

**Для цитирования:** А.С. Лосев. Бутстреп методы исследований зонального разрушения массива горных пород вокруг подземных выработок. Вестник Дагестанского государственного технического университета. Технические науки. 2021; 48(1): 100-107. DOI:10.21822/2073-6185-2021-48-1-100-107

**For citation:** A.S. Losev. Bootstrap methods for investigating the rock mass zonal fracture around underground workings. Herald of Daghestan State Technical University. Technical Sciences. 2021; 48 (1): 100-107. (In Russ.) DOI:10.21822/2073-6185-2021-48-1-100-107

**ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ  
COMPUTER SCIENCE, COMPUTER ENGINEERING AND MANAGEMENT**

**УДК 622:510.67**

**DOI:10.21822/2073-6185-2021-48-1-100-107**

**БУТСТРЕП МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЙ ЗОНАЛЬНОГО РАЗРУШЕНИЯ МАССИВА  
ГОРНЫХ ПОРОД ВОКРУГ ПОДЗЕМНЫХ ВЫРАБОТОК**

**А.С. Лосев**

*Институт прикладной математики Дальневосточного отделения Российской академии наук,*

*690041, г. Владивосток, ул. Радио, 7, Россия*

**Резюме: Цель.** Исследование проблем зональной дезинтеграции горных пород вокруг глубоких подземных выработок в условиях предельно малой выборки, возникающих в геомеханических явлениях и процессах в массивах горных пород при добыче полезных ископаемых. **Метод.** В качестве основного инструмента используются методы численного ресамплинга, а именно рандомизация, бутстреп и методы Монте-Карло, которые позволяют нарастить объем выборки, по имеющимся натурным данным, до необходимого размера для проведения статистически обоснованного анализа. **Результат.** Решена задача зональной дезинтеграции горных пород вокруг глубоких подземных выработок, для которой получена оценка аналитической зависимости параметра периодичности функции дефектности от предела прочности породы. Основным показателем статистической значимости построенной модели в работе выбран коэффициент детерминации, на основе которого выбирается вид исследуемой аналитической зависимости. Его отклонение в итоговой модели не превышает 0,5% при любом объеме бутстреп выборки, в то время как в остальных моделях, рассмотренных в работе, данное значение достигается при  $n > 200$ . **Вывод.** Полученные интервальные оценки с помощью бутстреп методов, имеют существенное преимущество по сравнению с традиционными подходами, позволяя повысить достоверность результата в условиях предельно маленьких выборок данных без потери уровня значимости.

**Ключевые слова:** бутстреп методы, алгоритм, зональное разрушение массива, интервальные оценки параметров

**BOOTSTRAP METHODS FOR INVESTIGATING THE ROCK MASS ZONAL FRACTURE  
AROUND UNDERGROUND WORKINGS**

**A.S. Losev**

*Institute for Applied Mathematics, Far Eastern Branch, Russian Academy of Sciences,  
7 Radio St., Vladivostok 690041, Russia*

**Abstract: Objective.** Investigation of the problems of zonal disintegration of rocks around deep underground workings in extremely small sampling, arising in geomechanical phenomena and processes in rock mass during mining. **Methods.** The primary tool used is numerical resampling methods, namely randomization, bootstrap, and Monte Carlo methods, which allow increasing the sample size, according to the available field data, to the required size for conducting a statistically sound analysis. **Results.** The problem of zonal fracture of rocks around deep underground workings is solved, for which the analytical dependence of the periodicity parameter of the defect function on the rock

strength limit is estimated. The primary indicator of the statistical significance of the constructed model in work is the determination factor, based on which the type of analytical dependence under study is selected. Its deviation in the final model does not exceed 0.5% for any bootstrap sample volume, while in the other models considered in this paper, this value is achieved at  $n > 200$ . **Conclusion.** The obtained interval estimates using bootstrap methods have a significant advantage over traditional approaches, increasing the reliability of the result in extremely small data samples without losing the level of significance.

**Keywords:** bootstrap methods, algorithm, rock mass zonal fracture, interval parameter estimates

**Введение.** Увеличение мирового объема добычи полезных ископаемых и глубины разработки их месторождений, определяет значимость исследований различных геомеханических явлений и процессов в массивах горных пород. Особенно важным является вопрос безопасности, который напрямую зависит от характера зональных разрушений (дезинтеграции) горных пород вокруг глубоких подземных выработок.

Естественным образом исследования и разработки в данной области в основном направлены на решение проблем повышения устойчивости подземных горных выработок в условиях больших глубин и определения значений параметров модели, характеризующей процесс, влияющих на эффект зональной дезинтеграции. К таким исследованиям относятся задачи построения моделей, характеризующих различные геомеханические явления и процессы в массивах горных пород, востребованные в процессе добычи полезных ископаемых [1-7]. В центре внимания находятся задачи зональной дезинтеграции горных пород вокруг глубоких подземных выработок [8-13].

Наравне с этим помимо разработки соответствующих моделей, адекватно описывающих геомеханические явления и процессы в массивах горных пород и позволяющих проводить прогнозные расчеты зональной структуры разрушения, необходимо наличие натуральных данных, количество которых по объективным причинам не велико. В частности, в работах [14-15], методами статистического анализа, проводится оценка значимости различных видов аналитической зависимости задачи зональной дезинтеграции горных пород вокруг глубоких подземных выработок, а в условиях предельно малого объема выборки вопрос качества результата является актуальным.

В качестве возможного решения, в работе [16] нами использовались методы численного ресамплинга, к которому относится рандомизация, бутстреп и методы Монте-Карло [17]. Их основная идея состоит в многократной обработке случайно составленных выборок по экспериментальным данным, рассмотрении их под различными углами и сопоставлении полученных результатов. В результате для задачи зональной дезинтеграции горных пород вокруг глубоких подземных выработок, получена оценка значимости аналитической зависимости параметра периодичности функции дефектности от положения зон разрушения. Естественным предложением, является построение аналитической зависимости параметра периодичности функции дефектности от предела прочности породы и определяется оценка её статистической значимости.

**Постановка задачи.** Обратимся к задаче, рассмотренной в работах [15-16, 18], о распределении поля напряжений вокруг выработки круглого сечения, которая рассматривается как плоская и стационарная, в условиях несжимаемости и гидростатичности нагружения на бесконечности:

$$\frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r} + \frac{1}{r} (\sigma_{rr} - \sigma_{\varphi\varphi}) = 0.$$

Бигармоническое уравнение для функции дефектности определено как

$$\Delta^2 R - \gamma^2 R = 0,$$

и граничные условия

$$R|_{r=r_0} = 0, \quad \left. \frac{\partial R}{\partial r} \right|_{r=r_0} = 0, \quad \lim_{r \rightarrow \infty} R(r) = 0,$$

где  $\sigma_{rr}$  - нормальное радиальное напряжение,  $\sigma_{\varphi\varphi}$  - нормальное тангенциальное напряжение,  $\Delta$  - оператор Лапласа,  $\gamma$  - параметр периодичности модели.

Решение для расстояния от центра выработки до точки массива, определено в виде:

$$R(r) = aJ_0(\sqrt{\gamma r}) + bN_0(\sqrt{\gamma r}) + cK_0(\sqrt{\gamma r}),$$

где  $J_0, N_0, K_0$  - функции Бесселя, Неймана и Макдональда нулевого порядка.

В работах [15, 19], по данной задаче, получены и статистически обоснованы две модели зависимости параметра периодичности модели -  $\gamma$  от положения середины первой зоны разрушения -  $r$  линейного вида:

$$\gamma = f_1(r) = -10r + 23,$$

и нелинейного вида:

$$\gamma = f_2(r) = 50,381 \exp(-1,3669 r).$$

Также исследованы модели зависимости положения середины первой зоны разрушения -  $r$  от предела прочности породы на одноосное сжатие -  $\sigma$  линейного вида:

$$r = g_1(\sigma) = 0,008\sigma + 0,757,$$

и нелинейного вида:

$$r = g_2(\sigma) = 0,8133 \exp(0,0061 \sigma).$$

Исходя из вышеизложенного, интерес вызывает зависимость параметра периодичности от предела прочности породы, выраженная в соответствующей суперпозиций. Анализ всевозможных композиций ранее исследованных моделей, позволит выделить наиболее эффективную и устойчивую моделей с позиции рассматриваемых предельных условий.

Полученные ранее результаты, основаны на предельно маленьких выборках натуральных данных, что обосновывает выбор метода дальнейшей работы.

**Методы исследования.** Выбор наиболее оптимальной и статистически обоснованной модели проведем на основе сравнительного анализа доверительных интервалов коэффициента детерминации -  $\tilde{R}^*$ , построение которых проведем традиционными методами (1) и бутстреп методами.

$$\left( \sqrt{\tilde{R}^*} - t_\alpha \sqrt{\frac{1 - \tilde{R}^*}{n - 2}} \right)^2 \leq \tilde{R}^* \leq \left( \sqrt{\tilde{R}^*} + t_\alpha \sqrt{\frac{1 - \tilde{R}^*}{n - 2}} \right)^2, \quad (1)$$

где  $t_\alpha$  - табличное значение  $t$ -критерием Стьюдента при заданном уровне значимости [20].

Наравне с этим проследим изменение дисперсии, как величины характеризующей отклонение наблюдаемой величины от её математического ожидания, по каждой из рассматриваемых моделей бутстреп методами. Поиск доверительного интервала коэффициента детерминации и дисперсии произведем с помощью модификации соответствующего алгоритма, построенного в работе [16], разработанного на основе алгоритма построения бутстреп интервалов [21]. Исходные данные по месторождениям представим в виде множества пар  $Z = \{z_i | z_i = (\sigma_i, \gamma_i)\}, i = 1, \dots, 4$ . Тогда алгоритм построения бутстреп интервала коэффициента детерминации и дисперсии соответственно примет вид:

**Шаг 1.** Генератором случайных чисел построим бутстреповскую выборку, объемом  $n$  элементов, вытягивая на каждом шаге элементы из множества  $Z$  с повторением, случайным образом, и формируя из них выборку вида:

$$\{z_1^*, z_2^*, \dots, z_n^*\}_1 \text{ где } z_j^* \in Z, j = 1, \dots, n.$$

**Шаг 2.** Рассчитаем для полученной выборки бутстреповскую оценку коэффициента детерминации  $\tilde{R}_1^*$  и дисперсии  $S_1^2$  по соответствующим формулам:

$$\tilde{R}_1^* = 1 - \frac{Q_e}{Q}, \quad S_1^2 = \frac{Q_e}{n-2},$$

где  $Q_e$  – сумма квадратов остатков регрессии,  $Q$  – сумма квадратов разностей  $\gamma_i$  и их среднеарифметического значения [20].

**Шаг 3.** Повторим предыдущие шаги  $B$ -раз, сформировав в результате набор коэффициента детерминации  $\tilde{R}_1^*, \tilde{R}_2^*, \dots, \tilde{R}_B^*$  и дисперсии  $S_1^2, S_2^2, \dots, S_B^2$ .

**Шаг 4.** Отсортируем полученные наборы в порядке возрастания.

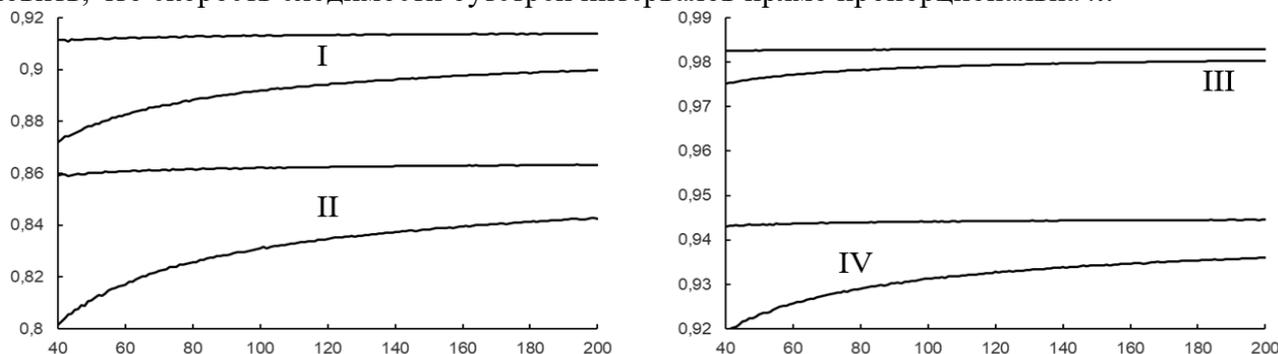
**Шаг 5.** Определим соответствующие доверительные интервалы бутстреп распределения с уровнем значимости  $\alpha$  по следующим формулам:

$$\tilde{R}_{B \cdot \frac{\alpha}{2}}^* \leq \tilde{R}^*(n, \alpha) \leq \tilde{R}_{B \cdot (1 - \frac{\alpha}{2})}^*, \quad S_{B \cdot \frac{\alpha}{2}}^2 \leq S^2(n, \alpha) \leq S_{B \cdot (1 - \frac{\alpha}{2})}^2$$

В силу специфики метода, особое внимание необходимо уделить числу бутстреп реализаций, которые обратно пропорционально размерности бутстреп выборки [22]. Ранее в работах [15, 19] показано, что для исследования рассматриваемых моделей необходимый объем бутстреп выборок не менее 100, при соответствующем числе реализаций не менее 10000.

**Обсуждение результатов.** Используя модификацию алгоритма построения бутстреп интервалов, построим бутстреп интервалы коэффициентов детерминации и дисперсии рассматриваемых моделей с числом бутстреп реализаций  $B = 10^5$  и при различном объеме выборки равной от 100 до 200, с уровнем значимости  $\alpha=0,1$ .

Графическое представление построенных бутстреп интервалов (рис. 1) позволяет установить, что скорость сходимости бутстреп интервалов прямо пропорциональна  $n$ .



**Рис. 1.** Бутстреп интервалы коэффициента детерминации в зависимости от размерности бутстреп выборки при  $\alpha=0,1$  (I – модель 1, II – модель 2, III – модель 3, IV – модель 4)

**Fig. 1.** Bootstrap intervals of the determination coefficient depending on the dimension of the bootstrap sample at  $\alpha=0,1$  (I - model 1, II - model 2, III - model 3, IV - model 4)

Модель № 3 демонстрирует наибольшее значение коэффициента детерминации по сравнению с остальными при всех рассмотренных значениях  $n$ .

Наравне с этим именно эта модель обладает наибольшей скоростью сходимости бутстреп интервала и при  $n=200$  длина интервала не превышает 0,003, в то время, как в остальных моделях его длина в моделях № 1, 2, 4 составляет 0,014; 0,02; 0,008 соответственно.

Оценка длины бутстреп интервала дисперсии (рис.2) подтверждает приоритетность модели № 3, отражая существенно низкую величину отклонения параметра периодичности модели от значения его среднего значения. А именно, по сравнению с другими моделями, она меньше в 5; 7,31; 4 раз соответственно. Однако, необходимо отметить, что в случае оценки

дисперсии размерность бутстреп интервала обратно пропорциональна  $n$ , поэтому уместным является оценка скорости её роста. В данном случае, аппроксимация оценки длины бутстреп интервала дисперсии на квадратный трехчлен в каждом случае, подтверждает минимальную крутизну соответствующей ветки, характеризующей её рост в модели № 3.

Полученные результаты соответствующей аппроксимации статистически обоснованы с помощью критерия Фишера с высоким коэффициентом корреляции и соответствующем уровнем значимости.

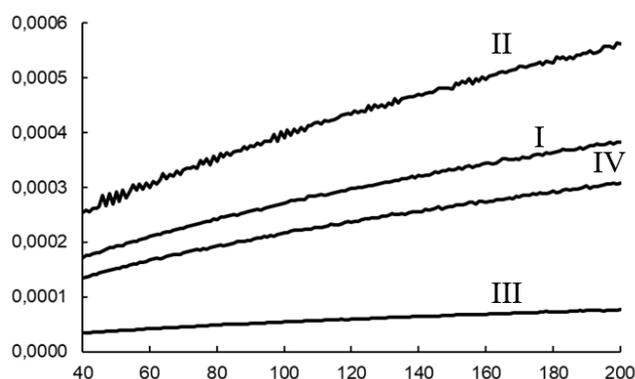


Рис. 2. Длина бутстреп интервала дисперсии в зависимости от размерности бутстреп выборки при  $\alpha=0,1$  (I – модель 1, II – модель 2, III – модель 3, IV – модель 4)

Fig. 2. The length of the bootstrap variance interval depending on the dimension of the bootstrap sample at  $\alpha=0,1$  (I - model 1, II - model 2, III - model 3, IV - model 4)

Дальнейший сравнительный анализ доверительных интервалов (табл. 1), полученных традиционным способом по формуле (1) и бутстреп интервалов также подтверждает более быструю сходимость в модели № 3 по сравнению с остальными моделями, как при начальных  $n=50$ , так и при  $n=200$ .

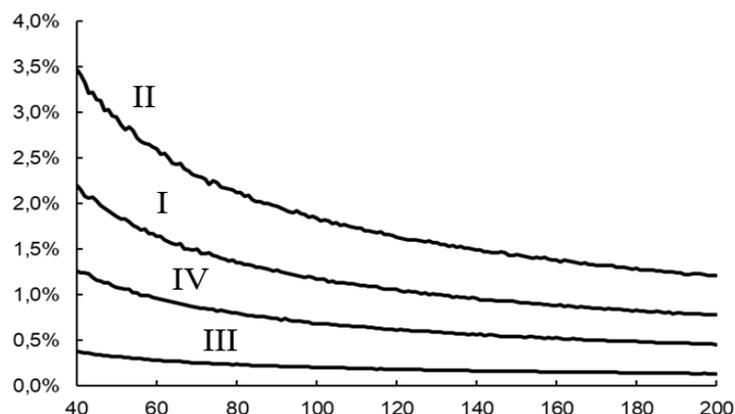
Таблица 1. Сравнительная таблица доверительных и бутстреп интервалов  
 Table 1. Comparative table of confidence and bootstrap intervals

№ модели Model No.	Доверительный интервал Confidence interval	$n$	Бутстреп интервал Bootstrap intervals	Отношение длин интервалов Interval length ratio
1. $\gamma = f_1(g_1(\sigma))$	[0,618; 1]	100	[0,892; 0,913]	18,2
		150	[0,897; 0,914]	22,5
		200	[0,900; 0,914]	27,3
2. $\gamma = f_1(g_2(\sigma))$	[0,503; 1]	100	[0,831; 0,862]	16,0
		150	[0,838; 0,863]	19,9
		200	[0,843; 0,863]	24,8
3. $\gamma = f_2(g_1(\sigma))$	[0,841; 1]	100	[0,979; 0,983]	39,8
		150	[0,980; 0,983]	53,0
		200	[0,980; 0,983]	53,0
4. $\gamma = f_2(g_2(\sigma))$	[0,700; 1]	100	[0,931; 0,944]	23,1
		150	[0,934; 0,944]	30,0
		200	[0,936; 0,944]	37,5

Наравне с полученными результатами, анализ данных из табл. 1 выраженных в процентном соотношении бутстреп полуинтервала от его середины (рис. 3), подтверждает, что модель № 3, является наиболее адекватной и отклонение её коэффициента детерминации не превышает 0,5% при начальных рассматриваемых  $n$ .

В целом ранжирование моделей по степени отклонения усредненной оценки коэффициента детерминации от границ бутстреп интервала в зависимости от размерности бутстреп выборки полностью коррелирует с ранжированием, основанным на длине бутстреп интервала

дисперсии (рис. 2).



**Рис. 3. Отклонение усредненной оценки коэффициента детерминации от границ бутстреп интервала в зависимости от размерности бутстреп выборки (I – модель 1, II – модель 2, III – модель 3, IV – модель 4)**

**Fig. 3. Deviation of the average estimate of the determination coefficient from the boundaries of the bootstrap interval depending on the dimension of the bootstrap sample (I - model 1, II - model 2, III - model 3, IV - model 4)**

Таким образом, получено, что из перечня рассмотренных моделей, полученных путем суперпозиции ранее известных результатов, наиболее статистически значимой и обоснованной моделью зависимости параметра периодичности от предела прочности породы является:

$$\gamma = f_2(g_1(\sigma)) = 50,381 \exp(-1,3669(0,008\sigma + 0,757)).$$

**Вывод.** Полученные интервальные оценки с помощью бутстреп методов, имеют существенное преимущество по сравнению с традиционными подходами.

Одно из наиболее значимых это прямая зависимость их качества от числа бутстреп реализаций и объема бутстреп выборки, что существенно позволяет повысить достоверность результата в условиях предельно маленьких выборок данных до необходимого уровня значимости.

В традиционных статистических методах данного эффекта достигают либо за счет понижения статистической значимости при уменьшении размерности доверительного интервала, что в общем случае не всегда позволяет получить необходимые нижнюю и верхнюю оценки пределов, либо по средствам увеличения исходной выборки, что требует сбора дополнительных данных, который не всегда возможен, особенно при оценках различных характеристик в исследовании геомеханических явлений и процессов в массивах горных пород.

#### Библиографический список:

1. Chen X.G., Zhang Q.Y. Mechanism analysis of phenomenon of zonal disintegration in deep tunnel model test under high geostress // *Rock and Soil Mechanics*. 2011. Vol.32. No. 1. pp. 84–90.
2. Qian Q.H., Zhou X.P. Non-Euclidean continuum model of the zonal disintegration of surrounding rocks around a deep circular tunnel in a non-hydrostatic pressure state // *Journal of Mining Science*. 2011. No. 47(1). pp. 37–46. doi:10.1134/S1062739147010059
3. Qian Q.H., Zhou X.P. Quantitative analysis of rockburst for surrounding rocks and zonal disintegration mechanism in deep tunnels // *Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering*. p 2011. p № 3(1). pp. 1–9. doi:10.3724/SP.J.1235.2011.00001
4. Tan Y.L., Ning J.G., Li H.T. In situ explorations on zonal disintegration of roof strata in deep coal mines // *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*. p 2012. Vol. 49. No 1. pp.113–124.
5. Zhou X.P., Shou Y.D. Excavation induced zonal disintegration of the surrounding rock around a deep circular tunnel considering unloading effect // *International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences*. 2013. – № 64. pp. 246–257. doi:10.1016/j.ijrmms.2013.08.010
6. Wang X., Pan Y., Zhang Z.. A Spatial Strain Localization Mechanism of Zonal Disintegration through Numerical Simulation // *Journal of Mining Science*. p2013. Vol. 49. № 3. pp. 357–367
7. Zhou X.P., Song H.F., Qian Q.H. The effects of three-dimensional penny-shaped cracks of zonal disintegration of the surrounding rock masses around a deep circular tunnel // *Acta Mechanica Solida Sinica*. – 2015. Vol. 28. No. 6. pp.722-734

8. Одинцев В.Н. Отрывное разрушение массива скальных горных пород. – М.: ИПКОН РАН, 1996. – 166 с.
9. Макаров П.В. Об иерархической природе деформации и разрушения твердых тел и сред // Физ. мезомех. 2004. Т. 7. № 4. С. 25-34.
10. Гузев М.А., Макаров В.В. Деформирование и разрушение сильно сжатых горных пород вокруг выработок. Владивосток : Дальнаука, 2007. 232 с.
11. Зональная дезинтеграция горных пород и устойчивость подземных выработок/ [В.Н. Опарин и др.]; отв. Ред. М.А. Гузев; Рос. акад. наук, Сиб. отд-ние, Ин-т горного дела. –Новосибирск: Изд-во СО РАН. 2008. 278 с.
12. Ксендзенко Л.С., Макаров В.В., Опанасюк Н.А., Голосов А.М. Закономерности деформирования и разрушения сильно сжатых горных пород и массивов: монография / Инженерная школа ДВФУ. Владивосток: Дальневост. федер. ун-т. 2014. 192 с.
13. Chen J.G., Zhou T.T., Zhang Y.X. Shock failure mechanism of zonal disintegration within surrounding rock in deep chamber // *Rock and Soil Mechanics*. 2011. № 32(9). pp. 2629-2634.
14. Лосев А.С. Зависимость зоны разрушения массива вокруг горной выработки от предела прочности породы // *Горные науки и технологии*. 2017. № 2 с. 43-49.
15. Лосев А.С. Статистическая оценка параметра периодичности модели зональной дезинтеграции горных пород // *Бюллетень науки и практики. Электрон. журн*. 2017. № 7(20). с. 78-82.
16. Лосев А.С. Бутстреп методы построения доверительных интервалов оценки параметров модели зональной дезинтеграции горных пород вокруг подземной выработки // *Вестник Дагестанского государственного технического университета. Технические науки*. 2017. № 44(4) с. 114-121. DOI:10.21822/2073-6185-2017-44-4-114-121
17. Эфрон Б. Нетрадиционные методы многомерного статистического анализа: Сб. статей: Пер. с англ./ Предисловие Ю. П. Адлера, Ю. А. Кошевника. М.: Финансы и статистика, 1988.
18. Гузев М.А., Парошин А.А. Неевклидова модель зональной дезинтеграции горных пород вокруг подземной выработки // *Прикладная механика и техническая физика*. 2001. Т. 42 № 1 с. 147–156.
19. Ксендзенко Л.С. Разработка метода определения параметров зональной структуры разрушения сильно сжатого массива вокруг подземных выработок // *Вестник Дальневосточного государственного технического университета*. 2011. № 3/4(8/9). с. 144–166.
20. Айвазян С.А., Енюков И.С., Мешалкин Л.Д. *Прикладная статистика. Исследование зависимостей*. Финансы и статистика, 1985 – 487 с.
21. Ануфриев Д.В. Бутстреп-методы построения доверительных интервалов для задач оценивания точностных характеристик системы ЛА-КСЦПНО // *Научный вестник МГТУ ГА*. 2005. № 89. с. 93-96.
22. Глухов В.В., Ануфриев Д.В. Бутстреп-процедуры определения точностных характеристик// *Научный вестник МГТУ ГА*. 2005. № 89. с. 30-35.

#### References:

1. Chen X.G., Zhang Q.Y. Mechanism analysis of phenomenon of zonal disintegration in deep tunnel model test under high geostress. *Rock and Soil Mechanics*, 2011, vol.32, no. 1, pp. 84–90.
2. Qian Q.H., Zhou X.P. Non-Euclidean continuum model of the zonal disintegration of surrounding rocks around a deep circular tunnel in a non-hydrostatic pressure state. *Journal of Mining Science*, 2011, no. 47(1), pp. 37–46.
3. Qian Q.H., Zhou X.P. Quantitative analysis of rockburst for surrounding rocks and zonal disintegration mechanism in deep tunnels. *Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering*, 2011, no. 3(1), pp. 1–9.
4. Tan Y.L., Ning J.G., Li H.T. In situ explorations on zonal disintegration of roof strata in deep coal mines. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 2012, vol. 49, no. 1, pp.113–124.
5. Zhou X.P., Shou Y.D. Excavation induced zonal disintegration of the surrounding rock around a deep circular tunnel considering unloading effect. *International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences*, 2013, no. 64, pp. 246–257.
6. Wang X., Pan Y., Zhang Z.. A Spatial Strain Localization Mechanism of Zonal Disintegration through Numerical Simulation. *Journal of Mining Science*, 2013, vol. 49, no. 3, pp. 357–367
7. Zhou X.P., Song H.F., Qian Q.H. The effects of three-dimensional penny-shaped cracks of zonal disintegration of the surrounding rock masses around a deep circular tunnel. *Acta Mechanica Solida Sinica*, 2015, vol. 28, no. 6, pp.722-734.
8. Odincev V.N. Otryvnoe razrushenie massiva skal'nyh gornyh porod. [Detachable destruction of an array of rocky rocks]. М.: ИПКОН РАН, 1996. 166 p. (In Russ)]
9. Makarov P.V. Ob ierarhicheskoy prirode deformacii i razrusheniya tverdyh tel i sred. [On the hierarchical nature of deformation and destruction of solids and media] *Fiz. mezomekh*, 2004, Vol. 7, no. 4, pp. 25-34.
10. Guzev M.A., Makarov V.V. Deformirovanie i razrushenie sil'no szhatyh gornyh porod vokrug vyrabotok.[Deformation and destruction of highly compressed rocks around the excavations] *Vladivostok : Dal'nauka*, 2007. 232 p. (In Russ)]
11. Zonal'naya dezintegraciya gornyh porod i ustojchivost' podzemnyh vyrabotok. [Zonal disintegration of rocks and stability of underground workings] / [V.N. Oparin i dr.]; отв. Ред. М.А. Гузев; Рос. акад. наук, Сиб. отд-ние, Ин-т горного дела. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2008, 278 p. (In Russ)]
12. Ksendzenko L.S., Makarov V.V., Opanasyuk N.A., Golosov A.M. Zakonomernosti deformirovaniya i

razrusheniya sil'no szhatyh gornyh porod i massivov: monografiya. [Regularities of deformation and destruction of highly compressed rocks and massifs: monograph] Inzhenernaya shkola DVFU. Vladivostok: Dal'nevost. feder. un-t, 2014, 192 p. (In Russ)]

13. Chen J.G., Zhou T.T., Zhang Y.X. Shock failure mechanism of zonal disintegration within surrounding rock in deep chamber. *Rock and Soil Mechanics*, 2011, no. 32(9), pp. 2629-2634.

14. Losev A.S. Zavisimost' zony razrusheniya massiva vokrug gornoj vyrabotki ot predela prochnosti porody. [Dependence of the zone of destruction of the massif around the mine workings from the ultimate strength of the rock] *Gornye nauki i tekhnologii*, 2017, no. 2, pp. 43-49. (In Russ)]

15. Losev A.S. Statisticheskaya ocenka parametra periodichnosti modeli zonal'noj dezintegracii gornyh porod. [Statistical estimation of the periodicity parameter of the model of the zone disintegration of rocks] *Byulleten' nauki i praktiki*, 2017, no.7 (20), pp. 78-82. (In Russ)]

16. Losev A.S. Butstrep metody postroeniya doveritel'nyh intervalov ocenki parametrov modeli zonal'noj dezintegracii gornyh porod vokrug podzemnoj vyrabotki. *Vestnik Dagestanskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta. Tekhnicheskie nauki*. 2017, N. 44(4), s. 114-121. [Bootstrapping methods for constructing confidence intervals for the estimation of model parameters of the zonal disintegration of rocks around underground excavations]// *Herald of the Daghestan State Technical University*. 2017, No. 44(4), pp. 114-121 (In Russ)]

17. Ehfron B. Netradicionnye metody mnogomernogo statisticheskogo analiza. [Non-traditional methods of multivariate statistical analysis]. M.: Finansy i statistika, 1988. (In Russ)]

18. Guzev M.A., Paroshin A.A. Neevklidova model' zonal'noy dezintegratsii gornyh porod vokrug podzemnoj vyrabotki. [UnEuclidean model of zonal disintegration of mountain breeds round the underground making] *Prikladnaya mekhanika i tekhnicheskaya fizika*, 2001, vol. 42, no. 1. pp. 147–156. (In Russ)]

19. Ksendzenko L.S. Razrabotka metoda opredeleniya parametrov zonal'noy struktury razrusheniya sil'no szhatogo massiva vokrug podzemnyh vyrabotok. [Development of method of determination of parameters of zonal structure of destruction of the strongly compressed array round the underground making.] *Vestnik Dal'nevostochnogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta*, 2011, no. 3/4(8/9), pp.144–166. (In Russ)]

20. Ajvazyan S.A., Enyukov I.S., Meshalkin L.D. *Prikladnaya statistika. Issledovanie zavisimostej* [Applied statistics. Dependency study]. *Finansy i statistika*, 1985. 487 p. (In Russ)]

21. Anufriev D.V. Butstrep-metody postroeniya doveritel'nyh intervalov dlya zadach ocenivaniya tochnostnyh harakteristik sistemy LA-KSCPNO [Bootstrap methods for constructing confidence intervals for estimation problems of the accuracy characteristics of the LA-KSNPNO system]. *Nauchnyj vestnik MGTU GA*, 2005, no. 89, pp. 93-96. (In Russ)]

22. Gluhov V.V., Anufriev D.V. Butstrep-procedury opredeleniya tochnostnyh harakteristik [Bootstrap procedures for determining the accuracy characteristics]. *Nauchnyj vestnik MGTU GA*, 2005, no. 89, pp. 30-35. (In Russ)]

#### **Сведения об авторе:**

Лосев Александр Сергеевич, кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник, научная группа вероятностных методов и системного анализа; e-mail: A.S.Losev@yandex.ru

#### **Information about the author:**

Alexander S. Losev, Cand. Sci. (Physical and Mathematical), Senior Researcher, Scientific group of Probabilistic methods and Systems analysis; e-mail: A.S.Losev@yandex.ru

#### **Конфликт интересов.**

Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.

**Поступила в редакцию** 14.01.2021.

**Принята в печать** 16.02.2021.

#### **Conflict of interest.**

The author declare no conflict of interest.

**Received** 14.01.2021.

**Accepted for publication** 16.02.2021.