позволяющего организовать автоматическое управление поведением автономного беспилотного летательного аппарата в нестабильной воздушной среде в процессе его целенаправленной деятельности.

Основной проблемой эвристических методов поиска оптимальных маршрутов облета заданных целей, формируемых на основе предложенного принципа сокращения перебора, является необходимость проведения допустимых преобразований неориентированного графа  $G_1$ , формализующего карту местности в частичный граф  $G_1^*$  после каждой смены точек подлета и

отлета АБЛА от заданного участка местности. Однако данный недостаток компенсируется существенным снижением количества сравниваемых между собой альтернатив в процессе поиска оптимального маршрута облета целей в сравнении с эвристическими методами, основанными на переборе альтернативных вариантов решения данной задачи.

Данный эффект достигается за счет использования в качестве модели карты местности с расположенными на ней целями ориентированного графа  $G_1^*$ , который содержит только минимально необходимое количество дуг просматриваемых в процессе поиска оптимального маршрута облета, включающего все заданные цели.

Дальнейшее развитие проведенного исследования заключается в разработке процедур автоматической оценки штрафов, связанных с перелетами из одной точки в другую точку местности в соответствии с текущим состоянием воздушной среды, а также в разработке процедур автоматического построения дерева поиска оптимального маршрута облета целей в процессе полета АБЛА.

#### **Библиографический список:**

1. Абросимов В. К. Коллективы интеллектуальных летательных аппаратов. М., Наука, 2017, 304 с.
2. Рондан У. Б., Тимохи У. М. Малые беспилотные летательные аппараты. Теория и практика. М., Техносфера, 2016, 312 с.
3. Семенов С.С., Педан А.В., Воловиков В.С., Климов И.С. Анализ трудоемкости различных алгоритмических подходов для решения задачи коммивояжера//Системы управления, связи и безопасности. 2017. №1. С. 116 – 131.
4. La Valle S.M. Planning Algorithms. Cambridge, Cambridge University Press, 2006. 844 p.
5. Костик Ю.Л. Задача коммивояжера: приближенные алгоритмы по методу ветвей и границ с гарантированной точностью // Прикладная дискретная математика. 2019. № 45. С. 104 – 112.
6. Мамонов Н.В. Исследование влияния асимметрии на сложность решения задачи коммивояжера методом ветвей и границ // Современные информационные технологии и ИТ образование. 2019. Т.15. №1. С. 99 – 106.
7. Колесников А.В., Кириков И.А., Листопад С.В., Румовская С.Б., Доманицкий А.А. Решение сложных задач коммивояжера методами функциональных гибридных интеллектуальных систем / Под ред. А.В. Колесникова. М.: ИПИ РАН, 2011. 295 с.
8. Герпов А.В., Шаталов Д.А., Митасов Р.А. Практическая польза использования генетических алгоритмов на примере решения задачи коммивояжера//Труды Ростовского университета путей сообщения, 1917, № 4, с. 93 – 97.
9. Курейчик В.В., Курейчик В.М. Генетический алгоритм определения пути коммивояжера // Известия РАН. Теория и системы управления, 2006, № 1, с. 94-100.
10. Dorigo M., Stützle T. Ant colony optimization: overview and recent advances. Handbook of metaheuristics. Berlin: Springer - Cham, 2019, pp. 311 – 351.
11. Кубил В.Н., Мохов В.А. Многоколонийный муравьиный алгоритм с модификациями для решения многокритериальных задач маршрутизации транспорта//Известия высших учебных заведений. Электромеханика. Т. 61, № 6. 2018. С. 94 – 109.
12. Лиго Тань, Фомичёв А.В. Планирование пространственного маршрута беспилотных летательных аппаратов с использованием методов частичного целочисленного линейного программирования // Вестник МГТУ им Н.Э. Баумана. Сер. Приборостроение, 2016, №2, с. 53 – 66.
13. Лебедев Г.Н., Ефимов А.В. Применение динамического программирования для маршрутизации облета мобильных объектов в контролируемом регионе//Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета, 2011, №6, с. 234 – 241.
14. Хачай М.Ю., Огородников Ю.Ю. Эффективная аппроксимация задачи об оптимальной маршрутизации в метрических пространствах фиксированной размерности // Доклады Российской академии наук. Математика, информатика, процессы управления. 2020, Т. 493, №1, с. 74 – 80.
15. Kaluder H., Brezak M., Petrovic I. A visibility graph based method for path planning in dynamic environments. MIPRO, 2011, Proceedings of the 34 th International Convention, Opatija, Croatia, 2011, pp. 717 –721.
16. Kelly A. Mobile Robotics: Mathematics, Models, and Methods. Cambridge, Cambridge University Press, 2013. 808 p.
17. Мелехин В.Б., Хачумов М.В. Планирование автономным беспилотным летательным аппаратом эффективных маршрутов облета целей // Авиакосмическое приборостроение, 2020, № 4, с. 3 – 14.

18. Черный М. А., Кораблин В. И. Воздушная навигация. М., Транспорт, 1991, 432 с.
19. Мелехин В.Б., Хачумов В.М. Управление эффективной реализацией технологических процессов механической обработки деталей в машиностроении // Проблемы управления, 2020, № 1, с. 71 – 82.
20. Курейчик В.М., Лагунова Ю.А. Задачи о коммивояжере. Обзор и методы решения. Palmarium Academic Publishing, 2019. 60 с.

#### References:

1. Abrosimov V.K. Kollektivny intellektual'nyh letatel'nyh apparatov [Teams of intelligent aircrafts]. Moscow, Nauka Publ., 2017, 304 p. (In Russ)
2. Rondan U. B., Timoti U. M. Malye bespilotnye letatel'nye apparaty. Teoriya i praktika [Small unmanned aerial vehicles. Theory and practice]. Moscow, Tekhnosfera Publ., 2016, 312 p. (In Russ)
3. Semenov S.S., Pedan A.V., Volovikov V.S., Klimov I.S. Analiz trudoemkosti razlichnyh algoritmicheskikh podhodoov dlya resheniya zadachi kommivoyazhera [Analysis of the complexity of various algorithmic approaches for solving the traveling salesman problem]. Sistemy upravleniya, svyazi i bezopasnosti [Control systems, communications and security], 2017, no 1, pp. 116 – 131. (In Russ)
4. La Valle S.M. Planning Algorithms. Cambridge, Cambridge University Press, 2006, 844 p.
5. Kostik Yu.L. Zadacha kommivoyazhera: priblizhennyye algoritmy po metodu vetvej i granic s garantirovannoy tochnost'yu [Traveling Salesman Problem: Approximate Algorithms Using the Branch and Bound Method with Guaranteed Accuracy]. Prikladnaya diskretnaya matematika [Applied Discrete Mathematics], 2019, no 45, pp. 104 – 112. (In Russ)
6. Mamonov N.V. Issledovanie vliyaniya assimetrii na slozhnost' resheniya zadachi kommivoyazhera metodom vetvej i granic [Investigation of the influence of asymmetry on the complexity of solving the traveling salesman problem by the branch and bound method]. Sovremennyye informacionnyye tekhnologii i IT obrazovanie [Modern information technologies and IT education], 2019., no 1(15), pp. 99 – 106. (In Russ)
7. Kolesnikov A.V., Kirikov I.A., Listopad S.V., Rumovskaya S.B., Domanickij A.A. Reshenie slozhnyh zadach kommivoyazhera metodami funktsional'nyh gibridnyh intellektual'nyh system [Solving Complex Traveling Salesman Problems by Methods of Functional Hybrid Intelligent Systems]. Pod red. A.V. Kolesnikova. Moscow, IPI RAN Publ, 2011, 295 p. (In Russ)
8. Gerpov A.V., Shatalov D.A., Mitasov R.A. Prakticheskaya pol'za ispol'zovaniya geneticheskikh algoritmov na primere resheniya zadachi kommivoyazhera [The practical benefits of using genetic algorithms on the example of solving the traveling salesman problem]. Trudy Rostovskogo universiteta putej soobshcheniya [Proceedings of the Rostov University of Railways], 1917, no 4, pp. 93 – 97. (In Russ)
9. Kurejchik V.V., Kurejchik V.M. Geneticheskij algoritm opredeleniya puti kommivoyazhera [Genetic Algorithm for Determining the Traveling Salesman's Path]. Izvestiya RAN. Teoriya i sistemy upravlenii [Journal of computer and systems sciences international], 2006, no 1, pp. 94 –100.
10. Dorigo M., Stützle T. Ant colony optimization: overview and recent advances. Handbook of metaheuristics. Berlin, Springer - Cham, 2019, pp. 311 – 351.
11. Kubil V.N., Mohov V.A. Mnogokolonial'nyj murav'inyj algoritm s modifikatsiyami dlya resheniya mnogokriterial'nyh zadach marshrutizatsii transporta [Multicolonial ant algorithm with modifications for solving multicriteria transport routing problems]. Izvestiya vysshikh uchebnyh zavedenij. Elektromekhanika [Izvestiya vysshikh uchebnykh zavod. Electromechanics], no 1(61), 2018, pp. 94 – 109. (In Russ)
12. Ligo Tan', Fomichyov A.V. Planirovanie prostranstvennogo marshruta bespilotnyh letatel'nyh apparatov s ispol'zovaniem metodov chastichnogo celochislennogo linejnogo programmirovaniya [Planning the spatial route of unmanned aerial vehicles using partial integer linear programming methods]. Vestnik MGTU im N.E. Baumana. Ser. Priborostroenie [Vestnik MGTU named after N.E. Bauman. Ser. Instrument making], 2016, no 2, pp. 53 – 66. (In Russ)
13. Lebedev G.N., Efimov A.V. Primenenie dinamicheskogo programmirovaniya dlya marshrutizatsii obleta mobil'nyh ob"ektov v kontroliruемом regione [Application of dynamic programming for routing flying around mobile objects in the controlled region]. Vestnik Samarskogo gosudarstvennogo aerokosmicheskogo universiteta [Bulletin of the Samara State Aerospace University], 2011, no 6, pp. 234 – 241. (In Russ)
14. Hachaj M.Yu., Ogorodnikov Yu.Yu. Effektivnaya approksimatsiya zadachi ob optimal'noj marshrutizatsii v metricheskikh prostranstvah fiksirovannoy razmernosti [Effective approximation of the problem of optimal routing in metric spaces of fixed dimension]. Doklady Rossijskoj akademii nauk. Matematika, informatika, processy upravleniya [Doklady Russian Academy of Sciences. Mathematics, informatics, control processes], 2020, no 1(493), pp. 74 – 80. (In Russ)
15. Kaluder H., Brezak M., Petrovic I. A visibility graph based method for path planning in dynamic environments. MIPRO, 2011, Proceedings of the 34 th International Convention, Opatija, Croatia, 2011, pp. 717–721.
16. Kelly A. Mobile Robotics: Mathematics, Models, and Methods. Cambridge, Cambridge University Press, 2013. 808 p.
17. Melekhin V.B., Hachumov M.V. Planirovanie avtonomnym bespilotnym letatel'nyim apparatom effektivnyh marshrutov obleta celej [Planning for an autonomous unmanned aerial vehicle of effective routes to fly over targets]. Aviakosmicheskoe priborostroenie [Aviation and Space Instrument Engineering], 2020, no 4, pp. 3 – 14. (In Russ)

18. Chernyj M. A., Korablin V. I. *Vozdushnaya navigaciya* [Air navigation]. Moscow, Transport Publ., 1991, 432 p. (In Russ)

19. Melekhin V.B., Nachumov V.M. *Upravlenie effektivnoj realizaciej tekhnologicheskikh processov mekhanicheskoy obrabotki detalej v mashinostroenii* [Management of the effective implementation of technological processes of mechanical processing of parts in mechanical engineering]. *Problemy upravleniya* [Problems of Management], 2020, no 1, pp. 71 – 82.

20. Kurejchik V.M., Lagunova Yu.A. *Zadachi o kommivoyazhere. Obzor i metody resheniya* [Traveling Salesman Problems. Review and methods of solution]. Palmarium Academic Publishing, 2019. 60 c. (In Russ)

**Сведения об авторах:**

Мелехин Владимир Борисович, доктор технических наук, профессор, кафедра программного обеспечения вычислительной техники и автоматизированных систем; e-mail: pashka1602@rambler.ru

Хачумов Михаил Вячеславович, кандидат физико-математических наук, старший преподаватель, e-mail: khmike@inbox.ru

**Information about the author:**

Vladimir B. Melekhin, Dr. Sci. (Technical), Professor, Department of Computer Software and Automated Systems; e-mail: pashka1602@rambler.ru

Mikhail V. Khachumov, Cand. Sci. (Physical and Mathematical), Senior Lecturer, e-mail: khmike@inbox.ru

**Конфликт интересов.**

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

**Поступила в редакцию** 19.01.2021.

**Принята в печать** 18.02.2021.

**Conflict of interest.**

The authors declare no conflict of interest.

**Received** 19.01.2021.

**Accepted for publication** 18.02.2021.