

Для цитирования: С.А. Братчиков, Е.А. Абрамова. Исследование погрешностей представления трехмерных моделей при определении параметров деталей приборов на примере двухмассовой вращающейся системы с упругой связью. Вестник Дагестанского государственного технического университета. Технические науки. 2020; 47 (4): 8-19. DOI:10.21822/2073-6185-2020-47-4-8-19

For citation: S.A. Bratchikov, E.A. Abramova. Investigation of errors in the representation of 3D models in determining the parameters of parts of devices BY the example of a two-mass rotating system with elastic coupling. Herald of Daghestan State Technical University. Technical Sciences. 2020; 47 (4): 8-19. (In Russ.) DOI:10.21822/2073-6185-2020-47-4-8-19

ЭНЕРГЕТИЧЕСКОЕ, МЕТАЛЛУРГИЧЕСКОЕ И ХИМИЧЕСКОЕ МАШИНОСТРОЕНИЕ POWER, METALLURGICAL AND CHEMICAL MECHANICAL ENGINEERING

УДК 621.362

DOI: 10.21822/2073-6185-2020-47-4-8-19

ИССЛЕДОВАНИЕ ПОГРЕШНОСТЕЙ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ ТРЕХМЕРНЫХ МОДЕЛЕЙ ПРИ ОПРЕДЕЛЕНИИ ПАРАМЕТРОВ ДЕТАЛЕЙ ПРИБОРОВ НА ПРИМЕРЕ ДВУХМАССОВОЙ ВРАЩАЮЩЕЙСЯ СИСТЕМЫ С УПРУГОЙ СВЯЗЬЮ

С.А. Братчиков, Е.А. Абрамова

Университет ИТМО,

197101, Санкт-Петербург, Кронверкский пр., д. 49, литер А, Россия

Резюме. Цель. Целью исследования является рассмотрение области применения современных методов разработки и конструирования приборов с использованием средств трехмерного моделирования и симулирования физических процессов. Исследуется оправданность применения и критерии достоверности получаемых результатов при последовательном проектировании механической части электропривода и системы управления. **Метод.** Рассматриваются способы модельного представления трехмерных объектов в системах автоматизированного проектирования, а также методы, применимые для решения задач определения деформаций под приложенной нагрузкой. На примере элементарного соединения проведено сравнение получаемых результатов динамической характеристики упругого вала в системе автоматизированного проектирования с рассчитанным аналитически. **Результат.** Определены основные принципы и соотношения, применимые для описания формы трехмерных моделей. Показаны методы, посредством которых возможно получение информации о массово-центровочных характеристиках моделей. Приведены соотношения, которые положены в основу численных методов решения задач об определении упругих деформаций тел. Показана погрешность, которая может проявляться при использовании недостаточно малых элементарных объемов при решении задачи определения упругой деформации. **Вывод.** Использование трехмерного моделирования при проектировании сложных технических систем оправдано и ускоряет производственные процессы. Однако не всегда численные методы могут дать точный результат, что ведет к необходимости либо увеличивать сложность расчетов, либо к дополнительной подстройке некоторых параметров проектируемых приборов.

Ключевые слова: трехмерное моделирование, метод конечных элементов, система автоматизированного проектирования, математическая модель, погрешность численного метода

INVESTIGATION OF ERRORS IN THE REPRESENTATION OF 3D MODELS IN DETERMINING THE PARAMETERS OF PARTS OF DEVICES BY THE EXAMPLE OF A TWO-MASS ROTATING SYSTEM WITH ELASTIC COUPLING

S. A. Bratchikov, E.A. Abramova

ITMO University,

49 Kronverksky Ave., bldg. A, Saint Petersburg 197101, Russia

Abstract. Objective. The objective of the study is to consider the application field of modern device development and design methods using the means of 3D modeling and simulation of physical processes. The validity of the application and criteria for the reliability of the results obtained in the sequential design of the mechanical part of the electric drive and the control system are investigated. **Methods.** Methods of model representation of 3D objects in computer-aided design systems are considered, as well as methods for solving problems of determining strain under the applied load. Using the example of an elementary joint, the obtained results of the dynamic characteristic of an elastic shaft in a computer-aided design system are compared with those calculated analytically. **Results.** The article defines the basic principles and relations applicable to describing the shape of 3D models. Methods are shown by which it is possible to obtain information about the mass-centering model characteristics. The relations that form the basis of numerical methods for solving problems of determining elastic deformations of bodies are also given. The error that can occur when using insufficiently small elementary volumes in solving the problem of determining elastic deformation is shown. **Conclusion.** The use of 3D modeling in the design of complex technical systems is justified and speeds up production processes. However, numerical methods cannot always give an accurate result leading to the need to either increase the complexity of calculations or additionally adjust some designed device parameters.

Keywords: 3D modeling, finite element method, computer-aided design system, mathematical model, numerical method error

Введение. Современный этап развития производственных процессов ознаменован повсеместным внедрением киберфизических технологий [1,2], основным столпом которого является компьютерное и имитационное моделирование [3]. Иными словами, основной вектор развития в прикладном проектировании - это отказ от трудоемкого процесса создания макетов и прототипов и их последующего исследования на предмет соответствия предъявляемым характеристикам в пользу разработки «цифровых двойников» разрабатываемых изделий.

Под «цифровым двойником» следует понимать виртуальную сущность, способную полностью повторять поведение реального объекта в реальном мире под воздействием моделируемых внешних возмущающих воздействий и предоставляющую наблюдателю достоверную информацию обо всех физических параметрах объекта [4]. Подобный подход с 90-х годов прошлого века показывает [5] свою эффективность за счет сокращения времени на разработку моделей, сокращения издержек на создание макетов, включения большего количества квалифицированных специалистов в проектную группу за счет исключения необходимости прямого доступа к макетам, а также возможности безбоязненно моделировать любые внешние воздействия, не переживая за сохранность макетов, их износ и безопасность персонала.

Кроме того, использование «цифровых двойников» позволяет оперативно вносить изменения в конструкции проектируемых изделий и тем самым производить больше итераций нагрузочных испытаний с различными конфигурациями в единицу времени [6].

Однако не всегда возможно оперировать лишь результатами, полученными с моделей. В ряде случаев, в особенности в сложных технических системах, включающих в себя не только механическую часть в виде какого-либо рода конструкций (корпусов, каркасов, опор, стоек), но и, например, электропривод с системой управления им, использования одних лишь математических моделей может оказаться недостаточно, поскольку они незначительно, но могут отличаться от реальных объектов [7]. Это связано как с неидеальностью оборудования, на котором изготавливаются детали приборов [8, 9], так и с применением численных методов вычислений [10] в «цифровых двойниках», которые, всё же, имеют конечную погрешность. И хотя современный этап развития вычислительной техники позволяет в разумные сроки получать результаты расчетов с разумной точностью, её может оказаться недостаточно в прецизионной технике. Как следствие, приходится применять методики идентификации [11,12] объектов и дорабатывать конкретные образцы технических систем. В связи с изложенным выше, появляется ин-

интерес в определении принципов и способов расчета физических параметров объектов технических систем и выявлении точности их расчетов, которые могут быть достигнуты при применении на этапе проектирования «цифровых двойников», и перспектив уменьшения погрешностей, которые могут появляться при проектировании.

Постановка задачи. Для определения того, как точно могут быть рассчитаны физические параметры объектов, а также какое влияние погрешность расчета может оказывать на динамические параметры системы необходимо, во-первых, исследовать, каким образом могут рассчитываться характеристики тел в системах автоматизированного проектирования. Затем необходимо задаться моделью, на примере которой возможно проверить, как погрешности вычисления физических параметров оказывают влияние на динамические характеристики объекта.

Предполагается, что в данном исследовании оптимально использовать модель двухмассового электропривода, соединенного через упругий вал. Подобный механизм довольно распространен в практическом использовании, и исследованию методов его управления посвящено немало работ. Затем производится вычисление параметров модели с использованием системы автоматизированного проектирования. Следующим шагом будет аналитическое вычисление этих же параметров элементарной модели. Наконец производится сравнение аналитически вычисленных значений со значениями, которые были посчитаны с использованием систем моделирования. На основании сравнения делается вывод о том, какие погрешности могут получиться при различных параметрах моделирования, и как сильно эти погрешности влияют на достоверность описания физических процессов, которые будут происходить в системе.

Методы исследования. Основополагающие физические параметры любого объекта, которые необходимо явно определять для принятия решений по проектированию – масса, объем, центр масс, тензор инерции [13, 14]. Эти величины во многом определяют поведение проектируемого объекта, его динамику. При создании трёхмерных моделей в системах автоматизированного проектирования пользователь сам задаёт формы, опорные точки, физические свойства и другие естественные параметры объекта. Под естественными параметрами понимаются те, которые могут быть описаны качественно и количественно без использования уравнений. К ним можно отнести габаритные размеры, плотность материала, положение опорных точек.

Например, цилиндр естественным образом может быть задан при помощи указания точки центра окружности основания, его радиуса, высоты и плотности материала. Однако над видом уравнения, описывающего окружность основания, площади поверхностей, объем тела пользователю задумываться не приходится.

Алгоритм их вычисления заложен разработчиками в систему автоматизированного проектирования, а входными данными являются как раз введенные пользователем значения. Затем представляя спроектированную трёхмерную модель как совокупность простейших фигур (C-Rep метод), поверхностей (B-Rep метод), кривых (метод NURBS-поверхностей), [15] используя булевы операции, применяя методы численного интегрирования к поверхностям и кривым, описываемым заранее известными уравнениями, система автоматизированного проектирования вычисляет массово-центровочные характеристики сложных объектов [16].

Рассмотрим пример вычисления массово центровочных характеристик цилиндра, представленного на рис. 1.

Предполагается, что основные операции, которые пользователь производит в системе автоматизированного проектирования для создания подобного объекта:

- 1) Выбор и задание точки центра окружности a с координатами (x_1, y_1, z_1)
- 2) Выбор и задание радиуса окружности основания r ;
- 3) «Выдавливание» цилиндра посредством задания его высоты h .

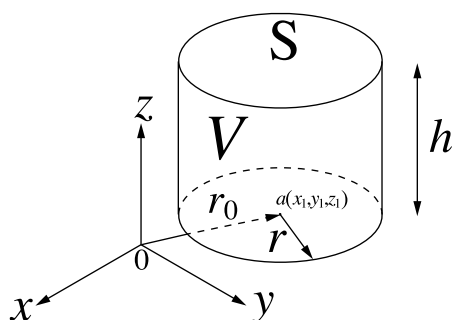


Рис.1. Цилиндр в декартовых координатах
Fig.1. Cylinder in Cartesian coordinates

Используя общеизвестные геометрические формулы, вычисляются другие параметры объекта. Площадь основания равна $S = \pi r^2$. Дополнив модель информацией о расстоянии выдавливания h , объем получившегося тела равен $V = Sh$

Центр масс в таком случае находится в точке:

$$x_c = x_1; y_c = y_1; z_c = z_1 + \frac{h}{2} \quad (1)$$

Моменты инерции относительно осей, проходящих через центр масс цилиндра и параллельных базовым осям:

$$J_{cx} = J_{cy} = \frac{1}{12} r V (3r^2 + h^2); \quad 2J_{cz} = \frac{1}{2} r V r^2 \quad (2)$$

Аналогичным образом могут быть заданы основные соотношения для моментов инерции элементарных тел относительно других базовых осей, проходящих через их центр масс. Затем по теореме Гюйгенса (3) используя момент инерции тела относительно центра масс J_0 , расстояние r_i между осью, относительно которой посчитан момент инерции и параллельной ей осью, нетрудно определить моменты инерции тела относительно произвольных осей.

$$J_i = J_0 + r V r_i^2 \quad (3)$$

В случае более сложных поверхностей, описывающих основания, могут быть применены методы численного интегрирования для нахождения объёмов и площадей интересующих объектов. Входную информацию о форме граней и поверхностей, ограничивающих тело, система получает от пользователя (опорные точки, радиусы скругления, длины и пр.) а также вычисляет в автоматическом режиме (координаты центров скруглённых линий, уравнения кривых). Затем, применяя методы численного интегрирования к частям модели, могут быть вычислены площади поверхностей, длины граней, объёмы под поверхностями. Далее проводя булевы операции с параметрами получившихся частей, вычисляются массово-центровочные характеристики модели.

Координаты центра масс могут быть вычислены посредством известных выражений (4):

$$x_c = \frac{1}{V} \int_V x dV; y_c = \frac{1}{V} \int_V y dV; z_c = \frac{1}{V} \int_V z dV \quad (4)$$

Если параметры поверхностей модели известны, не составляет труда вычислить их уравнения, а значит и найти координаты центра масс. При применении булевых операций, описанных в табл. 1, при известных координатах центров масс каждого из простых объектов, формирующих модель, центр масс всего объекта может вычисляться по формулам:

$$x_{c_0} = \frac{1}{V_0} \sum x_k V_k; y_{c_0} = \frac{1}{V_0} \sum y_k V_k; z_{c_0} = \frac{1}{V_0} \sum z_k V_k \quad (5)$$

где:

$x_{c_0}, y_{c_0}, z_{c_0}$ – координаты центра масс всей модели;

x_k, y_k, z_k – координаты центра масс k -го элемента, входящего в состав модели;

V_k – объём k -го элемента, входящего в состав модели.

Составляющие тензора инерции тела, как один из показателей массово-центровочных характеристик, могут вычисляться в соответствии с представленными выражениями, если известно математическое описание поверхностей, формирующих тело, и плотность материала модели:

$$\begin{aligned} J_x &= \int_V \rho (y^2 + z^2) dV ; J_y = \int_V \rho (x^2 + z^2) dV ; J_z = \int_V \rho (x^2 + y^2) dV \\ J_{xy} &= \int_V \rho xy dV ; J_{xz} = \int_V \rho xz dV ; J_{yz} = \int_V \rho yz dV \end{aligned} \quad (6)$$

Этих выражений уже достаточно для вычисления тензора инерции в базовых координатах. Если же необходимо посчитать моменты инерции относительно произвольных осей, необходимо применить теорему Гюйгенса (3) для вычисления момента инерции относительно осей, проходящих через центр масс тела. После этого можно определить момент инерции тела относительно произвольной оси, проходящей через центр масс тела с помощью уравнения (7).

$$I_s = \mathbf{s}^T \cdot \mathbf{J} \cdot \mathbf{s} \quad (7)$$

где: $\mathbf{J}$ – тензор инерции тела в базисе, проходящем через центр масс тела и параллельно смещенный относительно базовой системы координат;

$\mathbf{s}$ – единичный вектор, параллельный оси, относительно которой требуется определить момент инерции; $|\mathbf{s}|=1$

Далее применяя булевы операции и свойство аддитивности момента инерции, теорему Гюйгенса, может быть рассчитан момент инерции всей модели относительно произвольной оси.

Таким образом, основные массово-центровочные характеристики деталей, требующиеся при расчётах, могут быть получены в системах автоматизированного проектирования. При условии использования в системах автоматизированного проектирования современных и достоверных методов описания поверхностей, составляющих тело, таких как B-Rep, применения высокого разрешения, получаемые расчётные характеристики детали будут достоверны и точны.

При проектировании «цифровых двойников» динамических систем ключевыми параметрами также являются показатели нежесткости соединений, поскольку именно упругие связи вносят такое нежелательное явление в поведение как резонанс. Поэтому одной из важных задач является определение показателей упругости системы для качественного её анализа и использования её «цифрового двойника» для проектирования автоматической системы управления [17]. В общем случае, определение характеристик упругости элементов проводится самим конструктором, поскольку только ему известны точки соединения элементов, между которыми должна рассчитываться упругость связи. Это обусловлено тем, что именно конструктор, разрабатывая форму объекта, должен проводить прочностной расчет, определять места креплений и соединений деталей приборов с другими частями проектируемого объекта.

Однако если не использовать средства компьютерного моделирования физических процессов, возможно лишь ориентировочно рассчитать геометрию конструкции, необходимую для противостояния номинальных прикладываемых нагрузок. А также определить лишь приблизительно упругость связей, хотя в динамических системах, таких как электропривод, упругость является одной из важнейших характеристик, которая непосредственно влияет на проектируемые в дальнейшем регуляторы систем управления. В отсутствие применения средств моделирования физических процессов, производится идентификация объекта управления как динамической системы. Но это требует наличия прототипа изделия.

Во-первых, производство макета увеличивает сроки производства. Во-вторых, макет требует бережного обращения с собой во избежание его поломки, а значит проведение испытаний на предельные нагрузки не всегда возможно. И наконец, в случае неудовлетворительных результатов разработчикам необходимо проходить заново все стадии проектирования, что практически эквивалентно созданию изделия с нуля.

Именно задачу минимизации временных и материальных ресурсов на производство призваны решить системы автоматизированного проектирования с возможностью моделирования физических процессов. Применительно к задачам инженерного проектирования такие системы выступают в роли решателя системы сложных дифференциальных уравнений, которые описывают поведение проектируемого объекта под воздействием внешних сил.

По результатам расчетов инженеру становится возможным идентифицировать параметры интересующих механических связей посредством определения упругих деформаций тела под воздействием заданных сил.

Обсуждение результатов. В общем случае связь между деформациями и силами, приложенными к малому объему, записывается в форме системы дифференциальных уравнений (8) [18].

$$\begin{cases} (\lambda + \mu) \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) + \mu \left(\frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial z^2} \right) + F_x = 0 \\ (\lambda + \mu) \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) + \mu \left(\frac{\partial^2 u_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_y}{\partial z^2} \right) + F_y = 0 \\ (\lambda + \mu) \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) + \mu \left(\frac{\partial^2 u_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2} \right) + F_z = 0 \end{cases} \quad (8)$$

где:

$\lambda = \frac{En}{(1+n)(1-2n)}$ – первый параметр Ламе;

$\mu = \frac{E}{2(1+n)}$ – второй параметр Ламе, он же модуль сдвига материала G ;

U_i – перемещение малого объема в направлении i под воздействием силы;

F_i – сила, приложенная к малому объему в направлении i ;

E – модуль Юнга материала;

ν – коэффициент Пуассона материала.

Следует отметить, что такая система дифференциальных уравнений должна быть составлена для каждого малого объема в пределах исследуемого тела, для которого производится определение свойств упругости. Само по себе решение подобной системы – трудоемкая задача, осложняющаяся тем, что решение нужно находить для множества точек. Однако применение численных методов в системах автоматизированного проектирования для решения дифференциальных уравнений (например, метода Рунге-Кутты) позволяет производить подобные исследования и определять требуемые характеристики объектов. Принципиально решение таких систем производится посредством применения метода конечных элементов, для реализации которого тело разбивается сеткой на мелкие куски, которые в этом методе представляются как раз малыми объемами [19, 20]. По сути, при уменьшении размера этих элементов, что эквивалентно увеличению числа узлов сетки, задача сведется к решению систем дифференциальных уравнений для бесконечно малых объемов, что соответствует идее дифференциального счисления.

Таким образом, чем меньше малые объемы, на которые разбивается тело в системе автоматизированного проектирования, тем ближе решение к реальному физическому процессу деформации. Однако нельзя бесконечно сближать вершины разбивающей сетки, поскольку это

неоправданно увеличивает время решения систем. Поэтому актуальным остается вопрос определения оптимального соотношения между размером элементов разбивающей сетки и результатами вычисления, а также, какие погрешности вносит увеличение размера сетки и насколько значительны эти погрешности в процессе разработки приборов.

Для исследования точности расчётов физических параметров проектируемой системы выбран тривиальный случай соединения двух масс электропривода через вал, обладающий нежесткостью. Под первой массой электропривода понимается ротор электродвигателя, а под второй – некий присоединённый к ротору через вал маховик. В данном случае вал и обе массы представляются однородными цилиндрами, причем предполагается, что нежесткостью обладает только вал. На рис. 2 представлена модель соединения масс через вал.

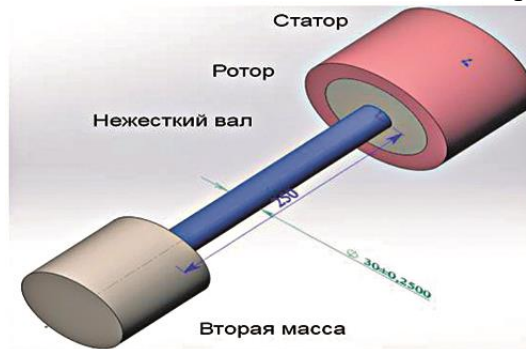


Рис. 2. Модель соединения ротора и статора электродвигателя через упругий вал

Fig.2. Model of stator with rotor connection through the elastic shaft

Для однородного цилиндра, который скрепляет две массы в рассматриваемом случае, связь между углом поворота между торцевыми плоскостями и приложенной нагрузкой выражается соотношением (9):

$$f = \frac{TL}{J_p G} \quad (9)$$

где:

f – угол, на который скручивается цилиндр;

T – величина прикладываемого момента, скручивающего цилиндр;

L – расстояние между торцевыми плоскостями цилиндра, иными словами высота цилиндра;

$J_p = \frac{\rho}{2} r^4$ – полярный момент инерции цилиндра;

r – радиус цилиндра;

$G = \frac{E}{2(1+\nu)}$ – модуль сдвига материала цилиндра.

Коэффициент жесткости связи в случае скручивания тела равен отношению прикладываемемого момента к углу, на который повернулось тело, при условии работы материала в области, не выходящей за границы предела упругости, и может быть выражен из (9) в форме (10):

$$C = \frac{T}{f} = \frac{GJ_p}{L} \quad (10)$$

где:

C – коэффициент жесткости.

Физическое описание процессов, происходящих в двухмассовой системе с упругой связью между массами, выражается системой дифференциальных уравнений (11):

$$\begin{cases} J_1 \frac{d\omega_1}{dt} = M - M_{12} \\ M_{12} = c_{12} (\varphi_1 - \varphi_2) \\ J_2 \frac{d\omega_2}{dt} = M_{12} \end{cases} \quad (11)$$

где:

J_1, J_2 – моменты инерции первой и второй масс, соответственно;

M, M_{12} – внешний вращающий момент прикладываемый к первой массе и вращающий момент, оказываемый на вторую массу с первой, соответственно;

ω_1, ω_2 – угловые скорости вращения первой и второй масс соответственно;

φ_1, φ_2 – углы поворота первой и второй массы, соответственно;

c_{12} – коэффициент жесткости связи между первой и второй массами.

Из системы (11) видно, что упругость связи между массами, выражаемая коэффициентом жесткости c_{12} , является важным параметром, формирующим динамику системы. Поэтому точность определения этого параметра напрямую влияет на точность математической модели, основное назначение которой – это максимально точно передавать поведение реального объекта. Более того, чем точнее определяются параметры нежесткости на этапе конструирования, тем более точную, аккуратную и качественную систему управления сможет реализовать разработчик, основываясь на математической модели. И, конечно, чем точнее определены параметры нежесткости, тем вероятнее, что для системы управления не требующей сверхвысоких показателей точности отработки заданий потребуется коррекция регуляторов на реальном рабочем объекте.

Система (11) может быть представлена математической моделью в виде структурной схемы на рис. 3.

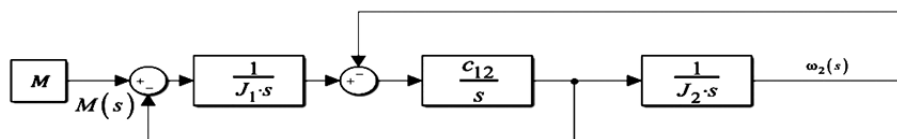


Рис.3 .Математическая модель двухмассовой системы с нежесткостью

Fig.3. Mathematical model of two-mass system with elasticity

Система уравнений (11) в форме вход-выход может быть представлена выражением (12). За вход принимается момент, подаваемый на первую массу, а выходом считается угловая скорость второй массы.

$$\frac{\omega_2(s)}{M(s)} = \frac{1}{\frac{J_1 J_2}{c_{12}} s^3 + (J_1 + J_2) s} = \frac{1}{s \left(\frac{J_1 J_2}{c_{12}} s^2 + (J_1 + J_2) \right)} \quad (12)$$

где: s – комплексная переменная преобразования Лапласа.

Резонансная частота системы, описываемой выражением (12), находится посредством определения полюсов системы. Для этого необходимо приравнять к нулю знаменатель системы (12), найти корни этого уравнения относительно переменной s . После определения полюсов системы, производится подстановка $s \rightarrow j \cdot \omega$, где j это мнимая единица. Выраженная ω будет равна резонансной частоте. Полюса системы (12) равны: $0, \pm j \cdot \sqrt{\frac{c_{12}(J_1 + J_2)}{J_1 J_2}}$. А резонансная частота в общем виде определяется выражением (13):

$$\omega_r = \sqrt{\frac{C_{12} (J_1 + J_2)}{J_1 J_2}} \quad (13)$$

где: ω_r – резонансная частота системы (12).

Отрицательная и нулевая частоты имеют смысл с математической точки зрения в контексте преобразования Лапласа, однако с физической точки зрения резонансная частота должна быть ненулевой и положительной.

Для определения параметра жесткости модели, представленной на рис. 2, а также её массово центровочных характеристик в качестве системы автоматизированного проектирования выбран пакет Solid Works. Этот прикладной пакет широко используется при проектировании различного рода устройств и приборов, распространен в среде конструкторов в целом. Кроме того, он позволяет проводить исследования на механическую прочность конструируемых изделий методом конечных элементов, то есть, применяя разбиение моделей объектов на малые объемы и решая систему дифференциальных уравнений (8) для каждого из объемов. Тем самым возможным становится определять упругие деформации сложных конструкций.

Поскольку одна из важных задач исследования - это оценка точности и достоверности результатов, предоставляемых системами автоматизированного проектирования конструктору о деформациях моделей под нагрузками, в качестве метода исследования выбрана следующая последовательность действий:

- 1) Модель вала, соединяющая на рис. 2 вторую массу и ротор, разбивается сеткой на малые объемы с варьируемой дистанцией между вершинами сетки;
- 2) Для каждого размера сетки производится вычисление коэффициента упругости вала на основании физических характеристик материала и рассчитанного смещения точек модели относительно начального положения;
- 3) Из модели, созданной в Solid Works, получаются данные о моменте инерции элементов деталей;
- 4) На основании данных, полученных в системе автоматизированного проектирования, рассчитывается резонансная частота системы, так как она является одной из важнейших характеристик динамической системы при проектировании системы управления электромеханическим объектом;
- 5) Результаты исследования сравниваются с аналитически рассчитанными величинами. В качестве материала выбрана сталь со следующими физическими параметрами:
 - 1) Модуль Юнга E – 210 ГПа;
 - 2) Модуль сдвига G – 79 ГПа;Коэффициент Пуассона $\nu = 0,28$;
Плотность $\rho = 7,8 \text{ г/см}^3$.

Геометрические параметры модели, представленной на рис. 2:

- 1) Диаметр вала – 30 мм;
- 2) Диаметр второй массы и ротора – 100 мм;
- 3) Длина вала – 250 мм;
- 4) Длина второй массы и ротора – 100 мм.

В качестве внешнего воздействия принят крутящий момент, действующий вдоль торцевую грань и имеющий величину 300 Н•м. Другая торцевая плоскость вала является жестко закрепленной. Исследуемая модель вала, разбитая сеткой и с приложенной нагрузкой представлена рис. 4.

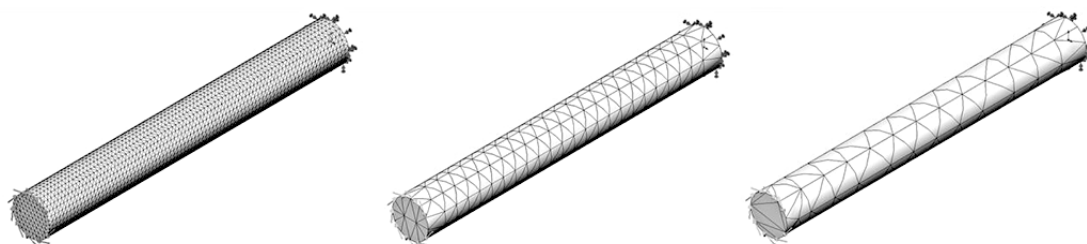


Рис.4. Модель вала, разбитая сеткой разного размера

Fig.4 Model of the shaft being divided on elementary cells of different size

Результаты исследования приведены в табл. 1.

Таблица 1. Результаты исследования

Table 1. Results of research

Показатели Indicators	Расстояние между вершинами сетки, мм Distance between mesh vertices, mm			Аналитически рассчитанное значение Analytically calculated value
	20	10	3	
f , рад	0,011666	0,011693	0,011820	0,011939
c , кН•м/рад	25,715	25,656	25,381	25,129
ω_r , рад/с	2578,7	2575,7	2561,9	2549,1

Из результатов расчетов резонансной частоты системы видно, что размер разбивающей сетки оказывает влияние на значение угла скручивания вала, и как следствие на значение параметра жесткости. Это явление следует непосредственно из того факта, что для решения задачи деформации тела применяется численный метод решения системы (8) с конечным шагом разбиения.

В предельном случае погрешность определения резонансной частоты составляет приблизительно 1% (в случае разбиения модели крупной сеткой 20 мм). Поскольку в системах управления электроприводами для подавления механических резонансных частот используются режекторные фильтры [21], обладающие очень узкими полосами заграждения, погрешность в 1% может привести к тому, что система управления будет настроена недостаточно точно, а режекторный фильтр не будет подавлять реальную механическую резонансную частоту. Это, в свою очередь, может привести к длительному процессу доводки изделия и перенастройки системы управления, а в худшем случае к возникновению механического резонанса в рабочем режиме. В то же время, массово-центровочные характеристики цилиндра, рассчитанные средствами системы автоматизированного проектирования не отличаются от аналитически вычисленных. Это достигается за счет применения современных методов описания границ твердотельных моделей: B-Rep и C-Rep.

Вывод. В работе обоснована целесообразность и показана широта применения методов компьютерного моделирования для проектирования технических систем. Были описаны способы представления моделей и принципы вычисления массово-центровочных характеристик. Описан принцип, положенный в основу решения задачи нахождения механических деформаций под воздействием внешних нагрузок. На практическом примере показано, что погрешности, вносимые численными методами, с конечным шагом. Не смотря на то, что ошибки вычисления параметров, связанных с деформациями не так значительны, в ряде случаев, например в прецизионном электроприводе они могут оказывать ощутимое влияние, так как погрешности настройки систем управления меньше. Как следствие, ошибки, полученные во время компьютерного моделирования, могут оказывать доминирующее воздействие на итоговую точность работы системы.

Библиографический список:

1. Lasi, H., Fettke, P., Kemper, H. G., Feld, T., Hoffmann, M. Industry 4.0 // Business & information systems engineering. 2014. Vol. 6. №. 4. pp. 239-242.
2. Ahuett-Garza H., Kurfess T. A brief discussion on the trends of habilitating technologies for Industry 4.0 and Smart manufacturing // Manufacturing Letters. 2018. Vol. 15. pp. 60-63.

3. Cukovic S., Devedzic G., Ghionea I., Fiorentino M., & Subbaraj K. Engineering design education for industry 4.0: Implementation of augmented reality concept in teaching CAD courses // Proceedings of 2016 International Conference on Augmented Reality for Technical Entrepreneurs (ARTE'16). 2016. pp. 11-16.
4. Grieves M., Vickers J. Digital twin: Mitigating unpredictable, undesirable emergent behavior in complex systems // Transdisciplinary perspectives on complex systems. Springer, Cham, 2017. pp. 85-113.
5. Tovey M. Drawing and CAD in industrial design // Design Studies. 1989. Vol. 10. №. 1. pp. 24-39.
6. Hürlimann, F., Kelm, R., Dugas, M., Oltmann, K., & Kress, G. Mass estimation of transport aircraft wingbox structures with a CAD/CAE-based multidisciplinary process // Aerospace Science and Technology. 2011. Vol. 15. No. 4. C. 323-333.
7. Абуфанас А.С., Лобатый А.А., Шведко А. Г. Поисковый алгоритм параметрической идентификации электропривода системы мониторинга // Системный анализ и прикладная информатика. 2017. №. 2.
8. Дуюн Т.А. Технологическое обеспечение точности формы контактной поверхности коллектора электродвигателя // Научно-технические ведомости СПбПУ. Естественные и инженерные науки. 2010. №. 1 (95).
9. Васильцов А. А. и др. Влияние технологических погрешностей на динамику электродвигателя-маховика // Решетневские чтения. 2012. Т. 1. №. 16.
10. Житников В. П., Шерыхалина Н. М., Поречный С. С. Об одном подходе к практической оценке погрешностей численных результатов // Научно-технические ведомости Санкт-Петербургского государственного политехнического университета. Информатика. Телекоммуникации. Управление. 2009. №. 3 (80).
11. Глазырин А. С., Боловин Е. В. Разработка и лабораторное апробирование метода идентификации параметров электродвигателей на основе разностных схем // Известия Томского политехнического университета. 2012. Т. 321. №. 4. С. 112-115.
12. Choi J. W., Lee S. C., Kim H. G. Inertia identification algorithm for high-performance speed control of electric motors // IEE Proceedings-Electric Power Applications. 2006. Vol. 153. No. 3. pp. 379-386.
13. URL: <https://nari.arc.nasa.gov/sites/default/files/attachments/VSP%20Workshop%20Inertias.pdf>/Mark McMillin. OpenVSP Inertia Calculation // OpenVSP Workshop NASA Ames Research Center August 23-25, 2016
14. Dovramadjiev, Tihomir. Calculating Mass Properties of the 3D geometry. Connection between SolidWorks 3D CAD system and Cinema 4D Tutorial presentation. // DOI: 10.13140/RG.2.2.18800.61444.
15. Al Akhras H. et al. Isogeometric analysis-suitable trivariate NURBS models from standard B-Rep models // Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering. 2016. Vol. 307. pp. 256-274.
16. Shapiro V. Solid Modeling // Handbook of computer aided geometric design. 2002. Vol. 20. pp. 473-518.
17. Lukichev D. V., Demidova G. L., Brock S. Fuzzy adaptive PID control for two-mass servo-drive system with elasticity and friction // 2015 IEEE 2nd International Conference on Cybernetics (CYBCONF). IEEE, 2015. pp. 443-448.
18. Lautrup B. Physics of continuous matter: exotic and everyday phenomena in the macroscopic world. CRC press, 2011.
19. Klocke F. et al. Examples of FEM application in manufacturing technology // Journal of Materials Processing Technology. 2002. Vol 120. No. 1-3. C. 450-457.
20. Śliwa A., Mikołaj J., Dobrzański L. A. FEM application for modelling of PVD coatings properties // Journal of Achievements in Materials and Manufacturing Engineering. 2010. Vol. 41. No. 2. pp. 164-171.
21. Lee D. H., Lee J. H., Ahn J. W. Mechanical vibration reduction control of two-mass permanent magnet synchronous motor using adaptive notch filter with fast Fourier transform analysis // IET electric power applications. 2012. Vol. 6. No. 7. C. 455-461.

References:

1. Lasi, H., Fettke, P., Kemper, H. G., Feld, T., & Hoffmann, M., "Industry 4.0", Business & information systems engineering, Vol. 6, №. 4, 2014, pp. 239-242.
2. Ahuett-Garza H., Kurfess T. "A brief discussion on the trends of habilitating technologies for Industry 4.0 and Smart manufacturing", Manufacturing Letters, Vol. 15, 2018, pp. 60-63.
3. Cukovic S., Devedzic G., Ghionea I., Fiorentino M., & Subbaraj K. "Engineering design education for industry 4.0: Implementation of augmented reality concept in teaching CAD courses", Proceedings of 2016 International Conference on Augmented Reality for Technical Entrepreneurs (ARTE'16), 2016, pp. 11-16.
4. Grieves M., Vickers J. "Digital twin: Mitigating unpredictable, undesirable emergent behavior in complex systems", Transdisciplinary perspectives on complex systems, Springer, Cham, 2017, pp. 85-113.
5. Tovey M. "Drawing and CAD in industrial design", Design Studies, Vol. 10, №. 1, 1989, pp. 24-39.
6. Hürlimann, F., Kelm, R., Dugas, M., Oltmann, K., & Kress, G. "Mass estimation of transport aircraft wingbox structures with a CAD/CAE-based multidisciplinary process" Aerospace Science and Technology, Vol. 15, №. 4, 2011, pp. 323-333.
7. Abufanas A. S., Lobaty A. A., Shvedko A. G. "Searching alorythm of parametric identification of electric drive of monitoring system", System analysis and applied informatics, 2017, Vol. 2 ["Poiskovy algoritm parametricheskoi identifikatsii elektroprivode sistemy monitoringa", Sistemny analiz i prikladnaya informatika, 2017, Vol. 2 (In Russ)]

8. Dyun T. A. Technological support of the tolerance of the shape of the contact surface of the electric drive collector, Scientific and technical bulletin of SPbPU. Natural and engineering sciences, №. 1 (95), 2010 [Tehnologicheskoe obespechenie tochnosti formy kontaktnoi poverhnosti kollektora dvigatelya, Nauchno-tehnicheskii vestnik SPbPU. Estestvennye i inzhenernye nauki, №. 1 (95), 2010] (In Russ)]
9. Vasil'tsov A. A. et al, "The influence of technological errors at the dynamics of the flywheel electric motor", Reshetnikov's readings, Vol. 1, №. 16, 2012 ["Vliyanie tehnologicheskikh pogreshnostei na dinamiku elektrodvigatelya-mahovika", reshetnikovskie chteniya, Vol. 1, №. 16, 2012] (In Russ)]
10. Zhitnikov V. P., Sherychalina N. M., Porechnyi S. S., "About one method of practical assesment of errors of numerical results", Scientific and technical statements of Saint-Petersburg state polytechnical university. Informatics. Telecommunications. Control, №. 3 (80), 2009 ["Ob odnom podhode k prakticheskoi otsenke pogreshnostei chislennykh rezultatov", Nauchno-tehnicheskiye vedomosti Sankt-Peterburgskogo gosudarstvennogo politehnicheskogo universiteta. Informatika. Telekommunikatsii. Upravlenie, No. 3 (80), 2009] (In Russ)]
11. Glazyrin A. S., Bolovin E. V., "Development and laboratory approbation of method of identification of parameters of electric motors using difference schemes", Bulletin of Tomsk's polytechnical university, Vol. 321, No. 4, 2012, pp. 112-115 ["Razrabotka i laboratornoe aprotirovanie metoda identifikatsii parametrov elektrodvigatelya na osnove raznostnykh shem", Izvestiya Tomskogo politehnicheskogo universiteta, Vol. 321, No. 4, 2012, pp. 112-115] (In Russ)]
12. Choi J. W., Lee S. C., Kim H. G., "Inertia identification algorithm for high-performance speed control of electric motors", IEE Proceedings-Electric Power Applications, Vol. 153, №. 3, 2006, pp. 379-386.
13. URL:<https://nari.arc.nasa.gov/sites/default/files/attachments/VSP%20Workshop%20Inertias.pdf>/Mark McMillin. OpenVSP Inertia Calculation //OpenVSP Workshop NASA Ames Research Center August 23-25, 2016
14. Dovramadjiev, Tihomir, "Calculating Mass Properties of the 3D geometry. Connection between SolidWorks 3D CAD system and Cinema 4D Tutorial presentation", DOI: 10.13140/RG.2.2.18800.61444.
15. Al Akhras H. et al, "Isogeometric analysis-suitable trivariate NURBS models from standard B-Rep models", Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol. 307, 2016, pp. 256-274.
16. Shapiro V. "Solid Modeling", Handbook of computer aided geometric design, Vol. 20, 2002, pp. 473-518.
17. Lukichev D. V., Demidova G. L., Brock S., "Fuzzy adaptive PID control for two-mass servo-drive system with elasticity and friction" 2015 IEEE 2nd International Conference on Cybernetics (CYBCONF), IEEE, 2015, pp. 443-448.
18. Lautrup B., "Physics of continuous matter: exotic and everyday phenomena in the macroscopic world", CRC press, 2011.
19. Klocke F. et al. "Examples of FEM application in manufacturing technology", Journal of Materials Processing Technology, Vol. 120, No. 1-3, 2002, pp. 450-457.
20. Śliwa A., Mikula J., Dobrzański L. A., "FEM application for modelling of PVD coatings properties", Journal of Achievements in Materials and Manufacturing Engineering, Vol. 41, No. 2, 2010, pp. 164-171.
21. Lee D. H., Lee J. H., Ahn J. W., "Mechanical vibration reduction control of two-mass permanent magnet synchronous motor using adaptive notch filter with fast Fourier transform analysis", IET electric power applications, Vol. 6, No. 7, 2012, pp. 455-461.

Сведения об авторах:

Братчиков Степан Артемьевич, аспирант, факультет систем управления и робототехники; e-mail: loross90@gmail.com

Абрамова Евгения Александровна, аспирант, факультет программной инженерии и компьютерной техники; e-mail: vectra4444@mail.ru

Information about authors:

Stepan A. Bratchikov, Postgraduate Student, Faculty of Control Systems and Robotics; e-mail: loross90@gmail.com

Evgeniia A. Abramova, Postgraduate Student, Faculty of Software Engineering and Computer Systems; e-mail: vectra4444@mail.ru

Конфликт интересов.

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Поступила в редакцию 22.09.2020.

Принята в печать 10.11.2020.

Conflict of interest.

The authors declare no conflict of interest.

Received 22.09.2020.

Accepted for publication 10.11.2020.