

Для цитирования: Э.К. Агаханов, С.Т. Хидиров, Г.Г. Габидулаев. Напряженное состояние оснований зданий и сооружений. Вестник Дагестанского государственного технического университета. Технические науки. 2020; 47(3):101-110. DOI:10.21822/2073-6185-2020-47-3-101-110

For citation: E. K. Agakhanov, S. T. Khidirov, G. G. Gabibulaev. Stress state of the foundations of buildings and structures. Herald of Daghestan State Technical University. Technical Sciences. 2020; 47(3):101-110. (In Russ.) DOI:10.21822/2073-6185-2020-47-3-101-110

СТРОИТЕЛЬСТВО И АРХИТЕКТУРА BUILDING AND ARCHITECTURE

УДК 539.3

DOI: 10.21822/2073-6185-2020-47-3-101-110

НАПРЯЖЕННОЕ СОСТОЯНИЕ ОСНОВАНИЙ ЗДАНИЙ И СООРУЖЕНИЙ

Э.К. Агаханов, С.Т. Хидиров, Г.Г. Габидулаев

*Дагестанский государственный технический университет,
367026, г. Махачкала, пр. Имама Шамиля, 70, Россия*

Резюме. Цель. Определение напряженного состояния грунтового основания с трапециевидальным вырезом от действия собственного веса, согласно условиям эквивалентности воздействий, сводится к определению напряженного состояния от внешней поверхностной нагрузки, распределенной по гидростатическому закону. **Метод.** Задача определения напряжений в основаниях сооружений при любой степени развития областей пластических деформаций грунта имеет строгую математическую формулировку, и критерии подобия могут быть получены с помощью более простого аппарата теории подобия. Моделирование осуществляется с помощью критериев подобия, на основании которых выполняется модель, определены условия нагружения и осуществлен переход от замеренных на модели величин к соответствующим величинам натурной конструкции. Критерии подобия могут быть получены либо с помощью теории подобия, либо с помощью анализа размерностей. Используя метод погружения совместно с методом центробежного моделирования можно достичь еще большего эффекта увеличения собственного веса модели из прозрачного оптически чувствительного материала. Фиксация напряжений в области модели при необходимости производится методом «замораживания». **Результат.** Используя систему уравнений смешанной задачи теории упругости и пластичности, и метод масштабов установлены критерии подобия для моделирования напряжений в основаниях зданий и сооружений. Отмечены ограничения по выбору множителей подобия для сыпучих грунтов, возможности применения при этом метода центробежного моделирования, а также особенности моделирования связных грунтов. **Вывод.** Необходимым условием подобия напряженных состояний сыпучих однородных оснований в натуре и модели является равенство множителей подобия геометрического масштаба и силового фактора.

Ключевые слова: основания сооружений, моделирование напряжений, критерии подобия, сыпучие грунты, центробежное моделирование, связные грунты

STRESS STATE OF THE FOUNDATIONS OF BUILDINGS AND STRUCTURES

E. K. Agakhanov, S. T. Khidirov, G. G. Gabibulaev

*Daghestan State Technical University,
70 I. Shamil Ave., Makhachkala 367026, Russia*

Abstract. Objective. Determination of the stress state of a ground base with a trapezoidal cut-off from the action of own weight, according to the conditions of equivalence of effects, is reduced to determining the stress state from the external surface load distributed according to the hydrostatic law. **Methods.** The problem of determining the stresses in the structure foundations at any degree of

areas development of a plastic strain of the soil has a strict mathematical formulation, and similarity criteria can be obtained using a simpler construct of similarity theory. The simulation is performed by using similarity criteria based on which the model is executed, the loading conditions are determined, and the transition from the values measured on the model to the corresponding values of the full-scale structure is carried out. Similarity criteria can be obtained either with the help of similarity theory or with the help of dimensional analysis. An even greater effect of increasing the self-weight of a model made of transparent optically sensitive material can be achieved using the immersion method in conjunction with the centrifugal modeling method. If necessary, the stresses in the model area are fixed using the "freeze" method. **Result.** Using the equations system of the mixed problem of the elasticity and plasticity theory, and the scale method, similarity criteria are established for modeling stresses in the foundations of buildings and structures. Limitations on the choice of similarity multipliers for loose soils, the possibility of using the method of centrifugal modeling, as well as features of modeling connected soils are noted. **Conclusion.** A necessary condition for the similarity of the stress states of loose homogeneous bases in nature and the model is the equality of the similarity multipliers of the geometric scale and the force factor.

Keywords: foundations of structures, stress simulation, similarity criteria, loose soils, centrifugal modeling, cohesive soils

Введение. Поскольку строительство здания или сооружения начинается с разработки котлована, то поверхность основания имеет соответствующий открытому котловану вырез [1]. При разработке грунтов котлована в окружающем массиве происходит изменение начального напряженного состояния, причем, чем шире и глубже котлован, тем значительнее эти изменения. Тогда напряжения в основании, возникающие от нагрузки, передаваемой зданием или сооружением через подошву фундамента, будут накладываться уже не на начальное поле напряжений, соответствующее природному давлению до разработки котлована, а на исходное поле напряжений, возникающее после его разработки.

В инженерной практике принимается, что, когда давление на поверхности дна котлована при строительстве здания или сооружения достигает веса извлеченного грунта, в основании произойдет изменение напряженного состояния от исходного до природного [2].

В работах Головина А.Я., Горбунова-Посадова М.И., Шехтера О.Я., Кофмана В.А. и Флорина В.А. [3-5] существуют рекомендации замены действия собственного веса грунта в области выреза поверхностными нагрузками, прикладываемыми к плоской поверхности основания в пределах ширины выреза. На практике проектирования широко используется вертикальное трапецидальное или прямоугольное, в зависимости от формы выреза, распределение фиктивной поверхностной нагрузки, соответствующее распределению весов вынимаемой, при отрывке котлована, части грунта. Для определения напряжений от поверхностных нагрузок в основании с плоской поверхностью используют известные аналитические решения. Однако использование таких приближенных расчетных схем приводит к снижению точности получаемых результатов.

Для решения некоторых вопросов проектирования, изучения строительных свойств оснований сооружений и экспериментальной проверки применяемых методов расчета иногда применяются исследования на моделях или штампах, достаточно малых размеров по сравнению с действительными сооружениями. В ряде случаев эти исследования производятся для изучения распределения напряжений по подошве сооружения и в толще основания, для определения характера и изменения величины осадки в зависимости от изменения нагрузки, для определения величины предельной нагрузки, при которой происходит выпор грунта основания, резкое увеличение осадки или же появление незатухающих во времени осадок и т. д. Поэтому представляется весьма существенным выяснить вопрос о допустимости перенесения полученных при этих исследованиях результатов на сооружения значительных размеров и об установлении надлежащих условий моделирования.

Следует отметить, что действие давления, равного весу извлеченного грунта, на поверхности котлована в действительности не эквивалентно действию собственного веса грунта, вынимаемого при отрывке котлована [6].

Определение напряженного состояния грунтового основания с трапецеидальным вырезом от действия собственного веса, согласно условиям эквивалентности воздействий, сводится к определению напряженного состояния от внешней поверхностной нагрузки, распределенной по гидростатическому закону [7, 8]. Данный результат позволяет иметь точную оценку исходного напряженного состояния оснований сооружений.

В частности, для моделирования напряжений в грунтовом основании с трапецеидальным вырезом можно использовать метод фотоупругости с применением оптически чувствительного материала [9].

Увеличение собственного веса материала модели достигается методами центробежного моделирования и погружения в тяжелую жидкость [10-13]. Используя метод погружения совместно с методом центробежного моделирования можно достичь еще большего эффекта увеличения собственного веса модели из прозрачного оптически чувствительного материала. Фиксация напряжений в области модели при необходимости производится методом «замораживания» [9].

Постановка задачи. Установление теоретически достаточно обоснованных и практически проверенных, т. е. находящихся в соответствии с результатами экспериментальных исследований условий моделирования имеет большое практическое значение не только с точки зрения выяснения вопроса о допустимости использования тех или иных результатов, установленных при исследованиях на моделях малого размера. Еще большее практическое значение условий моделирования заключается в выяснении надлежащих условий постановки этих исследований, при которых получаемые данные могли бы быть использованы применительно к сооружениям большого размера.

В соответствии с изложенным выше, рассмотрим грунтовое основание, на поверхности которого приложена равномерная нагрузка от сооружения и боковая пригрузка, обусловленная глубиной заложения фундамента (рис.1).

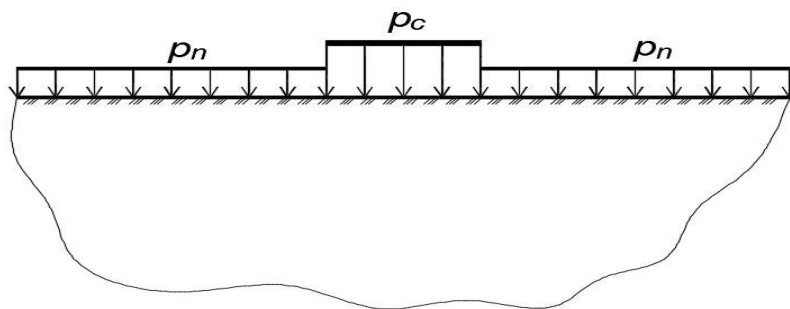


Рис.1. Грунтовое основание под действием нагрузки от сооружения и боковой пригрузки
Fig. 1. Subgrade under the action of the load from the structure and lateral surcharge

Исходя из общих принципов моделирование осуществляется с помощью критериев подобия, на основании которых выполняется модель, определяются условия нагружения и осуществляется переход от замеренных на модели величин к соответствующим величинам натурной конструкции. Критерии подобия могут быть получены либо с помощью теории подобия, либо с помощью анализа размерностей [14].

С учетом уровня развития теории механики сплошных сред вполне можно полагать, что задача определения напряжений в основаниях сооружений при любой степени развития областей пластических деформаций грунта имеет строгую математическую формулировку, и критерии подобия могут быть получены с помощью более простого аппарата теории подобия.

Методы исследования. Для установления необходимых критериев по теории подобия выпишем систему уравнений плоской смешанной задачи теории упругости и пластичности для модели [5, 15]:

Уравнения равновесия

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} &= 0, \\ \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \gamma &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Граничные условия на поверхности в области сооружения и вне ее

$$\sigma_z = p_c, \quad \sigma_z = p_n. \quad (2)$$

Условие совместности в упругой области

$$\nabla^2 (\sigma_x + \sigma_z) = 0. \quad (3)$$

Условие предельного равновесия в пластической области

$$\sigma_1 - \sigma_2 = (\sigma_1 + \sigma_2 + 2\sigma_c) \text{Sin } \varphi. \quad (4)$$

Где: $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} = 0$ обозначает оператор Лапласа,

γ - удельный вес грунта,

$$\sigma_c = c \cdot \text{Ctg } \varphi,$$

φ - угол внутреннего трения грунта,

c - удельное сцепление грунта.

Применяя метод масштабов, введем подобные преобразования между величинами в натуре и модели:

$$\begin{aligned} \sigma_x^H &= K_\sigma \cdot \sigma_x^M; \\ \sigma_z^H &= K_\sigma \cdot \sigma_z^M; \\ \tau_{xz}^H &= K_\sigma \cdot \tau_{xz}^M; \\ X^H &= K_l \cdot X^M; \\ Z^H &= K_l \cdot Z^M; \\ \gamma^H &= K_\gamma \cdot \gamma^M; \\ \text{Sin } \varphi^H &= K_\varphi \cdot \text{Sin } \varphi^M; \\ \sigma_c^H &= K_c \cdot \sigma_c^M; \\ p_c^H &= K_p \cdot p_c^M; \\ p_n^H &= K_p \cdot p_n^M. \end{aligned} \quad (5)$$

Если записать систему уравнений (1) - (4) для натуре, то с помощью соотношений (5) ее можно привести к виду:

$$\left. \begin{aligned} \frac{K_\sigma}{K_l} \left[\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} \right] &= 0, \\ \frac{K_\sigma}{K_l} \left[\frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} \right] + K_\gamma \gamma &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

$$\frac{K_\sigma}{K_p} \sigma_z = p_c, \quad \frac{K_\sigma}{K_p} \sigma_z = p_n. \quad (7)$$

$$\frac{K_\sigma}{K_l} \nabla^2 (\sigma_x + \sigma_z) = 0. \quad (8)$$

$$K_\sigma (\sigma_1 - \sigma_2) = [(\sigma_1 + \sigma_2) K_\sigma + 2K_c \sigma_c] K_\varphi \text{Sin } \varphi. \quad (9)$$

Чтобы уравнения (6) - (9), записанные для натуре, совпали с соответствующими уравнениями для модели, необходимо и достаточно, чтобы выполнялись следующие условия:

$$\frac{K_\sigma}{K_l K_\gamma} = 1, \quad K_\sigma = K_p, \quad K_\sigma = K_c, \quad K_\varphi = 1. \quad (10)$$

Из второго условия (10) получим формулу для пересчета напряжений с модели на натуре:

$$\sigma_x^H = K_p \cdot \sigma_x^M; \quad \sigma_z^H = K_p \cdot \sigma_z^M; \quad \tau_{xz}^H = K_p \cdot \tau_{xz}^M. \quad (11)$$

Из условий (10) получаем, что при этом должны выполняться следующие соотношения:

$$K_\varphi = 1, \quad K_c = K_\sigma, \quad K_\gamma = \frac{K_p}{K_l}. \quad (12)$$

В случае сыпучего грунта условие (12) принимает вид:

$$K_\varphi = 1, \quad K_\gamma = \frac{K_p}{K_l}. \quad (13)$$

Для увеличения собственного веса грунта можно использовать метод центробежного моделирования [12]. Тогда множители подобия геометрического масштаба и силового фактора должны быть подобраны в соответствии с условием моделирования (13).

Центробежное моделирование для изучения напряжений в грунтах на уменьшенных моделях было предложено Н.Н. Давиденковым и Г.И. Покровским. Идея способа центробежного моделирования заключается в следующем. К коромыслу, укрепленному на вертикальной оси, на равных расстояниях от оси шарнирно подвешены две каретки (или одна каретка и противовес). При вращении коромысла с достаточно большой угловой скоростью каретки вследствие влияния центробежных сил приходят в горизонтальное положение. При этом центробежные силы будут воздействовать на скелет грунта уложенной в каретке модели сооружения или основания в виде соответствующих массовых или объемных сил, аналогичных по своему действию силам тяжести. Увеличивая скорость вращения, можно достигнуть любого желаемого увеличения этих объемных сил и, в частности, такого, чтобы было удовлетворено условие моделирования.

Метод центробежного моделирования основан на аналогии между объемными массовыми и инерционными силами, возникающими в теле при его вращении в центрифуге с постоянной угловой скоростью ω . Объемная центробежная сила в каждой точке модели, как известно, пропорциональна расстоянию r от этой точки до оси вращения и квадрату угловой скорости вращения модели:

$$I = \frac{\gamma_m \omega^2 r}{g},$$

где γ_m - объемная масса материала модели,
 g - ускорение свободного падения.

В отличие от моделируемой массовой силы распределение силы инерции неравномерно по объему модели. Исключить эту погрешность можно с помощью испытания двух идентичных моделей (основной и дополнительной) в диаметрально противоположных камерах центрифуги.

В случае модели с односторонними неударяющими связями, дополнительную модель помещают в жидкость, плотность которой превышает плотность модели. Размеры модели должны быть гораздо меньше радиуса центрифуги, тогда изменением массовых сил в пределах модели можно пренебречь.

При центробежном моделировании тел, составленных из материалов с разными объемными массами $\gamma_1 \neq \gamma_2$, необходимо соблюдение отношений:

$$\frac{\gamma_1^{(нат)}}{\gamma_2^{(нат)}} = \frac{\gamma_1^{(мод)}}{\gamma_2^{(мод)}}.$$

Данное условие существенно сужает круг решаемых задач, делая необходимым получение модельных материалов различных объемных масс, что является весьма сложной задачей.

Следует подчеркнуть, что необходимость выполнения первого условия (13) обусловливается условием предельного равновесия в пластической области. Поэтому на стадии, когда области предельного напряженного состояния или отсутствуют, или же, пренебрежимо малы, допускается изготовление модели из другого материала. В таком случае для моделирования напряжений в основаниях сооружений можно использовать метод фотоупругости с применением оптически чувствительного материала [9].

Увеличение собственного веса материала модели достигается методом погружения в тяжелую жидкость [10, 11]. Эквивалентность (аналогия) между задачами о действии массовых сил и о погружении тела в жидкость (иммерсионная аналогия) была сформулирована С.Г. Гутманом.

Для увеличения напряжений от действия массовых сил модель погружают в тяжелую жидкость. При этом в модели возникают такие же, отличающиеся только по знаку, сдвиговые напряжения, как от действия массовых сил, а нормальные напряжения дополняют друг друга до величины гидростатического давления.

Таким образом, если тело с объемной массой γ_1 погрузить в жидкость с объемной массой $\gamma_2 \gg \gamma_1$, то в нем возникают напряжения, превосходящие напряжения от массовых сил в $(\gamma_2 - \gamma_1)/\gamma_1$ раз. Для применяемых оптически чувствительных материалов и тяжелых жидкостей (сплав Вуда, ртуть) силовое воздействие увеличивается примерно в 7-10 раз. Аналогия установлена как для плоской, так и для пространственной задачи.

Метод приведения массовых сил к внешней гидростатической нагрузке оказался весьма простым, эффективным и с успехом используется при исследовании напряжений от массовых сил в сложных инженерных конструкциях.

Однако в случае статически неопределимой относительно внешних сил задачи метод применим только при условии несжимаемости или абсолютной жесткости тел ($\nu = 0.5, E \rightarrow \infty$). Кроме того, в число ограничений метода следует включить то, что он основан на аналогии, до-

казывающей существование частичной эквивалентности, заключающейся в тождественном равенстве только напряжений.

Следует отметить, что методы центрифугирования и погружения в тяжелую жидкость нашли применение при исследовании как однородных, так и композитных (составных) конструкций.

Используя метод погружения совместно с методом центробежного моделирования можно достичь еще большего эффекта увеличения собственного веса модели из прозрачного оптически чувствительного материала [13].

Методы центрифугирования и погружения моделей в более тяжелую жидкость обычно рассматриваются как альтернативные, причем предпочтение отдается первому. Действительно, даже использование в качестве тяжелой жидкости сплава Вуда или ртути дает для эпоксидных моделей увеличение массовой силы только в 7-10 раз. В то же время существующие исследовательские центрифуги позволяют получать коэффициенты перегрузки на порядок выше. Однако возможности центрифуг не беспредельны. С повышением числа оборотов резко возрастает потребляемая электроприводом центрифуги мощность, увеличиваются требования к прочности узлов центрифуги.

Между тем, возникают задачи, в которых значения искомых напряжений и деформаций при моделировании массовых сил, как методом погружения, так и методом центрифугирования, даже используя центрифуги значительной мощности с $K_u = 150$, лежат в пределах точности измерений. Для моделирования таких задач, где необходимо дальнейшее увеличение массовых сил, представляется перспективным центрифугирование моделей с одновременным погружением их в тяжелую жидкость. Эффект совместного применения методов равен произведению эффектов при нагружении моделей каждым из этих методов в отдельности. Совместное использование метода погружения модели в тяжелую жидкость и метода центрифугирования позволяет увеличить коэффициент перегрузки, не изменяя скорости вращения центрифуги, а также изменить соотношение объемных масс элементов композитной модели. Все достоинства и недостатки, изложенные выше для каждого метода в отдельности, естественно, остаются в силе и при их сочетании.

Получаемые картины полос интерференции можно регистрировать непосредственно в процессе вращения центрифуги. Такая методика удобна для изучения концентрации напряжений вблизи вырезов плоских моделей зарядов, скрепленных с оболочкой. Ее можно применять также и при изучении объемных моделей с наклейками из оптически чувствительного материала.

Фиксация напряжений в области модели при необходимости производится методом «замораживания» [9]. Метод «замораживания» моделей на центрифуге позволяет определять напряжения от действия массовых сил в сложных пространственных моделях. Применительно к изучению напряжений в гидросооружениях методика «замораживания» объемных моделей на центрифуге была детально разработана Н.И. Пригоровским и Г.Л. Хесиным. Модель помещают в термостат, расположенный на стреле центрифуги, и в процессе вращения в термостате создают температурный режим, необходимый для «замораживания» деформаций. После «замораживания» модели на центрифуге в любое удобное время и с высокой точностью можно определить напряжения с помощью измерений в срезах (или методом рассеянного света).

В случае связного грунта условия моделирования, как было показано ранее, имеют вид:

$$K_\varphi = 1, K_c = K_p = K_\gamma K_l, K_\gamma = \frac{K_p}{K_l}. \quad (14)$$

Так как при обычных исследованиях связность грунта и его собственный вес не могут быть при постановке эксперимента изменены в соответствии с условиями моделирования, то выполнение условий (14) при изменении множителя подобия геометрического масштаба не может быть обеспечено ни при каком выборе множителя подобия силового фактора.

Если, однако, записать систему уравнений равновесия в виде

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x}(\sigma_x + \sigma_c) + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} &= 0, \\ \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial z}(\sigma_z + \sigma_c) + \gamma &= 0, \end{aligned} \right\}$$

граничные условия на поверхности в области сооружения и вне ее в виде

$$\sigma_z = p_c + \sigma_c, \quad \sigma_x = p_n + \sigma_c,$$

уравнение совместности для упругой области в виде

$$\nabla^2 [(\sigma_x + \sigma_c) + (\sigma_z + \sigma_c)] = 0$$

и уравнения предельного состояния для областей, находящихся в предельном напряженном состоянии, в виде

$$(\sigma_1 + \sigma_c) - (\sigma_2 + \sigma_c) = [(\sigma_1 + \sigma_c) + (\sigma_2 + \sigma_c)] \text{Sin } \varphi$$

то, поступая совершенно аналогичным путем, как и при выводе условий (10), можно получить, что условия подобия для связного грунта могут быть записаны следующим образом:

$$\frac{K_{\sigma+\sigma_c}}{K_l K_\gamma} = 1, \quad \frac{K_{\sigma+\sigma_c}}{K_p} = 1, \quad K_\varphi = 1.$$

Обсуждение результатов. При моделировании напряжений в основаниях сооружений множители подобия K_l и K_p , определяющие геометрический масштаб и силовой фактор модели, могут быть выбраны произвольно, а множители K_φ , K_c и K_γ , определяющие угол внутреннего трения, удельное сцепление и удельный вес грунта, должны быть выбраны в соответствии с условиями (12).

Так как изменение собственного веса грунта в экспериментах с обычными моделями и на штампах не представляется возможным, то следует принимать $K_\gamma = 1$, откуда для сыпучих грунтов получается условие моделирования $K_p = K_l$.

Если грунт обладает сцеплением, то заменяем действие сил сцепления всесторонним равномерным давлением связности ($P_c = c \cdot \text{Ctg } \varphi$), приложенным к свободным граням грунта, т.е. приводим связной грунт к сыпучему.

Следует признать, что многие производившиеся измерения напряжений в основании и плоскости подошвы моделей и штампов малых размеров, а тем более измерения их осадок, являются весьма условным материалом, который не может быть перенесен на сооружения достаточно больших размеров. Пренебрежение влиянием собственного веса грунта допустимо только при достаточно малых ширинах полосы загрузки, по существу при размерах, приближающихся к обычным величинам штампов. С переходом же к размерам, приближающимся к размерам действительных больших сооружений, влиянием собственного веса грунта пренебрегать нельзя и необходимо исходить из полученных выше условий моделирования.

Вывод. Необходимым условием подобия напряженных состояний сыпучих однородных оснований в натуре и модели является равенство множителей подобия геометрического масштаба и силового фактора. Данное условие подобия значительно снижает ценность практического использования результатов исследования песчаных грунтов штампами в случае значительной ширины действительного сооружения. Экспериментальное исследование напряженно-

го состояния оснований зданий и сооружений должно быть выполнено с учетом всех условий моделирования, включая и для собственного веса грунта.

Библиографический список:

1. Chao C. K., Boundary integral equations for notch problems in plane thermoelasticity, AIAA journal, 1997, 35, №8, p. 1420-1422.
2. Юдина И. М., Разуплотнение грунтов основания котлованов и его учет при прогнозе осадок сооружений, Дис. канд. тех. наук, М., 1989.
3. Головин А.Я., Равновесие тяжелой упругой полуплоскости с непрямолинейной границей, Информационный бюллетень ленинградского политехнического института, № 8, 1957.
4. Горбунов-Посадов М.И., Шехтер О.Я., И Кофман В.А., Давление грунта на жесткий заглубленный фундамент и свободные деформации котлована, Труды НИИ оснований и фундаментов, Сборник № 24, 1954.
5. Флорин В.А. Основы механики грунтов. – Л-М.: Госстройиздат, 1959. Т.1. 356 с.
6. Агаханов Э.К. О развитии комплексных методов решения задач механики деформируемого твердого тела // Вестник Дагестанского государственного технического университета. Технические науки. № 2. 2013. С. 39-45.
7. Агаханов Э.К., Агаханов М.К., Грунтовое основание с трапецидальным вырезом под действием собственного веса. Научное обозрение. 2016. № 12. С. 67-71.
8. Elephant Agakhanov, Murad Agakhanov and Edward Batmanov. The stress-strain state from its own weight in ground base with trapezoidal cutout. MATEC Web of Conferences. 2018. Vol. 193. doi.org/10.1051/mateconf/201819303047
9. Метод фотоупругости, под ред. Г.Л. Хесина, М., Стройиздат, 1975.
10. Гутман С.Г., Приведение силы тяжести упругого тела к внешней гидростатической нагрузке. Изв. НИИ гидротехники, 1934, № 11.
11. Biot M. A. Distributed gravity and temperature loading in twodimensional elasticity replaced by boundary pressures and dislocations. Trans. ASME. Appl. Mech. 1935. Vol. 2. N 57.
12. Покровский Г.И., Федоров И.С., Центробежное моделирование в строительном деле, М., Стройиздат, 1968, 247 с.
13. Верещагин А.Н., Расширение возможностей моделирования массовых сил при центрифугировании моделей в тяжелой жидкости, VIII Всесоюз. конф. по методу фотоупругости, Таллин, 1979, с.108-110.
14. Седов Л.И. Методы подобия и размерности в механике, М., Наука, 1965, с.386
15. Тимошенко С.П., Гудьер Дж., Теория упругости. М., Наука, 1975, 576 с.

References:

1. Chao C. K., Boundary integral equations for notch problems in plane thermoelasticity, AIAA journal, 1997, 35, №8, p. 1420-1422.
2. Yudina I. M., Razuplotneniye gruntov osnovaniya kotlovanov i yego uchet pri prognoze osadok sooruzheniy, Dis. kand. tekh. nauk, M., 1989.[Yudina IM, Deconsolidation of the foundation of foundation pits and its accounting in forecasting the sediment of structures, Dis. Cand. those. Sciences, M., 1989 (In Russ)]
3. Golovin A.YA., Ravnovesiye tyazheloy uprugoy poluploskosti s nepryamolineynoy granitsey, Informatsionnyy byulleten' leningradskogo politekhnicheskogo instituta, № 8, 1957.[Golovin A.Ya., Equilibrium of a heavy elastic half-plane with a non-rectilinear boundary, Information Bulletin of the Leningrad Polytechnic Institute, No. 8, 1957. (In Russ)]
4. Gorbunov-Posadov M.I., Shekhter O.YA., I Kofman V.A., Davleniye grunta na zhestkiy zaglublennyy fundament i svobodnyye deformatsii kotlovana, Trudy NII osnovaniy i fundamentov, Sbornik № 24, 1954.[Gorbunov-Posadov MI, Shekhter O.Ya., I Kofman VA, Soil pressure on a rigid deep foundation and free deformations of the pit, Proceedings of the Research Institute of Foundations and Foundations, Collection No. 24, 1954. (In Russ)]
5. Florin V.A. Osnovy mekhaniki gruntov. L-M.: Gosstroyizdat, 1959. T.1. 356 s.[Florin V.A. Fundamentals of Soil Mechanics. -L-M.: Gosstroyizdat, 1959. Vol.1. 356 p. (In Russ)]
6. Agakhanov E.K. O razvitiy kompleksnykh metodov resheniya zadach mekhaniki deformiruyemogo tverdogo tela // Vestnik Dagestanskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta. Tekhnicheskkiye nauki. № 2. 2013. S. 39-45.[Agakhanov E.K. On the development of complex methods for solving problems of solid mechanics // Herald of the Dagestan State Technical University. Technical Science. No. 2. 2013. pp. 39-45. (In Russ)]
7. Agakhanov E.K., Agakhanov M.K., Gruntovoye osnovaniye s trapetseidal'nym vyrezom pod deystviyem sobstvennogo ves. Nauchnoye obozreniye. 2016. № 12. S. 67-71.[Agakhanov EK, Agakhanov MK, Ground base with a trapezoidal cut under its own weight. Scientific Review. 2016. No. 12. pp. 67-71. (In Russ)]
8. Elephant Agakhanov, Murad Agakhanov and Edward Batmanov. The stress-strain state from its own weight in ground base with trapezoidal cutout. MATEC Web of Conferences. 2018. Vol. 193. doi.org/10.1051/mateconf/201819303047

9. Metod fotouprugosti, pod red. G.L. Khesina, M., Stroyizdat, 1975. [Method of photoelasticity, ed. G.L. Khesina, M., Stroyizdat, 1975. (In Russ)]
10. Gutman S.G., Privedeniye sily tyazhesti uprugogo tela k vneshney gidrostaticheskoy nagruzke. Izv. NII gidrotekhniki, 1934, № 11. [Gutman SG, Bringing the force of gravity of an elastic body to an external hydrostatic load. Izv. Research Institute of Hydraulic Engineering, 1934, No. 11. (In Russ)]
11. Biot M. A. Distributed gravity and temperature loading in twodimensional elasticitu replaced by boundary pressures and dislocations. Trans. ASME. Appl. Mech. 1935. Vol. 2. N 57.
12. Pokrovskiy G.I., Fedorov I.S., Tsentrobezhnoye modelirovaniye v stroitel'nom dele, M., Stroyizdat, 1968, 247 s. [Pokrovsky GI, Fedorov IS, Centrifugal modeling in construction business, M., Stroyizdat, 1968, 247 p. (In Russ)]
13. Vereshchagin A.N., Rasshireniye vozmozhnostey modelirovaniya massovykh sil pri tsefugirovani modeley v tyazheloy zhidkosti, VIII Vsesoyuz. konf. po metodu fotouprugosti, Tallin, 1979, s.108-110. [Vereshchagin AN, Expanding the possibilities of modeling mass forces during centrifugation of models in a heavy liquid, VIII All-Union. conf. by the method of photoelasticity, Tallinn, 1979, pp. 108-110. (In Russ)]
14. Sedov L.I. Metody podobiya i razmernosti v mekhanike, M., Nauka, 1965, s.386 [Sedov L.I. Similarity and Dimension Methods in Mechanics, M., Nauka, 1965, p. 386 (In Russ)]
15. Timoshenko S.P., Gud'yer Dzh., Teoriya uprugosti. M., Nauka, 1975, 576 s. [Timoshenko SP, Goodyer J., Theory of elasticity. M., Nauka, 1975, 576 p. (In Russ)]

Сведения об авторах:

Агаханов Элифхан Керимханович, доктор технических наук, профессор, профессор кафедры автомобильных дорог, оснований и фундаментов, e-mail: Elifhan@bk.ru,

Хидиров Самед Тагирович, аспирант кафедры автомобильных дорог, оснований и фундаментов; e-mail: Samad-93@bk.ru

Габибулаев Гадис Габибулаевич, аспирант кафедры автомобильных дорог, оснований и фундаментов. e-mail: mexicanec_tuco@mail.ru

Information about the authors:

Elifkhan K. Agakhanov, Doctor of Technical Sciences, Professor, Department of Highways, Foundations and Foundations, e-mail: Elifhan@bk.ru,

Samed T.Khidirov, Postgraduate Student, Department of Highways, Foundations and Foundations; e-mail: Samad-93@bk.ru

Gadis G. Gabibulaev, Postgraduate Student Department of Highways, Foundations and Foundations; e-mail: mexicanec_tuco@mail.ru

Конфликт интересов.

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Поступила в редакцию 22.08.2020.

Принята в печать 14.09.2020.

Conflict of interest.

The authors declare no conflict of interest.

Received 22.08.2020.

Accepted for publication 14.09.2020.