

Для цитирования: Кадиев И.П. Общие принципы построения систем индексации элементов конечных множеств. Вестник Дагестанского государственного технического университета. Технические науки. 2019; 46 (2): 81-88. DOI:10.21822/2073-6185-2019-46-2-81-88

For citation: Kadiev I.P. General principles of construction of systems of indexation of elements of finite sets. Herald of Daghestan State Technical University. Technical Sciences. 2019; 46(2): 81-88. (In Russ.) DOI:10.21822/2073-6185-2019-46-2-81-88

ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ

УДК 519.5

DOI:10.21822/2073-6185-2019-46-2-81-88

ОБЩИЕ ПРИНЦИПЫ ПОСТРОЕНИЯ СИСТЕМ ИНДЕКСАЦИИ ЭЛЕМЕНТОВ КОНЕЧНЫХ МНОЖЕСТВ

Кадиев И.П.

Отделение - Национальный банк по Республике Дагестан Южного главного управления
Центрального банка Российской Федерации,
367000, г. Махачкала, ул. Даниялова, 29, Россия,
e-mail:islam-kadi@mail.ru

Резюме Цель. Определение общих принципов построения систем индексации элементов конечных множеств. **Метод.** Построение модели процесса индексации. Определение общих правил присвоения атрибутов – индексов элементам множеств. **Результат.** Предложен общий принцип построения систем индексации элементов множеств и их совокупностей. Основой предложенного принципа индексации является обязательное наличие функциональных связей между значениями индексов элементов. Основным признаком различия систем индексации является отличие функциональных зависимостей между значениями индексами элементов окружения. Системы индексации определяют структурные свойства множеств и их совокупностей. Изменение систем индексации предопределяет изменение структуры. Это позволяет формировать из элементов исходных конфигураций множеств, множеств с различными структурами, менять их структурные свойства. **Вывод.** Предложен общий принцип построения систем индексации элементов множеств и их совокупностей, в основе которого функциональные зависимости между индексами элементов. Изменения используемых функциональных зависимостей между индексами элементов, как показано в работе, позволяет формировать комбинаторные конфигурации, обладающие различными структурными свойствами. Система индексации совокупность правил присвоения элементам множеств атрибутов - индексов, обеспечивающих их различимость и связи с окружением и определяющая их структурные свойства. В основе построения любых структур и систем индексации некоторые общие базовые принципы их построения. Они проиллюстрированы на основе используемых систем индексации в классической алгебре. По результатам исследования принципов построения систем индексации, предложена обобщенная модель систем индексации. В качестве общего принципа, являющегося общим принципом построения систем индексации, в качестве модели предложена система функциональных зависимостей между значениями индексов элемента множеств и значениями индексов элементов его окружения.

Ключевые слова: системы индексации, принцип функциональной зависимости, структурные свойства множеств

COMPUTER SCIENCE, COMPUTER ENGINEERING AND MANAGEMENT

GENERAL PRINCIPLES OF CONSTRUCTION OF SYSTEMS OF INDEXATION OF ELEMENTS OF FINITE SETS

Islamudin P. Kadiev

Branch - National Bank for the Republic of Daghestan Southern Central Administration of the Central Bank of the Russian Federation,
29 Danialova Str., Makhachkala 367000, Russia,
e-mail:islam-kadi@mail.ru

Abstract. Objectives Definition of general principles for constructing indexing systems for elements of finite sets. **Method.** Building a model of the indexing process. Definition of general rules for assigning attributes - indices to elements of sets. **Result.** The general principle of constructing indexing systems for elements of sets and their aggregates is proposed. The basis of the proposed indexing principle is the mandatory presence of functional relationships between the values of the element indices. The main sign of differences in indexing systems is the difference in functional dependencies between the values of the indices of the environment elements. Indexing systems determine the structural properties of sets and their aggregates. A change in indexing systems predetermines a change in structure. This allows one to form sets, sets with different structures from elements of the initial configurations, and change their structural properties. **Conclusion.** A general principle is proposed for constructing systems for indexing elements of sets and their aggregates, based on which are functional dependencies between element indices. Changes in the used functional dependencies between the element indices, as shown in the work, allows one to form combinatorial configurations with different structural properties. The indexing system is a set of rules for assigning to the elements sets of attributes - indices, ensuring their visibility and communication with the environment and determining their structural properties. At the heart of the construction of any structures and indexing systems are some common basic principles for their construction. They are illustrated based on the indexing systems used in classical algebra. Based on the results of a study of the principles of constructing indexing systems, a generalized model of indexing systems is proposed. As a general principle, which is a general principle of constructing indexing systems, a system of functional dependencies between the values of the indices of an element of sets and the values of the indices of the elements of its environment is proposed as a model.

Keywords: indexing systems, principle of functional dependence, structural properties of sets

Введение. Существует множество систем индексации элементов множеств, образованных различными объектами, как физической природы, так и абстрактных, например, система индексация объектов почтовая связи, система индексации цен и т.д.

Общим их назначением является, прежде всего, установление возможности различения элементов во множествах, что является одним из основных требований к совокупности, образующих множеств. Существует понятие принципа построения систем, имеющих общее название [1]. Под принципом построения системы принято понимать, то общее что характерно для всех систем с общим названием [2].

Постановка задачи. При обзоре литературы автором четкого определения понятия общего принципа построения систем индексации не обнаружено [3-10]. Общим для всех систем индексации можно считать наличие функциональных связей между значениями индексов элементов и их окружения, которое упорядочивает структуру формируемого множества.

Методы исследований. Для выявления общей закономерности построения систем индексации был проведен анализ структуры множеств.

Конечное множество, при системном подходе, представляет собой «целое» - систему, образованную различными объектами, обладающими некоторым общим для них свойством. Для любой системы характерны информационные, общесистемные, структурные и функциональные свойства. Структурные свойства систем отражают состав ее элементов и связи между ними. Потому задание конечного множества в виде списка различных элементов и их взаимного расположения можно рассматривать как задание структуры системы [11].

Различимость элементов может быть задано использованием отличных друг от друга символьных обозначений элементов или, при использовании одного общего символа обозначения элементов, присвоением этому символу дополнительных атрибутов различимости.

Эти дополнительные элементы, известные как индексы, могут выполнять не только признак различимости элементов, но и отражать их местоположение во множестве, нести информацию об элементах непосредственного его «окружении». Состав элементов системы и их взаимное положение определяют её структуру. Присвоение атрибутов различимости производится по определенным правилам, которые образуют систему индексации элементов множества.

Системы индексации линейных конечных множеств с общим символом обозначением элементов с индексами, индексы, при классической индексации, являются цифровыми, приписываемыми снизу в правой части символа элемента [12-14]. Они несут информацию о местоположении элемента при списочном способе задания множества, одновременно отражая структурные свойства множества – связи, взаимное их расположение. Для этих множеств, как систем, структуры отражены при списочном способе их задания. Индексы отражают взаимное расположение элементов и задают списочный состав.

Для двумерных конфигураций, образованных конечными множествами, для обозначения элементов множеств могут быть использованы как различные, так и одинаковые символы. Если использованы различные символы для различения множеств, то индексы элементов во множествах могут быть одноэлементными, так как различие символов множеств позволяет различать принадлежность к множествам.

При использовании для обозначения элементов одинаковых символов, индексы являются двух элементными.

При «классической» их интерпретации они отражают одновременно адресное свойство элементов в конфигурации: строку и столбец, на пересечении которых они находятся, и одновременно являются признаком их различимости, по принадлежности к множеству и позиции, занимаемой элементом в нем.

Общий вид модели систем классической индексации элементов конечных множеств.

Для выявления общих свойств методов построения всех систем индексации множеств, которые могут быть предложены в качестве общего принципа построения систем индексации множеств, ниже рассмотрены существующие классические системы индексации.

Для линейных конечных множеств общая структура и индексация, определяющие состав и расположение элементов окружения G_i на позициях, имеет вид: $G_1, \dots, G_{i-1}, G_i, G_{i+1}, \dots, G_n$.

Очевидно, что существует функциональная связь между значением индексов элемента G_i и значениями индексов элементов G_{i-1} и G_{i+1} его окружения.

Общий вид модели этой зависимости может быть представлен в как: $\dots, G_{Y_1(i)}, G_i, G_{Y_2(i)}, \dots$, где $Y_1(i) = i-1$, $Y_2(i) = i+1$.

Для двумерных множеств эта же зависимость имеет вид:

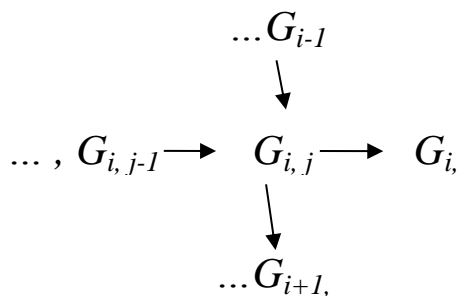


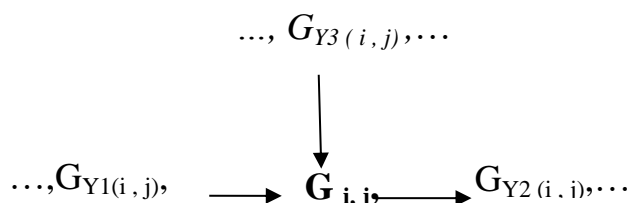
Рис. 1. Схема «классической» индексации элементов окружения
Fig. 1. The scheme of "classical" indexing of environment elements

В двумерных совокупностях множеств (рис.1) первые индексы элементов, стоящих перед каждым элементом $G_{i,j}$ в строках остаются постоянными, указывая его принадлежность строке (определенному множеству), вторые меняются на единицу.

В столбцах имеет место обратные изменения значений индексов: первые индексы элементов стоящих над данным элементом больше значения его индекса на единицу, первый индекс элемента стоящего под ним в столбце больше на единицу. Значения вторых индексов элементов в столбцах остаются постоянными, указывая его принадлежность определенному столбцу.

Так же как и для линейных множеств имеет место отмеченная функциональная зависимость значений индексов элементов окружения от значений индексов элемента, который они окружают.

Общий вид модели зависимостей индексов элементов окружения приведен на рис. 2.



Функции зависимости индексов элементов окружения имеют вид:

$$\begin{aligned}
 & \dots, G_{Y3(i,j)}, \dots \\
 & \downarrow \\
 & \dots, G_{Y1(i,j)}, \longrightarrow G_{i,j}, \longrightarrow G_{Y2(i,i)}, \dots \\
 & \dots, G_{Y4(i,j)}, \dots \\
 & \begin{aligned}
 Y_1(i,j): & y_{11}(i) = i, \quad y_{12}(j) = j - 1 \\
 Y_2(i,j): & y_{31}(i) = i, \quad y_{32}(j) = j + 1 \\
 & y_{21}(i) = i - 1, \quad y_{22}(j) = j \\
 Y_4(i,j): & y_{11}(i) = i + 1, \quad y_{12}(j) = j.
 \end{aligned}
 \end{aligned} \tag{1}$$

Рис.2 Общий вид модели принципа построения систем индексации
Fig. 2 General view of the model of the construction of indexing

Обсуждение результатов. Приведенные примеры иллюстрируют наличие общего принципа в процессах построения систем индексации [14-17]. Он заключается в том, что устанавливаются функциональные зависимости между значениями индексов элементов множеств в конфигурациях и значениями индексов элементов, которые их окружают.

Это свойство, характерное для основы построения существующих систем индексации, является общим принципом построения систем индексации.

На основании предложенного принципа могут быть построены различные системы индексации, соответствующие функциональным зависимостям $Y_1(i,j) - Y_4(i,j)$ значений индексов элементов и значений индексов его окружения.

Эти зависимости определяют структуры формируемых множеств.

Для иллюстрации особенностей формируемых комбинаторных конфигураций с индексацией, отличной от классической, можно привести пример для линейного множества, в котором функциональные зависимости индексов, отличаются от классических $Y_1(i) = i-1$, $Y_2(i) = i+1$.

Например, пусть имеется исходное множество $G_1, G_2, G_3, G_4, G_5, G_6, G_7$ с функциональными зависимостями индексов $Y_1(i) = i-1$, $Y_2(i) = i+1$ и числом элементов равным $n = 7$.

Преобразуем множество, изменив функциональные зависимости индексов на $Y_1(i) = i-2$, $Y_2(i) = i+2$.

Это приведет к сформировано из элементов исходного множества подмножества, структура которого имеет вид: $G_3, G_5, G_7, G_2, G_4, G_6, G_1$.

При значениях функций $Y_1(i) = i-3$, $Y_2(i) = i+3$ будет сформирована конфигурация $G_4, G_7, G_3, G_6, G_2, G_5, G_1$.

Используя различные функциональные зависимости индексов окружения, могут формироваться из элементов исходных множеств, с классической индексацией, различные подмножества, соответствующие конфигурациям, известным как «перестановки» или подстановки.

Формирование различных конфигураций перестановками элементов конечных множеств – одна из центральных задач комбинаторики и комбинаторного анализа. Следовательно, предлагаемый принцип формирования систем индексации может рассматриваться как метод формирования комбинаторных конфигураций из элементов конечных множеств. Для выявления закономерностей, характерных для принципов построения систем, приведенный пример для линейных множеств может быть рассмотрен для двумерных массивов, образованных конечными множествами. Эти массивы могут интерпретироваться как матрицы, в которых множества образуют строки.

В качестве примера формирования конфигураций в матричных конфигурациях можно привести формирование конфигурации с функциональными связями (2), отличными от классических (1):

$$\begin{aligned} Y_1(i, j): y_{11}(i) = i - 1, y_{12}(j) = j - 2 \\ Y_3(i, j): y_{31}(i) = i - 1, y_{32}(j) = j - 1 \\ Y_2(i, j): y_{21}(i) = i + 1, y_{22}(j) = j + 2 \\ Y_4(i, j): y_{41}(i) = i + 1, y_{42}(j) = j + 1. \end{aligned} \quad (2)$$

Схема связей значений индексов окружения, соответствующий функциям (2), будет иметь вид, приведенный на рис. 3 [18-19].

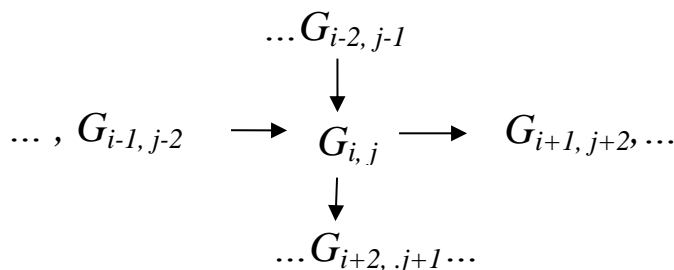


Рис. 3. Схема изменений индексации элементов окружения
Fig. 3. Scheme of changes in the indexing of environment elements

На рис. 4а и 4б для двумерной совокупности множеств $G_{5 \times 5}$, приведены конфигурации, соответствующие классической системе индексации (4а) и системе функциональных связей (2), в которых отражены изменения структур конфигураций.

$G_{11}G_{12}G_{13}G_{14}G_{15}$
 $G_{21}G_{22}G_{23}G_{24}G_{25}$
 $G_{31}G_{32}G_{33}G_{34}G_{35}$
 $G_{41}G_{42}G_{43}G_{44}G_{45}$
 $G_{51}G_{52}G_{53}G_{54}G_{55}$

Рис.4а. Структура исходного массива множеств с классической индексацией
Fig.4a. The structure of the original array of sets with classical indexing

$G_{11}G_{23}G_{35}G_{42}G_{54}$
 $G_{32}G_{44}G_{51}G_{13}G_{25}$
 $G_{53}G_{15}G_{22}G_{34}G_{41}$
 $G_{24}G_{31}G_{43}G_{55}G_{12}$
 $G_{45}G_{52}G_{14}G_{21}G_{33}$

Рис. 4б. Структура массива множеств с индексацией по функциям (2)
Fig. 4b. The structure of an array of sets with indexing by functions (2)

Полученные в примерах результаты позволяют привести общий вид функциональных зависимостей (2), с введением переменных в выражение для функциональных зависимостей индексов в виде функций:

$$\begin{aligned} Y_1(i, j): y_{11}(i) = i - k, y_{12}(j) = j - (k + m) \\ Y_2(i, j): y_{21}(i) = i + k, y_{22}(j) = j + (k + m) \\ Y_3(i, j): y_{31}(i) = i - (k + m), y_{32}(j) = j - k \\ Y_4(i, j): y_{41}(i) = i + (k + m), y_{42}(j) = j + k. \end{aligned} \quad (3)$$

В этих уравнениях константы k и m определяет множества, элементы которых окружают элемент в строке и в столбце и структуру формируемой конфигурации.

Уравнения (3) представляют собой рекуррентные индексные соотношения, которые могут рассматриваться как система уравнений формирования систем индексации.

Вывод. Предложенный принцип построения систем индексации носит общий характер, чем классическая система, которая является частным случаем использования общего принципа, соответствующего значениям констант $k = 0$ и $m = 1$.

Он может быть использован для построения систем индексации при решении ряда комбинаторных задач, таких как составление расписаний, шифрование данных, обеспечение достоверности содержимого массивов данных, построение числовых магических квадратов.

Автором принцип был апробирован в работах [15,18,19] при решении комбинаторных задач, указанных классов.

Библиографический список:

1. Виленкин Н. Я. Комбинаторика. – М.: Наука, 1969. 328 с.
2. Тараканов В.Е., Айгнер М.А. Комбинаторная теория. М.: Мир, 1982. 362 с.
3. Гнеденко Б.В., Журбенко И.Г. Теория вероятностей и комбинаторика // Математика в школе. 2007. №6. С. 49 – 58.
4. Ежов И.И., Скороход А.В., Ядренко М.И. Элементы комбинаторики. – М.: Наука. 1977. 80 с.
5. Холл М. Комбинаторика / Под ред. А.О. Гельфанда, В.Е. Тараканова В.Е. / Перевод с английского С.А. Широкова. - М.: Мир, 1970. 424 с.
6. Стенли Р. Перечислительная комбинаторика. – М.: Мир, 1990. 440 с.
7. Рыбников К.А. Введение в комбинаторный анализ. – М.: МГУ, 1994. 308 с.
8. Скачков В.Н. Комбинаторные методы дискретной математики. – М.: Наука, 1977. 320 с.
9. Леонтьев В.К. Избранные задачи комбинаторного анализа. – М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2001. 179 с.
10. Соболева Т.С., Чечкин А.В. Дискретная математика. Университетский учебник. М.: Академия. 2006. 160 с.
11. Волкова В.Н., Денисов А.А. Теория систем и системный анализ. – М.: Юрайт, 2015. 615с.
12. Dénes J. H., Keedwell A. D. Latin squares: New developments in the theory and applications. Annals of Discrete Mathematics vol. 46. Academic Press. Amsterdam. 1991. 469 p.
13. Рыбников К. А. Комбинаторный анализ. Очерки истории. – М.: МГУ, 1996. 124 с.
14. Андерсен Дж.А. Дискретная математика и комбинаторика. /Пер. с англ. – М.: Вильямс, 2003. 957 с.
15. Кадиев И.П., Кадиев П.А. Об одном классе комбинаторных конфигураций. // Вестник Дагестанского государственного технического университета. 2013. № 4. С. 45 – 49.

16. Дж. Кларк, Дж. Кейн Кодирование с исправлением ошибок в системах цифровой связи. Пер. с англ. С.И. Гельфанда.- М.: «Радио и связь», 1987г.- 390с.
17. Бабаш А.В., Шанкин Г.П. Криптография. - М.: Солон - Р, 2002. 511с.
18. Кадиев И.П., Кадиев П.А. Основы индексной структуризации пхп –комбинаторных конфигураций // Вестник Дагестанского государственного технического университета. 2018.Т.45 №1, с.139-146.
19. Кадиев И.П., Мелехин В.Б. Система индексной структуризации комбинаторных конфигураций методом рекуррентных функциональных соотношений. Приборы и системы: управление, контроль, диагностика. №2, 2019 с. 43-47

References:

1. Vilenkin N. YA. Kombinatorika. – М.: Nauka, 1969. - 328 s. [Vilenkin N. Ya. Combinatorics. М.: Nauka, 1969. 328 p.(In Russ.)]
2. Tarakanov V.Ye., Aigner M.A. Kombinatornaya teoriya. – М.: Mir, 1982. 362 s. [Tarakanov V.E., Aigner M.A. Combinatorial Theory - М.: Mir, 1982. 362 p. (In Russ.)]
3. Gnedenko B.V., Zhurbenko I.G. Teoriya veroyatnostey i kombinatorika // Matematika v shkole. 2007. №6. S. 49 – 58. [Gnedenko B.V., Zhurbenko I.G. Probability Theory and Combinatorics // Mathematics at School. 2007. No. 6. pp. 49 - 58. (In Russ.)]
4. Yezhov I.I., Skorokhod A.V., Yadrenko M.I. Elementy kombinatoriki. –М.: Nauka. 1977. 80 s. [Yezhov I.I., Skorokhod A.V., Yadrenko M.I. Elements of combinatorics. –М.: Science. 1977. 80 p. (In Russ.)]
5. Khol M. Kombinatorika / Pod red. A.O. Gel'fanda, V.Ye. Tarakanova V.Ye. / Perevod s angliyskogo S.A. Shirokova. - М.: Mir, 1970. 424 s. [Hall M. Combinatorics / Ed. A.O. Gelfand, V.E. Tarakanova V.E. / Translation from English S.A. Shirokova. М.: Mir, 1970.442 p. (In Russ.)]
6. Stenli R. Perechislitel'naya kombinatorika. – М.: Mir, 1990. 440 s. [Stanley R. Enumeration combinatorics. М.: Mir, 1990.440 p. (In Russ.)]
7. Rybnikov K.A. Vvedeniye v kombinatornyy analiz. – М.: MGU, 1994. 308 s. [Rybnikov K.A. Introduction to combinatorial analysis. - М.: Moscow State University, 1994.308 p.(In Russ.)]
8. Skachkov V.N. Kombinatornyye metody diskretnoy matematiki. – М.: Nauka, 1977. 320 s. [Skachkov V.N. Combinatorial methods of discrete mathematics. М.: Nauka, 1977.320 p. (In Russ.)]
9. Leont'yev V.K. Izbrannyye zadachi kombinatornogo analiza. – М.: MGTU im. N.E. Bauman, 2001. 179 s. [Leont'yev V.K. Selected tasks of combinatorial analysis. М.: MSTU. N.E. Bauman, 2001.179 p. (In Russ.)]
10. Soboleva T.S., Chechkin A.V. Diskretnaya matematika. Universitetskiy uchebnyk. – М.: Akademiya. 2006. 160 s. [Soboleva T.S., Chechkin A.V. Discrete Math. University textbook. - М.: Academy. 2006.160 p. (In Russ.)]
11. Volkova V.N., Denisov A.A. Teoriya sistem i sistemnyy analiz. – М.: Yurayt, 2015. 615s. [Volkova V.N., Denisov A.A. Theory of systems and systems analysis. М.: Yurayt, 2015.615p. (In Russ.)]
12. Dénes J. H., Keedwell A. D. Latin squares: New developments in the theory and applications. Annals of Discrete Mathematics. Vol. 46. Academic Press. Amsterdam. 1991.469 p.
13. Rybnikov K. A. Kombinatornyy analiz. Ocherki istorii. – М.: MGU, 1996. 124 s. [Rybnikov K. A. Combinatorial analysis. Essays on the story. М.: Moscow State University, 1996.124 p. (In Russ.)]
14. Andersen J.A. Discrete mathematics and combinatorics. / Per. from English М.: Williams, 2003.957 p.
15. Kadiyev I.P., Kadiyev P.A. Ob odnom klasse kombinatornykh konfiguratsiy. // Vestnik Dagestan-skogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta. 2013. № 4. S. 45 – 49 [Kadiyev I.P., Kadiyev P.A. On a class of combinatorial configurations. // Herald of the Daghestan State Technical University. Technical Sciences. 2013. No. 4. pp. 45 - 49. (In Russ.)]
16. J. Clark, J. Kane Coding with error correction in digital communication systems. Per. from English S.I. Gelfanda.- М.: “Radio and Communications”, 1987. 390p.
17. Babash A.V., Shankin G.P. Kriptografiya. М.: Solon R, 2002.-511s. [Babash A.V., Shankin G.P. Cryptography. М.: Solon R, 2002. 511p.(In Russ.)]
18. Kadiyev I.P. Kadiyev P.A. Osnovy indeksnoy strukturizatsii nxn –kombinatornykh konfiguratsiy // Vestnik Dagestanskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta. 2013.Т.45 №1, 2018г.- с.139-146 [Kadiyev I.P. Kadiyev P.A. Fundamentals of index structuring of nxn-combinatorial configurations // Bulletin of the Daghestan State Technical University. 2018.Т. 45 No. 1, pp. 139-146.(In Russ.)]
19. Kadiyev I.P., Melekhin V.B. Sistema indeksnoy strukturizatsii kombinatornykh konfiguratsiy metodom rekurrentnykh funktsional'nykh sootnosheniy. Pribory i sistemy: upravleniye, kontrol', diagnostika №2, 2019 s.– 43-47 [Kadiyev I.P., Melekhin V.B. The system of index structuring of combinatorial configurations by the method of recurrent functional relations. g. Devices and systems: management, control, diagnostic-stick. No. 2, 2019 pp. 43-47.(In Russ.)]

Сведения об авторе:

Кадиев Исламудин Пашаевич – ведущий специалист информационно-аналитического отдела
Управления инспектирования кредитных организаций.

Information about the author.

Islamudin P. Kadiev– Leading specialist of the information and analytical department of the Inspectorate of
Credit Organizations

Конфликт интересов.

Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.

Поступила в редакцию 15.02.2019.

Принята в печать 19.04.2019.

Conflict of interest.

The author declare no conflict of interest.

Received 15. 02. 2019.

Accepted for publication 19.04.2019.