Для цитирования: Айдемиров К.Р., Агапов В.П. Исследование влияния трещин на несущую способность железобетонных плит с помощью вычислительного комплекса ПРИНС. Вестник Дагестанского государственного технического университета. Технические науки. 2019;46 (4):143-154. DOI:10.21822/2073-6185-2019-46-4-143-154

For citation: K.R. Aydemirov, V.P. Agapov. Study of the influence of cracks on the bearing capacity of reinforced concrete plates using the prins calculation complex. Herald of Daghestan State Technical University. Technical Sciences. 2019; 46(4):143-154. (In Russ.) DOI:10.21822/2073-6185-2019-46-4-143-154

СТРОИТЕЛЬСТВО И АРХИТЕКТУРА

УДК 624.011.1

DOI: 10.21822/2073-6185-2019-46-4-143-154

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ТРЕЩИН НА НЕСУЩУЮ СПОСОБНОСТЬ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ПЛИТ С ПОМОЩЬЮ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОГО КОМПЛЕКСА ПРИНС

Айдемиров К.Р.¹, Агапов В.П.²

¹Дагестанский государственный технический университет,
367026, г. Махачкала, пр.И.Шамиля, 70, Россия,

²Национальный исследовательский Московский государственный
строительный университет,

²1129337, г. Москва, Ярославское шоссе, д. 26, Россия

Резюме. Цель. В статье рассмотрена конечно-элементная методика определения несущей способности железобетонных плит с дефектами в виде трещин с целью определения остаточного запаса прочности. **Метод.** Методика основана на использовании алгоритмов расчета конструкций с учетом физической нелинейности, реализованных в программе ПРИНС. Эти алгоритмы предполагают использование одной и той же расчетной схемы в процессе решения задачи. Однако специфика поставленной задачи заключается в том, что расчетные схемы исходной конструкции и конструкции с трещинами различаются. **Результат.** С учетом этого обстоятельства алгоритмы нелинейного расчета конструкций по программе ПРИНС были дополнены опцией, позволяющей менять параметры расчетной схемы в процессе сквозного расчета. Для исследования несущей способности железобетонных плит используются многослойные конечные элементы, для каждого из которых задается определенный пакет материалов. Модернизация расчетной схемы в данном случае заключается в замене одного пакета материалов на другой. Входной файл программы ПРИНС дополняется описанием трещин с указанием мест их расположения и всех необходимых характеристик. Приводятся примеры определения несущей способности плиты с дефектами в виде трещин при различных граничных условиях. **Вывод.** Использование перестраиваемой расчетной схемы при сквозном расчете позволяет эффективно решать задачу по определению несущей способности железобетонных плит с дефектами в виде трещин. Это даст возможность эксплуатационным службам отслеживать изменение несущей способности зданий и сооружений, содержащих железобетонные плиты, при возникновении дефектов в виде трещин, определять работоспособность конструкций и принимать обоснованные решения в случае необходимости ремонта.

Ключевые слова: строительные сооружения; плиты; метод конечных элементов; нелинейность; несущая способность; программное обеспечение

BUILDING AND ARCHITECTURE

STUDY OF THE INFLUENCE OF CRACKS ON THE BEARING CAPACITY OF REINFORCED CONCRETE PLATES USING THE PRINS CALCULATION COMPLEX

K.R. Aydemirov¹, V.P. Agapov²

¹Daghestan State Technical University,

¹70 Shamil Ave., Makhachkala 367026, Russia,

²National Research Moscow State University of Civil Engineering,

²26 Yaroslavl Highway, Moscow 129337, Russia

Abstract. Objectives. In order to determine a residual safety factor, a finite element method is considered for determining the bearing capacity of reinforced concrete plates having defects in the form of cracks. **Method.** The methodology is based on the use of structural calculation algorithms that take physical nonlinearity implemented in the PRINS programme into account. These algorithms assume the use of the same computational scheme in the process of solving the problem. However, the specificity of the task consists in considering differences between the calculation schemes of the initial structure and the structure having cracks. **Result.** With this in mind, the algorithms of nonlinear structural analysis according to the PRINS programme are supplemented with an option that allows the parameters of the design scheme to be changed in an end-to-end calculation process. Multilayer finite elements are used to study the load-bearing capacity of reinforced concrete plates, each having a specific material package. The modernisation of the design scheme in this case consists in replacing one package of materials with another. The input file of the PRINS programme is supplemented by a description of cracks with an indication of their location and all other relevant characteristics. Examples of problems arising when determining the bearing capacity of a plate with defects in the form of cracks under various boundary conditions are given. **Conclusion.** The problem of determining the bearing capacity of reinforced concrete plates with defects in the form of cracks can be effectively solved using a reconfigurable design scheme for end-to-end calculation. In the event of defects appearing in the form of cracks, this will enable operational services to monitor changes in the bearing capacity of buildings and structures containing reinforced concrete plates, as well as to determine the operability of structures and make substantiated decisions in case of repair.

Keywords: building structures, plates, finite element method, nonlinearity, load bearing capacity, software

Введение. При образовании трещин в железобетонных конструкциях возникает вопрос о возможности дальнейшей эксплуатации этих конструкций, поэтому оценка влияния трещин на величину несущей способности сооружений имеет большое практическое значение. Понимание этого фактора привело к появлению большого количества работ как теоретического, так и экспериментального характера.

В большинстве теоретических работ рассматривается методика расчета железобетонных конструкций с учетом физической и конструктивной нелинейности, поскольку без учета этих двух факторов учесть влияние трещин на несущую способность расчетным способом невозможно. Трещины возникают в конструкции, когда напряжения в материале выходят за пределы упругости (физическая нелинейность), а после возникновения трещин меняется конструктивная схема сооружения (конструктивная нелинейность).

Расчет конструкций ведется методами строительной механики (в широком смысле этого слова), а так как обязательной частью такого расчета является использование физических уравнений для материала конструкции, то большинство авторов теоретических исследований основное внимание уделяют именно этому аспекту [1-7]. К сожалению, большая часть результатов упомянутых выше теоретических исследований представлена в виде, непригодном для непосредственного использования на практике, поскольку инженерам нужны не расчетные уравнения, а готовые для использования и хорошо документированные программы или, в край-

нем случае, рекомендации, основанные на расчетно-экспериментальных исследованиях.

Поэтому различными исследователями проводились экспериментальные исследования по влиянию трещин на несущую способность [8-14]. Исследовались, в основном, балки прямоугольного сечения. Трещины инициировались в разных местах по высоте поперечного сечения и по длине балки; исследовалось их влияние на несущую способность исследуемых объектов. Полученные результаты дают возможность прогнозировать изменения несущей способности при возникновении трещин для сооружений, содержащих балочные элементы, но не являются универсальными и пригодными для всех типов конструкций.

Постановка задачи. Разработка методик и составление на их основе компьютерных программ, позволяющие оценивать несущую способность железобетонных конструкций при возникновении трещин, являются актуальными задачами. Авторами данной статьи ранее была разработана и реализована в программном комплексе ПРИНС методика расчета одномерных и двумерных железобетонных конструкций с учетом физической нелинейности [15-18]. В данной статье эта методика развита применительно к расчету железобетонных плит с учетом одновременно как физической, так и конструктивной нелинейности.

Методы исследования. Расчет физически нелинейных конструкций ведется в программе ПРИНС шагово-итерационным способом с использованием уравнения:

$$\mathbf{K}_{NL}\Delta\mathbf{u} = \Delta\mathbf{P}, \quad (1)$$

где $\mathbf{K}_{NL}$ есть нелинейная матрица жесткости, связывающая приращения узловых сил и перемещений, $\Delta\mathbf{u}$ и $\Delta\mathbf{P}$ есть приращения узловых перемещений и узловых сил конечно-элементной модели, соответственно.

Матрица $\mathbf{K}_{NL}$ представляется в виде:

$$\mathbf{K}_{NL} = \mathbf{K}_0 + \Delta\mathbf{K} \quad (2)$$

Подставляя (2) в (1), получаем:

$$(\mathbf{K}_0 + \Delta\mathbf{K})\Delta\mathbf{u} = \Delta\mathbf{P}. \quad (3)$$

Уравнение (3) решается итерационным методом:

$$\mathbf{K}_0\Delta\mathbf{u}_i = \Delta\mathbf{P} - \Delta\mathbf{K}_{i-1}\Delta\mathbf{u}_{i-1} \quad (4)$$

где i – номер итерации.

По окончании итерационного процесса полные значения перемещений и напряжений в конце шага нагружения находятся по формулам:

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_0 + \Delta\mathbf{u}; \quad \boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\sigma}_0 + \Delta\boldsymbol{\sigma}. \quad (5)$$

Приращения напряжений находятся по формуле:

$$\Delta\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{C}_{ep}\Delta\boldsymbol{\epsilon}. \quad (6)$$

где $\mathbf{C}_{ep}$ - матрица упруго-пластических характеристик материала [18].

При наличии пластических деформаций и трещин напряжения в элементах конструкции в конце каждого шага нагружения корректируются в соответствии с заданными диаграммами деформирования материалов. Это приводит к нарушению условий равновесия. В таких случаях осуществляется уравновешивание конструкции с использованием итерационной формулы:

$$\mathbf{K}_j^i \Delta \mathbf{u}_j^i = \mathbf{P}_j - \mathbf{F}_j^{i-1}, \quad (7)$$

где $\mathbf{K}$ – матрица тангенциальной жесткости конструкции, $\Delta \mathbf{u}$ – вектор узловых перемещений, $\mathbf{P}$ – вектор внешних узловых сил, $\mathbf{F}$ – вектор узловых сил, статически эквивалентных внутренним напряжениям, j – номер шага, i – номер итерации равновесия.

В существующей версии программы ПРИНС расчеты по формулам (1-7) осуществлялись с сохранением расчетной схемы. Для решения задачи, поставленной в настоящей статье, реализованный ранее алгоритм был модернизирован в соответствии с блок-схемой, показанной на рис.1.

Рис.1. Блок схема алгоритма расчета конструкций с учетом физической и конструктивной нелинейности

Fig. 1. Block diagram of the structural analysis algorithm taking into account physical and structural nonlinearity

Трещины инициализируются в программе ПРИНС заданием соответствующих характеристик напряженно-деформированного состояния слоев бетона, содержащих трещины, а расчетная схема изменяется заменой начального пакета материалов модернизированным пакетом. Для выполнения расчетов в соответствии с алгоритмом рис.1 пришлось ввести дополнения, как в программу подготовки исходных данных, так и в расчетную программу.

Дополнительные данные, необходимые для расчета, приведены в табл.1 и 2..

Таблица 1. Управляющая строка (Формат I5)

Table 1. Control string (I5 format)

Позиция Position	Переменная Variable	Содержание Contents
1-5	NofCracks	Число иницируемых трещин The number of initiated cracks

Таблица 2. Строки с описанием свойств трещин (Формат 4I5,2F10.0)
Table 2. Lines describing the properties of cracks (Format 4I5,2F10.0)

Позиция Position	Переменная Variable	Содержание Contents
1-5	NOFSTEPIN	Номер шага нагружения, на котором инициируется трещина The number of loading steps at which the crack is initiated
6-10	NOFMODIN	Номер группы элементов, для которой вводится трещина The number of the group of elements for which the crack is introduced
11-15	NOFELEMIN	Номер элемента в группе Group Number
16-20	NOFSURF	Код поверхности, на которой возникает трещина Crack surface code =0 – нижняя поверхность bottom surface =1 верхняя поверхность top surface
21-30	CRACKDEPTH	Глубина трещины Crack depth
31-40	CRACKDIR	Направление нормали к трещине по отношению к местной оси X элемента The direction of the normal to the crack with respect to the local X axis of the element

Примечание: Требуется столько строк данного формата, сколько инициируется трещин

Note: As many lines of a given format are required as many cracks are initiated.

Обсуждение результатов. Для иллюстрации возможностей усовершенствованного алгоритма расчета по программе ПРИНС было произведено исследование влияния трещин в квадратной железобетонной плите на ее несущую способность при различных граничных условиях.

Плита рассчитывалась при следующих исходных данных: размер плиты 8х8 м, толщина плиты 30 см; бетон класса В30, нормативное сопротивление сжатию 22 МПа, растяжению – 1,75 МПа, модуль упругости $E=3,25 \times 10^7$ МПа, коэффициент Пуассона $\mu=0,2$; арматура класса А500, нормативное сопротивление 500 МПа, коэффициент Пуассона $\mu=0,3$; армирование произведено на нагрузку $q=23,55$ кПа, верхнее армирование - стержни диаметром 8 мм при шаге арматурной сетки 200 мм, нижнее армирование - стержни диаметром 12 мм при шаге арматурной сетки 200 мм.

Исследуем плиту при шарнирном опирании по четырем сторонам. Номинальная нагрузка в данном расчете принималась равной 20 кПа. Множитель нагружения по шагам принимался переменным. Нагрузка увеличивалась вплоть до разрушения.

На рис.2 представлена кривая нагрузка-прогиб для плиты, не имеющей начальных несовершенств. Предельная нагрузка для плиты, согласно графику рис.2 и принятой базовой нагрузке, составила 73 кПа.

Рис.2. Кривая нагрузка-прогиб для квадратной шарнирно-опертой плиты
Fig. 2. Load-deflection curve for a square articulated plate

Первые трещины в плите, показанные на рис.3., были зафиксированы при нагрузке 8кПа. Направления трещин (от центра плиты вдоль диагоналей к углам) соответствует результатам многолетних наблюдений за характером разрушений прямоугольных плит (см., например [19]). Это подтверждает правильность предложенной методики расчета.

Рис.3. Первые трещины в плите при нагрузке 8 кПа
Fig. 3. The first cracks in the slab at a load of 8 kPa

Достоверность полученных результатов можно оценить также по максимальным значениям изгибающих моментов в центре плиты. Теоретическое значение максимальных изгибающих моментов в шарнирно-опертой плите при равномерно-распределенной нагрузке находится по формуле[20]:

$$M_{x, \max} = M_{y, \max} = 0,0479qa^2$$

При принятых размерах плиты и нагрузке $q = 20$ кПа эти значения составляют 61,3 кН. Поля изгибающих моментов, найденных при этой нагрузке при проведении нелинейного расчета, показаны на рис. 4 и 5. Расхождение с теоретическим значением составляет менее 1 %. Однако следует иметь ввиду, что теоретические значения приведены в литературе при коэффициенте Пуассона, равном 0,3. В проведенном расчете коэффициент Пуассона был равен 0,2.

Рис.4. Изгибающие моменты Mxx при нагрузке 20 кПа
Fig. 4. Bending moments MXX at a load of 20 kPa

Рис.5. Изгибающие моменты Myy при нагрузке 20 кПа
Fig. 5. Bending moments MYU at a load of 20 kPa

Предположим, что в эксплуатационном режиме, т.е. при нагрузке $q=24,5$ кПа, в плите появились трещины, показанные на рис. 6. Параметры трещин приведены в табл.3

Рис.6. Дефекты в виде трещин в шарнирно-опертой плите
Fig. 6. Defects in the form of cracks in an articulated plate

Таблица 3. Дефекты в виде трещин в шарнирно-опертой плите
Table 3. Defects in the form of cracks in a pivotally supported plate

Номер шага нагружения Loading step number	Номер группы элементов Element group number	Номер элемента в группе Element number in the group	Код поверхности Surface code	Глубина трещины, см Crack depth, cm.	Угол наклона нормали к трещине The angle of inclination of the normal to the crack
14	6	5	0	20	-45
14	1	7	0	20	-45
14	1	22	0	20	-45
14	1	23	0	20	-45
14	1	38	0	20	-45
14	1	18	0	20	-45
14	1	34	0	20	-45
14	1	50	0	22	-45
14	1	109	0	22	90
14	1	110	0	22	90
14	1	111	0	22	90
14	1	112	0	22	90
14	1	113	0	22	90

Несущая способность плиты при возникновении дефектов в виде указанных выше трещин уменьшилась, как показали проведенные расчеты, до значения 57,8 кПа (рис.7).

Рис.7. Кривая нагрузка-прогиб при возникновении дефектов в виде трещин
Fig. 7. Curve load-deflection when defects occur in the form of cracks

Аналогичные расчеты были проведены для плиты, защемленной по четырем сторонам, и плиты, защемленной по трем сторонам и имеющий один свободный край. Базовая нагрузка в этих расчетах принималась равной 10 кПа.

На рис.8 приведена кривая нагрузка прогиб для плиты, защемленной по четырем сторонам. Из рис.8 видно, что разрушающая нагрузка для плиты равна 188 кПа. Первые трещины на верхней поверхности появились при нагрузке 12 кПа, а на нижней – при нагрузке 19 кПа.

Рис.8.Кривая нагрузка-прогиб для квадратной защемленной плиты
Fig. 8 Curve load-deflection for a square pinched plate

Предположим, что при эксплуатационной нагрузке на нижней поверхности плиты возникли дефекты в виде трещин, показанных на рис.8. Расчет плиты по методике, описанной выше, показал, что несущая способность при этом падает до значения, равного 156 кПа, т.е. на 17% (рис.9).

Рис.9 (а) Иницированные трещины
 Fig. 9 (a) Initiated cracks

Рис.9.(б) Кривая нагрузка-прогиб при инициализации трещин, показанных на рис. 9 (а)
 Fig.9.(b) Curve load-deflection during initialization, cracks shown in Fig. 9 (a)

Изменим условия опирания плиты, защебив три края и оставив один край свободным, как показано на рис.10.

Рис.10. Расчетная схема и условия опирания плиты
 Fig. 10. The design scheme and conditions of support plate

Начальные трещины на нижней поверхности в данном случае появляются при нагрузке 8 кПа и имеют характер, показанный на рис.11.

Трещины на нижней и верхней поверхностях при нагрузке 24 кПа показаны на рис.12 и 13.

Рис.11. Начальные трещины на нижней поверхности при нагрузке 8 кПа
 Fig.11. Initial cracks on the lower surface at a load of 8 kPa

Рис.12. Трещины на нижней поверхности при нагрузке 24 кПа
Fig. 12. Cracks on the lower surface at a load of 24 kPa

Рис.13. Трещины на верхней поверхности при нагрузке 24 кПа
Fig. 13. Cracks on the upper surface at a load of 24 kPa

Несущая способность плиты без начальных трещин составила 46 кПа (рис.14; базовая нагрузка составляла 20 кПа).

Рис.14. Кривая нагрузка-прогиб для исходной конструкции
Fig. 14. Load-deflection curve for the original structure

Рассмотрим изменение несущей способности плиты при возникновении дефектов в виде трещин. Иницируем трещины, как показано на рис.15.

Рис.15. Дефекты в виде трещин в шарнирно-опертой плите (вариант 1)
Fig. 15. Defects in the form of cracks in the articulated plate (option 1)

Рис.16. Дефекты в виде трещин в шарнирно-опертой плите (вариант 2)
Fig.16. Defects in the form of cracks in the articulated plate (option 2)

Как показал расчет по программе ПРИНС, трещины, приведенные на рис.15, практически не повлияли на несущую способность плиты. При возникновении же дефектов, показанных на рис.16, с параметрами, перечисленными в табл.4, несущая способность уменьшилась существенно и составила 28 кПа (рис.17).

Таблица 4. Характеристики инициированных трещин
Table 4. Characteristics of initiated cracks

Номер шага нагружения Loading step number	Номер группы элементов Element group number	Номер элемента в группе Element number in the group	Код поверхности Surface code	Глубина трещины, см Crack depth, cm.	Угол наклона нормали к трещине The angle of inclination of the normal to the crack
13	1	1	0	20	-45
13	1	17	0	20	-45
13	1	15	0	20	45
13	1	29	0	20	45
13	1	38	0	20	90
13	1	18	0	20	90
13	1	34	0	20	90
13	1	173	0	22	0
13	1	188	0	22	0
14	1	203	0	22	0

Рис.17. Кривая нагрузка-прогиб при инициализации трещин, показанных на рис.16.

Fig. 17. The load-deflection curve during initialization of the cracks shown in Fig. 16.

Вывод. Предложенный в данной статье и реализованный в программе ПРИНС алгоритм позволяет рассчитывать железобетонные плиты с учетом реальных свойств материалов вплоть до разрушения, как при идеальном их исполнении, так и при наличии дефектов в виде трещин.

Применение программы ПРИНС на практике позволит эксплуатационным службам отслеживать изменение несущей способности зданий и сооружений, содержащих железобетонные плиты, при возникновении дефектов в виде трещин, определять работоспособность конструкций и принимать обоснованные решения в случае необходимости ремонта.

Библиографический список:

1. Кумпяк О. Г., Кокорин Д. Н. Физические уравнения железобетона с трещинами для динамического расчета конструкций // Вестник ТГАСУ, № 4, 2015. С. 101-111.
2. Колчунов В. И., Колчунов Вл. И., Федорова Н. В. Деформационные модели железобетона при особых воздействиях // Промышленное и гражданское строительство. 2018. № 8. С. 54-60.
3. Демьянов А. И., Колчунов Вл. И., Яковенко И. А. К задаче динамического нагружения арматуры при мгновенном образовании пространственной трещины в железобетонной конструкции при кручении с изгибом // Промышленное и гражданское строительство. 2017. № 9. С. 18-24.
4. Карпенко Н. И., Карпенко С. Н., Петров А. Н., Палювина С. Н. Модель деформирования железобетона в приращениях и расчет балок-стенок и изгибаемых плит с трещинами. Петрозаводск : Изд-во ПетрГУ, 2013. 156 с.
5. Трекин Н. Н., Кодыш Э. Н., Трекин Д. Н. Расчет по образованию нормальных трещин на основе деформационной модели // Промышленное и гражданское строительство. 2016. № 7. С. 74-78.

6. Демьянов А. И., Алькади С. А. Экспериментально-теоретические исследования статико-динамического деформирования пространственной железобетонной рамы со сложнапряженными ригелями сплошного и составного сечения // Промышленное и гражданское строительство. 2018. № 6. С. 68-75.
7. Vecchio, F., and Collins, M. (1986) "The Modified Compression-Field Theory for Reinforced Concrete Elements Subjected to Shear" *ACI Journal*, 83(22), pp. 219–231.
8. Omar, W., (1998) "The Shear Assessment of Concrete Beams with A Honeycombed Zone Present In The High Shear Region," Ph.D. Thesis, faculty of Engineering, University of Birmingham, 309 p.
9. Omar, W., and Clark, L.A., (2001) 'Shear Capacity of Honeycombed Reinforced Concrete Beams', *The Structural Engineer, Journal of the Institution of Structural Engineers, UK*, Vol. 79, No. 15, pp. 17-22.
10. Xie, F., (2014) "The Effect of localized low concrete strength on flexural strength of RC beams," MS Thesis, Civil Engineering Department, Syracuse University, 336 p.
11. Abdel-Rohman, M., (2005) "Effectiveness of Patch Repair in Reinforced Concrete Beams with Exposed Honeycombs," *Kuwait Journal of Science and Engineering*, Vol. 32, Issue 2, pp. 187-208.
12. Shihada, S., and Oida, Y., (2013) "Repair of Honey-Combed RC Beams Using Cementitious Materials," *International Journal of Recent Development in Engineering and Technology*, Volume 1, Issue 1, pp. 1-5.
13. Al Moukdad, M.M., (2018) "Effect of Construction Void Defects on Flexural and Axial Load Capacity of Reinforced Concrete Members," MS Thesis, Civil Engineering Department, American University of Sharjah, May, 155 p.
14. Elrakib, T.M., and Arafa, A.I., (2012) "Experimental evaluation of the common defects in the execution of reinforced concrete beams under flexural loading," *HBRC Journal*, Vol. 8, Issue 1, p. 47–57.
15. Агапов В.П., Айдемиров К.Р. Расчет железобетонных ферм методом конечных элементов с учетом физической нелинейности. Часть 1// Научное обозрение, 2016, № 2, с.31-34.
16. Агапов В.П., Айдемиров К.Р. Расчет железобетонных ферм методом конечных элементов с учетом физической нелинейности. Часть 2// Научное обозрение, 2016, № 3, с.22-27.
17. Агапов В.П., Айдемиров К.Р. Исследование несущей способности железобетонных плит с трещинами после их усиления композитными канями методом конечных элементов с помощью вычислительного комплекса ПРИНС// Вестник Дагестанского государственного технического университета. Технические науки, 2018; 45(4):142-152. DOI:10.21822/2073-6185-2018-45-4-142-152.
18. Агапов В.П., Ковригин И.И., Малахова А.Н., Савостьянов В.Н. Физически нелинейные процессы в строительных конструкциях. - ФГБОУ ВПО «МГСУ», Москва, 2013. 128 с.
19. Прочность, устойчивость, колебания. Справочник в трех томах Том 1. Изд-во Машиностроение, М., 1968.- 831 с.

References:

1. Kumpyak O. G., Kokorin D. N. Fizicheskiye uravneniya zhelezobetona s treshchinami dlya dinamicheskogo rascheta konstruktsiy // *Vestnik TGASU*, № 4, 2015. S. 101-111. [Kumpyak O. G., Kokorin D. N. Physical equations of reinforced concrete with cracks for dynamic structural analysis // *Vestnik TGASU*, No. 4, 2015. pp. 101-111. (In Russ)]
2. Kolchunov V. I., Kolchunov V. I., Fedorova N. V. Deformatsionnyye modeli zhelezobetona pri oso-bykh vozdeystviyakh // *Promyshlennoye i grazhdanskoye stroitel'stvo*. 2018. № 8. S. 54-60. [Kolchunov V. I., Kolchunov V. I., Fedorova N. V. Deformation models of reinforced concrete under special influences // *Industrial and Civil Engineering*. 2018. No. 8. pp. 54-60. (In Russ)]
3. Dem'yanov A. I., Kolchunov V. I., Yakovenko I. A. K zadache dinamicheskogo dogruzheniya armatury pri mgnovennom obrazovanii prostranstvennoy treshchiny v zhelezobetonnoy konstruktsii pri kruchenii s izgibom // *Promyshlennoye i grazhdanskoye stroitel'stvo*. 2017. № 9. S. 18-24. [Dem'yanov A. I., Kolchunov V. I., Yakovenko I. A. To the problem of dynamic loading of reinforcement during instant formation of a spatial crack in a reinforced concrete structure during torsion with bending // *Industrial and Civil Engineering*. 2017. No. 9. pp. 18-24. (In Russ)]
4. Karpenko N. I., Karpenko S. N., Petrov A. N., Palyuvina S. N. Model' deformirovaniya zhelezobetona v prirashcheniyakh i raschet balok-stenok i izgibayemykh plit s treshchinami. Petrozavodsk : Izd-vo PetrGU, 2013. 156 s. [Karpenko N. I., Karpenko S. N., Petrov A. N., Palyuvina S. N. The model of reinforced concrete deformation in increments and the calculation of beam-walls and bending plates with cracks. Petrozavodsk: Publishing House of PetrSU, 2013. 156 p. (In Russ)]
5. Trekin N. N., Kodysh E. N., Trekin D. N. Raschet po obrazovaniyu normal'nykh treshchin na osnove deformatsionnoy modeli // *Promyshlennoye i grazhdanskoye stroitel'stvo*. 2016. № 7. S. 74-78. [Trekin N. N., Kodysh E. N., Trekin D. N. Calculation of the formation of normal cracks based on the deformation model // *Industrial and Civil Engineering*. 2016. No. 7. pp. 74-78. (In Russ)]
6. Dem'yanov A. I., Al'kadi S. A. Eksperimental'no-teoreticheskiye issledovaniya statiko-dinamicheskogo deformirovaniya prostranstvennoy zhelezobetonnoy ramy so slozhnonapryazhennymi rigelyami sploshnogo i sostavnogo secheniya // *Promyshlennoye i grazhdanskoye stroitel'stvo*. 2018. № 6. S. 68-75. [Dem'yanov A. I., Al'kadi S. A. Experimental and theoretical studies of the static-dynamic deformation of a spatial reinforced concrete frame with

- complex tensioned crossbars of continuous and composite sections // *Industrial and Civil Engineering*. 2018. No. 6. pp. 68-75. (In Russ)]
7. Vecchio, F., and Collins, M. (1986) "The Modified Compression-Field Theory for Reinforced Concrete Elements Subjected to Shear" *ACI Journal*, 83(22), pp. 219–231.
 8. Omar, W., (1998) "The Shear Assessment of Concrete Beams with A Honeycombed Zone Present In The High Shear Region," Ph.D. Thesis, faculty of Engineering, University of Birmingham, 309 p.
 9. Omar, W., and Clark, L.A., (2001) 'Shear Capacity of Honeycombed Reinforced Concrete Beams', *The Structural Engineer, Journal of the Institution of Structural Engineers*, UK, Vol. 79, No. 15, pp. 17-22.
 10. Xie, F., (2014) "The Effect of localized low concrete strength on flexural strength of RC beams," MS Thesis, Civil Engineering Department, Syracuse University, 336 p.
 11. Abdel-Rohman, M., (2005) "Effectiveness of Patch Repair in Reinforced Concrete Beams with Exposed Honeycombs," *Kuwait Journal of Science and Engineering*, Vol. 32, Issue 2, pp. 187-208.
 12. Shihada, S., and Oida, Y., (2013) "Repair of Honey-Combed RC Beams Using Cementitious Materials," *International Journal of Recent Development in Engineering and Technology*, Volume 1, Issue 1, pp. 1-5.
 13. Al Moukdad, M.M., (2018) "Effect of Construction Void Defects on Flexural and Axial Load Capacity of Reinforced Concrete Members," MS Thesis, Civil Engineering Department, American University of Sharjah, May, 155 p.
 14. Elrakib, T.M., and Arafa, A.I., (2012) "Experimental evaluation of the common defects in the execution of reinforced concrete beams under flexural loading," *HBRC Journal*, Vol. 8, Issue 1, p. 47–57.
 15. Agapov V.P., Aydemirov K.R. Raschet zhelezobetonnykh ferm metodom konechnykh elementov s uchetom fizicheskoy nelineynosti. Chast' 1// *Nauchnoye obozreniye*, 2016, № 2, s.31-34. [Agapov V.P., Aidemirov K.R. Calculation of reinforced concrete trusses using the finite element method taking into account physical nonlinearity. Part 1 // *Scientific Review*, 2016, No. 2, p.31-34. (In Russ)]
 16. Agapov V.P., Aydemirov K.R. Raschet zhelezobetonnykh ferm metodom konechnykh elementov s uchetom fizicheskoy nelineynosti. Chast' 2// *Nauchnoye obozreniye*, 2016, № 3, s.22-27. [Agapov V.P., Aidemirov K.R. Calculation of reinforced concrete trusses using the finite element method taking into account physical nonlinearity. Part 2 // *Scientific Review*, 2016, No. 3, pp. 22-27. (In Russ)]
 17. Agapov V.P., Aydemirov K.R. Issledovaniye nesushchey sposobnosti zhelezobetonnykh plit s treshchinami posle ikhusileniya kompozitnymi kanyami metodom konechnykh elementov s pomoshch'yu vychislitel'nogokompleksa PRINS// *Vestnik Dagestanskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta. Tekhnicheskiye nauki*, 2018; 45(4):142-152. DOI:10.21822/2073-6185-2018-45-4-142-152. [Agapov V.P., Aidemirov K.R. Investigation of the bearing capacity of reinforced concrete slabs with cracks after their reinforcement with composite canals by the finite element method using the PRINS computational complex // *Herald of the Daghestan State Technical University. Engineering*, 2018; 45 (4): 142-152. DOI: 10.21822 / 2073-6185-2018-45-4-142-152. (In Russ)]
 18. Agapov V.P., Kovrigin I.I., Malakhova A.N., Savost'yanov V.N. Fizicheski nelineynyye protsessy v stroitel'nykh konstruktsiyakh. - FGBOU VPO «MGSU», Moskva, 2013. 128 s. [Agapov V.P., Kovrigin I.I., Malakhova A.N., Savostyanov V.N. Physically nonlinear processes in building structures. - FSBEI HPE "MGSU", Moscow, 2013.128 s. (In Russ)]
 19. Prochnost', ustoychivost', kolebaniya. Spravochnik v trekh tomakh Tom 1. Izd-vo Mashinostroyeniye, M., 1968.- 831 s. [Strength, stability, fluctuations. The reference book in three volumes Volume 1. Publishing house Engineering, M., 1968 831 p. (In Russ)]

Сведения об авторах:

Айдемиров Курбан Рабаданович, кандидат технических наук, доцент кафедры сопротивления материалов, теоретической и строительной механики; e-mail: kyrayd@mail.ru

Агапов Владимир Павлович, доктор технических наук, профессор кафедры прикладной механики и математики; e-mail: agapovpb@mail.ru

Information about the authors:

Kurban R. Aidemirov, Cand. Sci. (Technical), Assoc. Prof., Department of Resistance of Materials, Theoretical and Structural Mechanics; e-mail: kyrayd@mail.ru

Vladimir P. Agapov, Dr. Sci., (Technical), Prof., Department of Applied Mechanics and Mathematics; e-mail: agapovpb@mail.ru

Конфликт интересов

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Поступила в редакцию 29.10.2019.

Принята в печать 21.11.2019.

Conflict of interest.

The authors declare no conflict of interest.

Received 29.10.2019.

Accepted for publication 21.11.2019.