

Для цитирования: Муртазалиев Г.М., Пайзулаев М.М. Алгоритм расчета нелинейного поведения тонкостенных систем. Вестник Дагестанского государственного технического университета. Технические науки. 2019;46 (2):176-184. DOI:10.21822/2073-6185-2019-46-2-176-184

For citation: Murtazaliev G.M., Payzulaev M.M. Nonlinear behavior calculation algorithm for thin-walled systems. Herald of Daghestan State Technical University. Technical Sciences. 2019; 46 (2):176-184. (In Russ.) DOI:10.21822/2073-6185-2019-46-2-176-184

СТРОИТЕЛЬСТВО И АРХИТЕКТУРА

УДК 624.04

DOI: 10.21822/2073-6185-2019-46-2-176-184

АЛГОРИТМ РАСЧЕТА НЕЛИНЕЙНОГО ПОВЕДЕНИЯ ТОНКОСТЕННЫХ СИСТЕМ

Муртазалиев Г.М.¹, Пайзулаев М.М.²

¹⁻²Дагестанский государственный технический университет,

¹⁻²367026, г. Махачкала, пр. Имама Шамиля, 70, Россия,

¹e-mail smdstu@mail.ru, ²e-mail: ventav@mail.ru

Резюме. Цель. Появление современных высокопрочных материалов приводит к созданию тонкостенных конструкций в различных сферах техники. Для получения необходимой информации об их поведении под нагрузкой следует анализировать все характерные особенности, встречающиеся на всех этапах их нагружения – на начальном (исходном) этапе их работы с учетом одного или нескольких видов нелинейностей, найти возможные критические состояния и, в зависимости от рода потери устойчивости, изучить характер начального этапа посткритического деформирования. В статье на основе алгоритма, сочетающего приближенные аналитические и численные методы, решается модельная задача – изучение особенностей поведения тонкостенной сферической оболочки под нагрузкой. **Метод.** Исследование основано на решении нелинейной задачи определения напряженно-деформированного состояния на начальной - осесимметричной стадии работы; критических (бифуркационных) значений нагрузок; анализе характера постбифуркационного поведения. В работе используется вариант общей теории устойчивости и посткритического поведения конструкций ранее разработанный В.Т. Койтером. **Результат.** Решение такой общей задачи, связанной с разрывными явлениями, осуществляется на базе математических идей, сформулированных в теории ветвления решений нелинейных уравнений. Получены значения коэффициентов, характеризующих начальный этап постбифуркационного поведения оболочек и, важные с практической точки зрения, соотношения между критическими и предельными значениями нагрузок. Показано, что в зависимости от площади загружаемой распределенной нагрузкой части поверхности оболочки, характер начального этапа посткритического деформирования меняется не только количественно, но и качественно. **Вывод.** Наиболее эффективными при решении задач, связанных с разрывными явлениями, являются комбинации приближенных аналитических – теории катастроф и численных методов, не требующих сложных, трудоемких и значительных объемов вычислений. Анализ начального этапа постбифуркационного поведения конструкций позволяет оценить степень опасности достижения критического состояния, что достигается учетом значений соответствующих коэффициентов надежности в расчетах.

Ключевые слова: нелинейные задачи, устойчивость, ветвление решений, теория катастроф, посткритическое поведение

BUILDING AND ARCHITECTURE

NONLINEAR BEHAVIOR CALCULATION ALGORITHM FOR THIN-WALLED SYSTEMS

*Gelani M. Murtazaliev*¹, *Magomed M. Payzulaev*²

¹⁻²Daghestan State Technical University,

¹⁻²70 I. Shamil Ave., Makhachkala 367026, Russia,

¹e-mail smdstu@mail.ru, ²e-mail: ventav@mail.ru

Abstract Objectives The emergence of modern high-strength materials leads to the creation of thin-walled structures in various fields of technology. To obtain the necessary information about their behavior under load, one should analyze all the characteristic features encountered at all stages of their loading - at the initial (initial) stage of their operation, taking into account one or more types of nonlinearities, find possible critical states and, depending on the type of stability loss, study the nature of the initial stage of postcritical deformation. Based on an algorithm combining approximate analytical and numerical methods, the article solves the model problem — studying the behavior of a thin-walled spherical shell under load. **Method.** The study is based on solving the nonlinear problem of determining the stress-strain state at the initial - axisymmetric stage of work; critical (bifurcation) load values; analysis of the nature of post-bifurcation behavior. The work uses a variant of the general theory of stability and postcritical behavior of structures previously developed by V.T. Coiter. **Result.** The solution of such a general problem associated with discontinuous phenomena is carried out on the basis of mathematical ideas formulated in the theory of branching solutions of nonlinear equations. The values of the coefficients characterizing the initial stage of the post-bifurcation behavior of the shells and, from a practical point of view, the relations between the critical and limiting values of the loads are obtained. It is shown that depending on the area of the shell surface part loaded by the distributed load, the nature of the initial stage of postcritical deformation changes not only quantitatively, but also qualitatively. **Conclusion.** The most effective in solving problems associated with discontinuous phenomena are combinations of approximate analytical ones - catastrophe theory and numerical methods that do not require complex, time-consuming and significant amounts of computation. Analysis of the initial stage of the post-bifurcation behavior of structures allows us to assess the degree of danger of reaching a critical state, which is achieved by taking into account the values of the corresponding reliability coefficients in the calculations.

Keywords: nonlinear problems, stability, decision branching, catastrophe theory, postcritical behavior

Введение. Фундаментальные математические положения теории ветвления решений нелинейных уравнений подробно рассматриваются в трех основных частях, указанных на рис.1.



Рис. 1. Теория ветвления решений нелинейных уравнений
Fig. 1. The theory of branching solutions of nonlinear equations

В соответствии с этой схемой решение общей нелинейной краевой задачи расчета конструкций, связанной с разрывными явлениями, проводится на основе алгоритма, указанного на рис.2.

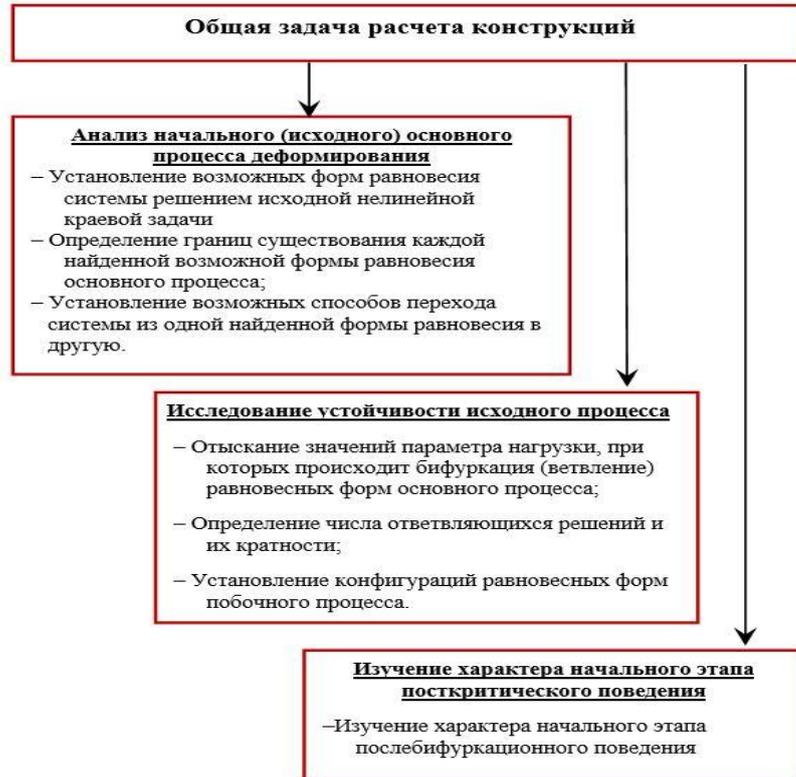


Рис. 2. Общая задача расчета конструкций
Fig. 2. The general task of structural analysis

Постановка задачи. При расчете тонкостенных конструкций особую значимость приобретает исследование устойчивости форм равновесий. Ввиду многообразия решаемых задач здесь возможна следующая классификация постановок задач (рис.3).

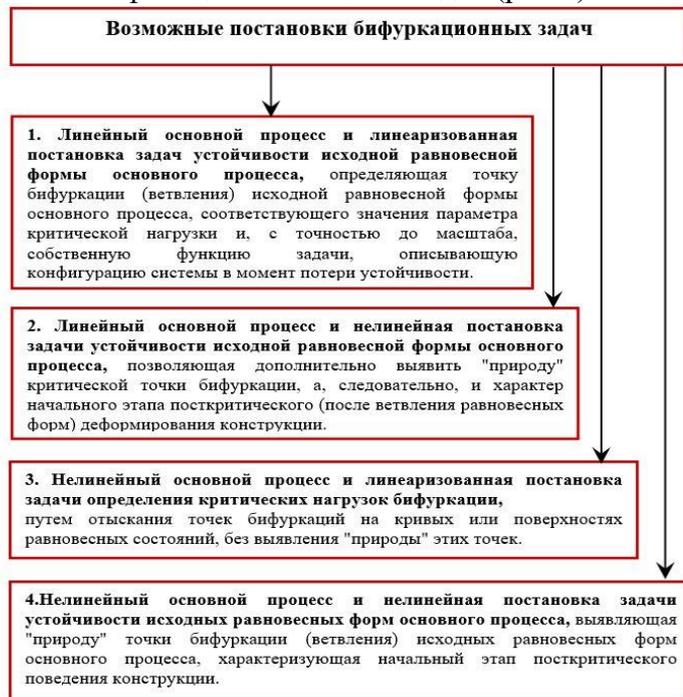


Рис. 3. Возможные постановки бифуркационных задач
Fig. 3. Possible statements of bifurcation problems

В данной работе на основе алгоритма, сочетающего приближенные аналитические и численные методы, решается одна модельная задача – изучение особенностей поведения под нагрузкой тонкостенной сферической оболочки, решением 4 типа задач из приведенных на рис.3В качестве основной принята система двух нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных смешанного вида, записанная относительно функции прогибов W и функции усилий F , описывающая случай геометрически нелинейного деформирования пологих оболочек под действием поперечной нагрузки интенсивности q (волной отмечены размерные величины):

$$\begin{cases} D \cdot \nabla^4 W = \nabla_{\kappa}^2 F + L(W, F) + q; \\ (1/Eh) \cdot \nabla^4 F = -\nabla_{\kappa}^2 W - (1/2) \cdot L(W, W), \end{cases} \quad (1)$$

где $\nabla_{\kappa}^2(\cdot)$, $L(\cdot)$ – дифференциальные операторы, имеющие в полярных координатах вид:

$$\nabla_{\kappa}^2(\cdot) = K_2 \frac{\partial^2(\cdot)}{\partial r^2} + K_1 \left[\frac{1}{r} \frac{\partial(\cdot)}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2(\cdot)}{\partial \varphi^2} \right]; \quad (2)$$

$$L(W, F) = \frac{\partial^2 W}{\partial r^2} \cdot \left(\frac{\partial F}{r \partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 F}{\partial \varphi^2} \right) + \frac{\partial^2 F}{\partial r^2} \cdot \left(\frac{\partial W}{r \partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 W}{\partial \varphi^2} \right) - 2 \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\partial W}{r \partial \varphi} \right) \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\partial F}{r \partial \varphi} \right). \quad (3)$$

Заменой в (3) F на W находится оператор $L(W, W)$.

Решение этих уравнений в замкнутом виде, дающее полную информацию об особенностях работы оболочки на всех этапах нагружения невозможно. Поэтому в данной работе изучение поведения оболочки разбито на три этапа, которые могут быть рассмотрены и как отдельные задачи:

- нелинейная задача определения напряженно-деформированного состояния на начальной - осесимметричной стадии работы;
- определение критических (бифуркационных) значений нагрузок;
- анализ характера постбифуркационного поведения.

Методы исследования. В случае осесимметричной деформации оболочки функции W и F , а следовательно, и компоненты напряженно-деформированного состояния не зависят от полярного угла φ . Если к тому же $K_1=K_2=K$, то приведенные выше формулы (1)÷(3) значительно упрощаются:

- система (1) может быть проинтегрирована и ее первый интеграл принимает вид:

$$\begin{cases} D \frac{d}{dr} (\nabla^2 W) = h \frac{dF}{dr} \left(\frac{1}{r} \frac{dW}{dr} + K \right) + \Psi(r); \\ \frac{d}{dr} (\nabla^2 \Phi) = -E \left[\frac{1}{2r} \left(\frac{dW}{dr} \right)^2 + K \frac{dW}{dr} \right], \end{cases} \quad (4)$$

где

$\nabla^2(\cdot) = \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left[r \frac{d(\cdot)}{dr} \right]$ – оператор Лапласа в полярных координатах для осесимметричной задачи;

В общепринятых безразмерных параметрах и обозначениях [6] уравнения осесимметричного деформирования (4) примут вид:

$$\begin{cases} (r \cdot \Theta)' - \frac{\Theta}{r} = \Phi(\Theta - r) - \Psi_0(r); \\ (r \cdot \Phi)' - \frac{\Phi}{r} = -\Theta \left(\frac{\Theta}{2} - r \right), \end{cases} \quad (5)$$

$$\text{где } \Psi_0(r) = 4 \int p r dr. \quad (6)$$

В случае загрузки оболочки давлением интенсивности p , приложенным к круговой области радиуса r_1 с центром в вершине купола:

$$\Psi_0(r) = \begin{cases} 2pr^2, & r < b_1; \\ 2pb^2, & r > b_1, \end{cases} \quad (7)$$

где $b_1 = \frac{r_1}{a} b$.

В этом случае уравнения могут быть записаны в единообразной форме:

$$\begin{cases} (r \cdot \Theta)' - \frac{\Theta}{2} = \Phi(\Theta - r) - 2p \cdot b_1^2 \cdot \delta(r); \\ (r \cdot \Phi)' - \frac{\Phi}{r} = -\Theta \left(r + \frac{\Theta}{2} \right), \end{cases} \quad (8)$$

$$\text{где } \delta(r) = \begin{cases} r^2, & r < b_1; \\ 1, & r > b_1. \end{cases} \quad (9)$$

Системой уравнений (8) описывается упруго-нелинейное осесимметричное деформирование пологих оболочек вращения и вместе с соответствующими граничными условиями составляют полную систему уравнений для решения конкретных задач.

Эта система может быть решена разными методами. Основной трудностью является получение непрерывной кривой равновесных состояний, поскольку численные методы, если не предпринимать специальных приемов, становятся расходящимися в окрестностях особых точек. Ранее авторы работы решали эту задачу на основе алгоритма, сочетающего метод конечных разностей повышенной точности с методом дифференцирования по параметру, представляющего “шаговую” процедуру. Использована процедура смены ведущего параметра в окрестностях особых точек, позволившая построить непрерывные кривые для разных параметров кривизны и нагрузки, определяя каждую точку каждой кривой решением системы нелинейных уравнений.

Более эффективным является использование алгебраических средств и геометрических образов теории катастроф, позволяющее представить поведение целых классов конструкций единой наглядной геометрической картиной. Такая процедура позволяет существенно сократить объем последующих вычислений.

На рис. 4 и 5, показаны многообразие катастрофы сборки – поверхность равновесных состояний оболочки и отображение катастрофы сборки на плоскость управляющих параметров K и q^* , дающие полную качественную и количественную информацию о поведении под нагрузкой целого класса оболочек.

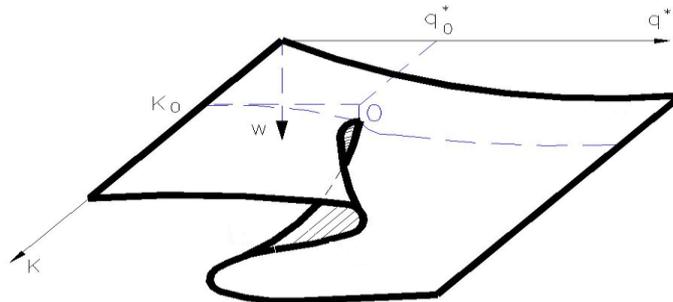


Рис.4. Многообразие катастрофы сборки – поверхность равновесных состояний оболочки
 Fig. 4. Manifold catastrophe manifold - shell equilibrium surface

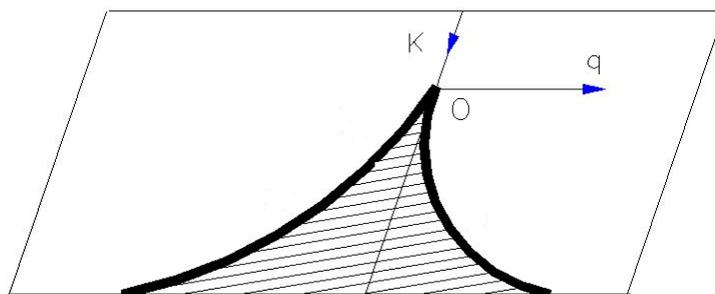


Рис.5. Отображение катастрофы сборки на плоскость управляющих параметров K и q^*
 Fig.5. The mapping of the disaster assembly on the plane of the control parameters K and q^*

Обсуждение результатов. Для вычисления критических нагрузок бифуркации представим функцию прогибов W и усилий F в момент потери устойчивости в виде:

$$\begin{aligned} W(r, \varphi) &= W_0(r) + \xi W_1(r, \varphi); \\ F(r, \varphi) &= F_0(r) + \xi F_1(r, \varphi), \end{aligned} \quad (10)$$

где $W_0(r)$ и $F_0(r)$ – величины, характеризующие осесимметричное поведения оболочки;
 $W_1(r, \varphi)$ и $F_1(r, \varphi)$ – приращения функций прогибов и усилий при возможном переходе оболочки к смежным несимметричным формам.

ξ – бесконечно малый параметр;

Подстановка (10) в исходные уравнения (1), учет уравнений (8) и последующая линеаризация по ξ приводит к уравнениям:

$$\begin{aligned} \nabla^4 W_1 &= \nabla^2 F_1 - \left(\frac{\dot{F}_1}{r} - \frac{\dot{F}_1}{r^2} \right) \Theta' + \frac{\Phi}{r} W_1'' - \frac{F_1''}{r} \Theta + \left(\frac{W_1}{r} + \frac{W_1}{r^2} \right) \Phi; \\ \nabla^4 F_1 &= -\nabla^2 W_1 + \left(\frac{W_1}{r} + \frac{W_1}{r^2} \right) \Theta' + \frac{W_1''}{r} \Theta. \end{aligned} \quad (11)$$

Эти уравнения, кроме тривиального решения ($W_1=F_1=0$), для некоторых значений параметра внешней нагрузки входящего в значения Θ и Φ , имеют нетривиальные решения.

Примем функции W_1 и F_1 в следующем виде:

$$\begin{aligned} W_1(r, \varphi) &= \sum_{n=2}^{\infty} W_{1n}(r) \cos n\varphi; \\ F_1(r, \varphi) &= \sum_{n=2}^{\infty} F_{1n}(r) \cos n\varphi, \end{aligned} \quad (12)$$

где n – число окружных волн (случаи $n=0$ и $n=1$ являются особыми случаями).

С учетом (12) (11) превращаются и в бесконечную систему однородных обыкновенных дифференциальных уравнений для функций $W_{1n}(r)$ и $F_{1n}(r)$:

$$\begin{aligned} \nabla_n^4 W_{1n} &= \nabla_n^2 F_{1n} - \left(\frac{1}{r} \dot{F}_{1n} - \frac{n^2}{r^2} \dot{F}_{1n} \right) \Theta' + \frac{\Phi}{r} W_{1n}'' - \\ &\quad - \frac{\Theta}{r} F_{1n}'' + \left(\frac{1}{r} W_{1n} - \frac{n^2}{r^2} W_{1n} \right) \Phi'; \\ \nabla_n^4 F_{1n} &= -\nabla_n^2 W_{1n} + \frac{\Theta}{r} W_{1n}' + \left(\frac{1}{r} \dot{W}_{1n} - \frac{n^2}{r^2} W_{1n} \right) \Theta'. \end{aligned} \quad (13)$$

Система уравнений методом конечных разностей повышенной точности сводится к системе алгебраических уравнений. Равенство нулю детерминанта из коэффициентов системы уравнений (13), в которой параметр нагрузки входит в значения Θ и Φ и определяет критическое значение нагрузки, при котором исходное осесимметричное состояние переходит в возможные несимметричные формы.

Для определения характера начального этапа постбифуркационного состояния представим:

$$\begin{aligned} W &= W_0 + \xi W_1 + \xi^2 W_2 + \dots; \\ F &= F_0 + \xi F_1 + \xi^2 F_2 + \dots, \end{aligned} \quad (14)$$

где W_0 и F_0 – параметры исходного осесимметричного деформирования;

W_1 и F_1 – нормированные значения собственных функций, характеризующие форму выпучивания;

W_2 и F_2 – функции, характеризующие начальный этап посткритического поведения оболочки, подлежащие определению; ξ – малый параметр.

Подставляя выражения (14) в исходные уравнения (1), приравнявая коэффициенты при одинаковых степенях параметра ξ в правых и левых частях, с учетом уравнений (8) и (11) получим следующие уравнения:

$$\begin{aligned} \nabla^4 W_2 - \nabla^2 F_2 + \left(\frac{F_2'}{r} + \frac{\ddot{F}_2}{r^2} \right) \cdot \Theta_{cr}' + \frac{W_2''}{r} \Phi_{cr} + \frac{F_2''}{r} \Theta_{cr} - \left(\frac{W_2'}{r} + \frac{\ddot{W}_2}{r^2} \right) \cdot \Phi_{cr}' = \\ = \left(\frac{F_1'}{r} + \frac{\ddot{F}_1}{r^2} \right) \cdot \ddot{W}_1 + \left(\frac{W_1'}{r} + \frac{\ddot{W}_1}{r^2} \right) \cdot F_1'' - 2 \left(\frac{\dot{F}_1}{r} \right)' \left(\frac{\dot{W}_1}{r} \right)'; \\ \nabla^4 F_2 + \nabla^2 W_2 - \left(\frac{W_2'}{r} + \frac{\ddot{W}_2}{r^2} \right) \cdot \Theta_{cr}' - \frac{W_2''}{r} \cdot \Theta_{cr} = \\ = \left(\frac{W_1'}{r} - \frac{\ddot{W}_1}{r^2} \right)^2 - \left(\frac{W_1'}{r} + \frac{\ddot{W}_1}{r^2} \right) \cdot W_1'' \end{aligned} \quad (15)$$

Уравнения (15), вместе с соответствующими граничными условиями, описывают постбифуркационное поведение оболочки на начальном участке побочной (вторичной, закритической) равновесной ветви, т.е. в окрестности точки ветвления (бифуркации) исходной равновесной формы.

Анализ начального этапа постбифуркационного поведения сводится к установлению зависимости между параметром действующей нагрузки и амплитудой, возникающей смежной несимметричной формы выпучивания. В работе используется вариант общей теории устойчивости и посткритического поведения конструкций ранее разработанный В.Т. Койтером. Алгебраизация системы линейных дифференциальных уравнений (15) осуществляется методом конечных разностей повышенной точности с последующим решением получаемых систем уравнений с помощью стандартных программ.

На основе такого алгоритма решены конкретные задачи, получены значения коэффициентов, характеризующих начальный этап постбифуркационного поведения оболочек и, важные с практической точки зрения, соотношения между критическими и предельными значениями нагрузок.

В частности, показано, что в зависимости от площади загружаемой распределенной нагрузкой части поверхности оболочки, характер начального этапа посткритического деформирования меняется не только количественно, но и качественно.

Вывод.

1. Предлагаемая методика решения общей нелинейной краевой задачи расчета конструкций, состоящая из трех взаимосвязанных и последовательных этапов позволяет выявить все характерные особенности поведения под нагрузкой тонкостенных систем, теряющих устойчивость.

2. Наиболее эффективными при решении задач, связанных с разрывными явлениями, являются комбинации приближенных аналитических – теории катастроф и численных методов, не требующих сложных, трудоемких и значительных объемов вычислений.

3. Анализ характера начального этапа постбифуркационного поведения конструкций позволяет оценить степень опасности достижения критического состояния и в зависимости от последствий, гарантия против его наступления должна быть различной, что достигается учетом значений соответствующих коэффициентов надежности в расчетах.

Библиографический список:

1. Арнольд В.И. Теория катастроф. Москва: Ленанд, 2016 с.134.
2. Баженов В. Г., Гоник Е. Г., Кибец А. И., Шошин Д. В. Устойчивость и предельные состояния упругопластических сферических оболочек при статических и динамических нагружениях / Прикл. мех. и техн. физ. 2014 т. 55 № 1. С. 13-22.
3. Бородин А.И., Новикова Н.Н., Шаш Н.Н. Применение синергетических методов и теории катастроф // Журнал “Эффективное антикризисное управление”. выпуск №2(89)/2015.с 84-90.
4. Ганеева М. С., Моисеева В. Е. Нелинейный изгиб и устойчивость сферических и эллипсоидальных оболочек при неосесимметричном нагружении / Пробл. прочн. и пластик. 2013 № 75 ч. 2. С. 105-114.
5. Малых К. С., Новичков А. А., Придадько И. С. Устойчивость сферических оболочек с учетом начальных неправильностей формы / Молодежь. Техника. Космос: Труды 6 Общероссийской молодежной научно-технической конференции, Санкт-Петербург, 19-21 марта, 2014. 2014. С. 62-64.

6. Муртазалиев Г.М. Методы теории катастроф в задачах устойчивости оболочек. ДГТУ. Махачкала 2004. 200с.
7. Муртазалиев Г.М., Пайзулаев М.М., Гусейнова С.В. Геометрические образы теории катастроф в нелинейных задачах //Теория сооружений: достижения и проблемы: сб. статей по материалам всероссийской научно-практической конф., 19-20 ноября 2012г. Махачкала/ ДГТУ. – Махачкала: Изд-во ДГТУ, 2012. 126с.
8. Муртазалиев Г.М., Пайзулаев М.М. Методы теории катастроф в механике конструкций //Теория сооружений: достижения и проблемы: сборник статей по материалам II Всероссийской научно-практической конференции, 27-28 ноября 2015г. Махачкала/ ДГТУ. – Махачкала: Типография RIZO-PRESS, 2015.-132с.
9. Острейковский В. А. Анализ устойчивости и управляемости динамических систем методами теории катастроф: Учебное пособие для студентов вузов. — Москва: Издательство "Высшая школа", 2005. 327с.
10. Петров В. В., Кривошеин И. В. Влияние неоднородности материала на устойчивость нелинейно деформируемых пологих оболочек двойкой кривизны / Вестн. СГТУ. 2014 № 4. С. 20-25.
11. Пикуль В. В. Устойчивость оболочек / Пробл. машиностр. и автоматиз.- 2012 № 2 С. 81-87.
12. Семко В. В., Кривошеин И. В. / Моделирование влияния вида граничных условий на устойчивость нелинейно деформируемых пологих оболочек / Математические методы в технике и технологиях (ММТТ-26): Сборник трудов 26 Международной научной конференции, Нижний Новгород, 27-30 мая, 2013. С. 53-55.

References:

1. Arnol'd V.I. Teoriya katastrof. Moskva: Lenand, 2016 s.134. [Arnold V.I. Catastrophe theory. Moscow: Lenand, 2016 p.134. (In Russ)]
2. Bazhenov V. G., Gonik Ye. G., Kibets A. I., Shoshin D. V. Ustoychivost' i predel'nyye sostoyaniya uprugoplasticheskikh sfericheskikh obolochek pri staticheskikh i dinamicheskikh nagruzheniyakh / Prikl. mekh. i tekhn. fiz. 2014 t. 55 № 1. S. 13-22. [Bazhenov V. G., Gonik E. G., Kibets A. I., Shoshin D. V. Stability and limit states of elastic-plastic spherical shells under static and dynamic loading / Prikl. fur. and tech. physical 2014 vol. 55 No. 1. pp. 13-22. (In Russ)]
3. Borodin A.I., Novikova N.N., Shash N.N. Primeneniye sinergeticheskikh metodov i teorii katastrof // Zhurnal "Effektivnoye antikrizisnoye upravleniye". vypusk №2(89)/2015.s 84-90. [Borodin A.I., Novikova N.N., Shash N.N. The use of synergetic methods and catastrophe theory // Journal "Effective Anti-Crisis Management". Issue No. 2 (89) / 2015.pp 84-90. (In Russ)]
4. Ganeyeva M. S., Moiseyeva V. Ye. Nelineynyy izgib i ustoychivost' sfericheskikh i ellipsoidal'nykh obolochek pri neosesimmetrichnom nagruzhenii / Probl. prochn. i plastich. 2013 № 75 ch. 2. S. 105-114. [Ganeeva M. S., Moiseeva V. E. Non-linear bending and stability of spherical and ellipsoidal shells under non-axisymmetric loading / Probl. durable and plastic. 2013 No. 75, part 2, pp. 105-114. (In Russ)]
5. Malykh K. S., Novichkov A. A., Pridat'ko I. S. Ustoychivost' sfericheskikh obolochek s uchetom nachal'nykh nepravil'nostey formy / Molodezh'. Tekhnika. Kosmos: Trudy 6 Obshcherossiyskoy molo-dezhnoy nauchno-tekhnicheskoy konferentsii, Sankt-Peterburg, 19-21 marta, 2014. 2014. S. 62-64. [Malykh K. S., Novichkov A. A., Pridatko I. S. Stability of spherical shells taking into account the initial irregularities of the form / Youth. Equipment. Space: Proceedings of the 6th All-Russian Youth Scientific and Technical Conference, St. Petersburg, March 19-21, 2014. 2014. pp. 62-64. (In Russ)]
6. Murtazaliyev G.M. Metody teorii katastrof v zadachakh ustoychivosti obolochek. DGTU. Makhachkala 2004. 200s. [Murtazaliyev G.M. Methods of catastrophe theory in problems of shell stability. DSTU. Makhachkala 2004.200s. (In Russ)]
7. Murtazaliyev G.M., Payzulayev M.M., Guseynova S.V. Geometricheskiye obrazy teorii katastrof v ne-lineynykh zadachakh //Teoriya sooruzheniy: dostizheniya i problemy: sb. stately po materialam vserossiyskoy nauchno-prakticheskoy konf., 19-20 noyabrya 2012g. Makhachkala/ DGTU. – Makhachkala: Izd-vo DGTU, 2012. 126s. [Murtazaliyev G.M., Payzulaev M.M., Huseynova S.V. Geometric images of catastrophe theory in non-linear problems // Theory of constructions: achievements and problems: cb. articles on the materials of the All-Russian scientific and practical conference., November 19-20, 2012. Makhachkala / DSTU. - Makhachkala: Publishing house of DSTU, 2012.126p. (In Russ)]
8. Murtazaliyev G.M., Payzulayev M.M. Metody teorii katastrof v mekhanike konstruksiy //Teoriya so-oruzheniy: dostizheniya i problemy: sbornik stately po materialam II Vserossiyskoy nauchno-prakticheskoy konferentsii, 27-28 noyabrya 2015g. Makhachkala/ DGTU. – Makhachkala: Tipografiya RIZO-PRESS, 2015.-132s. [Murtazaliyev G.M., Payzulaev M.M. Methods of catastrophe theory in structural mechanics // Theory of Constructions: Achievements and Problems: Collection of articles based on materials of the II All-Russian Scientific and Practical Conference, November 27-28, 2015. Makhachkala / DSTU. - Makhachkala: Printing house RIZO-PRESS, 2015. 132p. (In Russ)]
9. Ostreykovskiy V. A. Analiz ustoychivosti i upravlyayemosti dinamicheskikh sistem metodami teorii katastrof: Uchebnoye posobiye dlya studentov vuzov. — Moskva: Izdatel'stvo "Vysshaya shkola", 2005. 327s. [Ostreykovsky V. A. Analysis of the stability and controllability of dynamic systems by the methods of catastrophe theory: a manual for university students. - Moscow: Higher School Publishing House, 2005. 327p. (In Russ)]

10. Petrov V. V., Krivoshein I. V. Vliyaniye neodnorodnosti materiala na ustoychivost' nelineyno de-formiruyemykh pologikh obolochek dvoiyakoy krivizny / Vestn. SGTU. 2014 № 4. S. 20-25. [Petrov VV, Krivoshein IV. Influence of material heterogeneity on the stability of nonlinearly deformable shallow shells of double curvature / Vestn. SSTU. 2014 No. 4. pp. 20-25. (In Russ)]
11. Pikul' V. V. Ustoychivost' obolochek / Probl. mashinostr. i avtomatiz.- 2012 № 2 С. 81-87. [Pikul V.V. Stability of the shells / Probl. machine building and automation. 2012 No. 2 pp. 81-87. (In Russ)]
12. Semko V. V., Krivoshein I. V. / Modelirovaniye vliyaniya vida granichnykh usloviy na ustoychivost' nelineyno deformiruyemykh pologikh obolochek / Matematicheskiye metody v tekhnike i tekhnologiyakh (MMTT-26): Sbornik trudov 26 Mezhdunarodnoy nauchnoy konferentsii, Nizhniy Novgorod, 27-30 maya, 2013. pp. 53-55. (In Russ)]
13. Semko V. V., Krivoshein I. V. / Modelirovaniye vliyaniya vida granichnykh usloviy na ustoychivost' nelineyno deformiruyemykh pologikh obolochek / Matematicheskiye metody v tekhnike i tekhnologiyakh (MMTT-26): Sbornik trudov 26 Mezhdunarodnoy nauchnoy konferentsii, Nizhniy Novgorod, 27-30 maya, 2013. S. 53-55. [Semko V.V., Krivoshein I.V. / Modeling the influence of the type of boundary conditions on the stability of nonlinearly deformable shallow shells / Mathematical Methods in Engineering and Technology (MMTT-26): Proceedings of the 26th International Scientific Conference, Nizhny Novgorod, 27- May 30, 2013.pp. 53-55. (In Russ)]

Сведения об авторах:

Муртазалиев Гелани Муртазалиевич – доктор технических наук, профессор, кафедра сопротивления материалов, теоретической и строительной механики.

Пайзулаев Магомед Муртазалиевич– кандидат технических наук, доцент, кафедра сопротивления материалов, теоретической и строительной механики.

Information about the authors:

Gelani M. Murtazaliev – Dr. Sci. (Technical), Prof., Head of the Department Resistance of Materials, Theoretical and Construction Mechanics.

Magomed M. Payzulaev – Cand. Sci. (Technical), As. Prof., Head of the Department Resistance of Materials, Theoretical and Construction Mechanics.

Конфликт интересов.

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Поступила в редакцию 18.05.2019.

Принята в печать 19.06.2019.

Conflict of interest.

The authors declare no conflict of interest.

Received 18.05.2019.

Accepted for publication 19.06.2019.