процессы, происходящие в исследуемом композиционном вяжущем при различных температурах нагрева, согласуются с результатами его дилатометрических исследований.

Библиографический список:

1. Новое в технологии жаростойких бетонов/ под ред. К.Д. Некрасова.– М.: НИИЖБ Госстроя СССР, 1981.– 110 с.
2. Тотурбиев Б.Д. Строительные материалы на основе силикат-натриевых композиций.– М.: Стройиздат, 1988.– 208 с.
3. Жаростойкий бетон на основе композиций из природных и техногенных стекол/ Ю.П. Горлов, А.П. Меркин, М.И. Зейфман, Б.Д.Тотурбиев.– М.: Стройиздат, 1986.– 144с.
4. Мантуров З.А. Карборунд-шамот-силикат-натриевое композиционное вяжущее как основа для получения безобжиговых жаростойких теплоизоляционных материалов // Вестник Дагестанского государственного технического университета, №23.– Махачкала, 2011. С.117–126.
5. Мантуров З.А. Безобжиговое композиционное вяжущее из местных кремнистых пород и безводного силиката натрия модифицированное щелочесодержащей добавкой // Фундаментальные исследования.– 2012.– №11.– С.153–157.
6. Мантуров З.А. Исследование клеящей способности безобжигового жаростойкого композиционного вяжущего на безводном силикате натрия // Естественные и технические науки.– 2012.– №4 (60).– С.371–373.

УДК 539.3:624.04

Муртазалиев Г.М., Акаев А. И., Пайзулаев М. М.

ОСНОВНЫЕ СООТНОШЕНИЯ НАЧАЛЬНОГО ЭТАПА ПОСЛЕКРИТИЧЕСКОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ КОНСТРУКЦИЙ

Murtazaliyev G.M., Akaev A.I., Payzulaev M.M.

MAIN RATIOS OF THE INITIAL STAGE OF POSLEKRITICHECHKY OF DEFORMATION OF DESIGNS

Несмотря на громадное количество работ теоретического и экспериментального характера, проблема классификации явлений потери устойчивости строительных конструкций по группам предельных состояний, ни в теоретическом ни в практическом отношениях полностью еще не решена и она остается привлекательной, сложной и актуальной проблемой строительной механики.

Ключевые слова: *потеря устойчивости, послекритическое поведение, предельные состояния, точка бифуркации.*

Despite enormous number of works of theoretical and experimental character, the problem of classification of the phenomena of loss of stability of construction designs on groups of limit conditions neither in theoretical nor in practical the relations completely isn't solved yet and it remains an attractive, complex and actual problem of construction mechanics.

Key words*: stability loss, postcritical behavior, limit conditions, bifurcation point.*

В существующем нормативном документе (1), устанавливающем основные положения по расчету строительных конструкций, оснований всех видов зданий и сооружений на силовые воздействия, явление потери устойчивости формы равновесия отнесено к первой или ко второй группе предельных состояний, ставшее предметом обсуждений на страницах научно-технической литературы (2,3).

Для однозначного ответа на поставленный вопрос следует исследовать характер начального этапа послекритического (послебифуркационного) деформирования строительных конструкции на основе решения задачи в более высоком приближении, чем это требуется в задачах определения критических значений нагрузок.

В предыдущих работах автора (4,5) приводится схема вывода уравнений начального этапа послекритического деформирования на примере класса пологих оболочек, основанных на общих идеях послекритического поведения конструкций, содержащихся в работе В. Т. Койтера (6,7). При этом имеются следующие отличия от указанных работ.

1. Как в работах В.Т. Койтера, так и во многих последующих работах рассматриваются случаи линейного начального состояния конструкций, что значительно упрощает решение задачи. Здесь же рассматривается анализ с учетом нелинейных эффектов исходного докритического процесса.

2. Решение задачи послекритического деформирования осуществляется для случая независимых форм выпучивания, т.е. для случая простых (не кратных) форм выпучивания.

Учет взаимодействия форм выпучивания может стать необходимым при исследовании равновесных состояний, находящихся вне ближайшей окрестности критической точки. Поскольку в данной работе изучается характер начального этапа послекритического деформирования на основе некоторых критериев теории ветвления решений нелинейных уравнений, вопросы взаимодействия форм выпучивания, а также вопросы вторичного и последующих ветвлений устойчивых послекритических решений не рассматриваются.

При этих предположениях более общее понятие послекритического поведения конструкции (поведение после ветвления равновесных форм) может быть заменено конкретным - послебифуркационное поведение (после раздвоения равновесных форм), которое и используется ниже.

Рассмотрим вкратце основные соотношения, описывающие поведение конструкций во всех трех указанных выше этапах напряженно-деформированного состояния:

- на начальном (исходном, добифуркационном) этапе нелинейного деформирования;
- в момент бифуркации исходной равновесной формы;
- на начальном этапе послебифуркационного деформирования.

Обобщенные напряжения, деформации и перемещения, характеризующие поведение конструкций, обозначим через σ, ε u соответственно амплитуду приложенной нагрузки, пропорциональную значению параметра нагрузки λ - через Р.

Напряженно-деформированное состояние упруго – нелинейного деформирования конструкций описывается следующими тремя группами уравнений:

- геометрическими, имеющими вид нелинейных зависимостей между компонентами тензора деформации и вектора перемещений

$$\varepsilon = L_1(u) + \frac{1}{2} L_2(u), \qquad (1)$$

где $L_1(u)$ и $L_2(u)$ - однородные функционалы, линейный и квадратичный относительно u соответственно;

- физическими, которые примем в виде

$$\sigma = \Omega(\varepsilon), \qquad (2)$$

где $\Omega(\varepsilon)$ - линейный однородный функционал компонент деформаций;

- статическими, получаемыми из принципа возможных перемещений, записанного в виде равенства работ всех внешних и внутренних сил на любых кинематически возможных перемещениях точек конструкции

$$\sigma \cdot \delta\varepsilon = P \cdot \delta u, \qquad (3)$$

где δε и δu - возможные перемещения.

Предположим, что послебифуркационные равновесные состояния конструкции, характеризуемые величинами σ, ε, u, выражается через величины исходного (основного) равновесного состояния σ_0, ε_0, u_0 при той же самой величине параметра нагрузки следующим образом:

$$\begin{aligned} \sigma &= \sigma_0 + \xi\sigma_1 + \xi^2\sigma_2 + ..., \\ \varepsilon &= \varepsilon_0 + \xi\varepsilon_1 + \xi^2\varepsilon_2 + ..., \\ u &= u_0 + \xi u_1 + \xi^2 u_2 + ..., \end{aligned} \tag{4}$$

где σ_0, ε_0, u_0 - являются нелинейными функциями параметра нагрузки λ, определяемыми из решения исходной нелинейной краевой задачи, в то время как σ_k, ε_k, u_k не зависят от λ и ξ;

σ_k, ε_k, u_k - дополнительные напряжения, деформации и перемещения, обусловленные возникновением побочной равновесной формы при значении параметра нагрузки λ равном λ_{cr}, соответствующему точке бифуркации исходной равновесной формы;

ξ - бесконечно малый скалярный параметр.

В качестве параметра ξ принимается отношение амплитуды А формы выпучивания u_1 к толщине оболочки h: ξ=A/h.

Ряды (4) предполагаются сходящимися в окрестности критической точки бифуркации, т.е. при $\lambda=\lambda_{cr}$ и $\xi=0$.

Подставляя ряды (4) в уравнения (1÷3) и группируя слагаемые по степеням параметра ξ получим:

$$\begin{aligned} &\varepsilon_0 - L_1(u_0) - L_2(u_0)/2 + \xi[\varepsilon_1 - L_1(u_1) - L_{11}(u_0,u_1)] + \\ &+ \xi^2[\varepsilon_2 - L_1(u_2) - L_2(u_1)/2 - L_{11}(u_0,u_2)] + \\ &+ \xi^3[\varepsilon_3 - L_1(u_3) - L_{11}(u_0,u_3) - L_{11}(u_1,u_2)] + ... = 0; \end{aligned} \tag{5}$$

$$\sigma_0 - \Omega(\varepsilon_0) + \xi[\sigma_1 - \Omega(\varepsilon_1)] + \xi^2[\sigma_2 - \Omega(\varepsilon_2)] + \xi^3[\sigma_3 - \Omega(\varepsilon_3)] + ... = 0; \tag{6}$$

$$\begin{aligned} &\sigma_0\delta\varepsilon_0 + \xi[\sigma_0 L_{11}(u_1,\delta u) + \sigma_1\delta\varepsilon_0] + \xi^2[\sigma_0 L_{11}(u_2,\delta u) + \sigma_1 L_{11}(u_1,\delta u) + \sigma_2\delta\varepsilon_0] + \\ &+ \xi^3[\sigma_0 L_{11}(u_3,\delta u) + \sigma_1 L_{11}(u_2,\delta u) + \sigma_2 L_{11}(u_1,\delta u) + \sigma_3\delta\varepsilon_0] + ... = 0; \end{aligned} \tag{7}$$

где $L_{11}(u_i,u_j)$ - билинейный оператор, определяемый из тождества:

$$L_2(u_i,u_j) = L_2(u_i) + 2L_{11}(u_i,u_j) + L_2(u_j). \tag{8}$$

Приравнивая нулю слагаемые при одинаковых степенях малого параметра ξ, получим уравнения нулевого, первого и последующих приближений, описывающие поведение конструкции на всех трех этапах: в исходном, критическом и послекритическом состояниях:

$$\begin{cases} \varepsilon_0 = L_1(u_0) + L_2(u_0)/2; & (9) \\ \sigma_0 = \Omega(\varepsilon_0); & (10) \\ \sigma_0 \cdot \delta\varepsilon_0 = P \cdot \delta u, & (11) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \varepsilon_1 = L_1(u_1) + L_{11}(u_0,u_1); & (12) \\ \sigma_1 = \Omega(\varepsilon_1); & (13) \\ \sigma_1 \cdot \delta\varepsilon_0 + \sigma_0 L_{11}(u,\delta u) = 0. & (14) \end{cases}$$

Уравнения (9) - (11) описывают поведение конструкции в рамках исходной докритической равновесной формы, а уравнения (12) - (14) определяют момент потери устойчивости исходной равновесной формы и соответствующие ему параметры.

Для получения зависимости параметра нагрузки λ от ξ и параметров высших форм потери устойчивости, представим параметры начального участка послебифуркационного поведения в окрестности точки бифуркации в следующем виде:

$$u_0 = u_0 + (\lambda - \lambda_{cr}) u_0 + (\lambda - \lambda_{cr})^2 u_0/2 + \ldots; \tag{15}$$

$$\sigma_0 = \sigma_0 + (\lambda - \lambda_{cr}) \sigma_0 + (\lambda - \lambda_{cr})^2 \sigma_0/2 + \ldots; \tag{16}$$

где u_0, σ_0 - перемещения и напряжения, вычисленные при критическом значении параметра нагрузки ($\lambda=\lambda_{cr}$).

Представим разность ($\lambda-\lambda_{cr}$) в виде:

$$\lambda - \lambda_{cr} = C_1 \lambda_{cr} \xi + C_2 \lambda_{cr} \xi^2 + \ldots \tag{17}$$

Подставляя выражения (15)-(17) в уравнения (5)-(7) получим выражения для слагаемых при высших степенях параметра ξ в уравнениях (5)-(7):

$$\begin{cases} \varepsilon_2 = L_1(u_2) + L_2(u_1)/2 + L_{11}(u_0, u_2) + C_1 \lambda_{cr} L_{11}(u_0, u_1); \\ \sigma_2 = \Omega(\varepsilon_2); \\ \sigma_2 \cdot \delta\varepsilon_0 + \sigma_1 L_{11}(u_1, \delta u) + \sigma_2 L_{11}(u_2, \delta u) + C_1 \lambda_{cr} J_1(u_1, \delta u) = 0, \end{cases} \tag{18}$$

$$\begin{cases} \varepsilon_3 = L_1(u_3) + L_{11}(u_1, u_2) + L_{11}(u_0, u_3) + C_1 \lambda_{cr} L_{11}(u_0, u_2) + \\ \quad + C_1 \lambda_{cr} L_{11}(u_0, u_1)/2 + C_2 \lambda_{cr} L_{11}(u_0, u_1); \\ \sigma_3 = \Omega(\varepsilon_3); \\ \sigma_3 \cdot \delta\varepsilon_0 + \sigma_2 L_{11}(u_1, \delta u) + \sigma_1 L_{11}(u_2, \delta u) + \sigma_0 L_{11}(u_3, \delta u) + \\ + C_1 \lambda_{cr} J_1(u_2, \delta u) + C_1 \lambda_{cr} J_2(u_1, \delta u)/2 + C_2 \lambda_{cr} J_1(u_1, \delta u) = 0, \end{cases} \tag{19}$$

где $J_i(u_k, u) = \sigma_k L_{11}(u_0^i, u) + \sigma_0^i L_{11}(u_k, u)$ (20)

Окончательные формулы для определения значений коэффициентов C_1 и C_2 получим, если в уравнении (17) положим $\delta u=u_1$, и учтем уравнения (12)-(14):

$$\begin{aligned} &(\lambda - \lambda_{cr}) J_1(u_1, u_1) + \xi[\sigma_0 L_{11}(u_2, u_1) + \sigma_1 L_2(u_1) + \sigma_2 \varepsilon_1] + \\ &+ \xi^2 [\sigma_0 L_{11}(u_3, u_1) + \sigma_1 L_{11}(u_2, u_1) + \sigma_2 L_2(u_1) + \sigma_3 \varepsilon_1 + \\ &+ C_1 \lambda_{cr} J_1(u_2, u_1) + C_1 \lambda_{cr} J_2(u_1, u_1)]/2 + \ldots = 0. \end{aligned} \tag{21}$$

С учетом соотношений взаимности (самосопряженности)

$$\sigma_i \varepsilon_j = \sigma_j \varepsilon_i; \quad G_1(u_i) u_j = G_1(u_j) u_i; \quad L_{11}(u_i, u_j) = L_{11}(u_j, u_i),$$

подставим в (21) первые из выражений (18)-(19):

$$\begin{aligned} &(\lambda - \lambda_{cr}) J_1(u_1, u_1) + (C_1 \lambda_{cr} \xi + C_2 \lambda_{cr} \xi^2 + \ldots) \sigma_1 L_{11}(u_0, u_1) + \\ &+ \xi[3\sigma_1 L_2(u_1)/2] + \xi^2 [\sigma_2 L_2(u_1) + 2\sigma_1 L_{11}(u_1, u_2) + \\ &+ C_1 \lambda_{cr} B_1(u_2, u_1) + C_1 \lambda_{cr} B_2(u_1, u_1)/2] + \ldots = 0, \end{aligned} \tag{22}$$

где $B_n(u_i, u_j) = J_n(u_i, u_j) + \sigma_j L_{11}(u_0, u_i)$.

Подстановка (17) в (18) и сравнение полученного уравнения с (2.33) приводит к следующим выражениям для коэффициентов C_1 и C_2:

$$C_1 = -3\sigma_1 L_2(u_1)/2 \lambda_{cr} B_1(u_1, u_1); \tag{23}$$

$$\begin{aligned} C_2 = &-[\sigma_2 L_2(u_1) + 2\sigma_1 L_{11}(u_1, u_2) + C_1 \lambda_{cr} B_1(u_1, u_2) + \\ &+ C_1 \lambda_{cr} B_2(u_1, u_1)/2]/\lambda_{cr} B_1(u_1, u_1). \end{aligned} \tag{24}$$

В некоторых случаях, в частности, для оболочек вращения при потере устойчивости осесимметричной формы и возникновении вторичной неосесимметричной равновесной формы по единственной (а не кратной) форме выпучивания коэффициент $C_1=0$.

Представим (17) в несколько видоизмененной форме:

$$\lambda/\lambda_{cr} = 1 + C_1 \xi + C_2 \xi^2 + \ldots, \tag{25}$$

откуда следует, что $C_1=0$ всякий раз, когда характер начального этапа послебифуркационного поведения конструкции оказывается не зависимым от знака параметров формы выпучивания. В таком случае характер начального этапа послебифуркационного поведения будет определяться знаком коэффициента C_2: если $C_2>0$ кривая зависимости λ/λ_{cr} от $\xi(u_1)$ поднимается выше критической точки бифуркации, имеем точку бифуркации первого типа, принадлежащую к устойчивой послебифуркационной (вторичной) равновесной кривой, в которой наблюдается потеря устойчивости исходной равновесной формы с сохранением несущей способности конструкции; если $C_2<0$ имеем критическую точку бифуркации второго типа, в которой конструкция теряет не только устойчивость исходной равновесной формы, но и несущую способность; если окажется, что вычисленное по приведенным выше формулам значение $C_2=0$, то в приведенных выше формулах нужно учесть слагаемые более высокого порядка относительно ξ.

Библиографический список:

1. ГОСТ 27751-88 (СТ СЭВ 384-87). Надежность строительных конструкций и оснований. Основные положения по расчету. Введ. с 01.07.88. -М.: Изд-во стандартов, 1988. -9 с.
2. Броуде Б.М., Бельский Г.И., Беляев Б.И. О потере устойчивости как предельном состоянии стальных конструкций //Строит. механика и расчет сооружений. -1990. -N3. -С.88-91.
3. Совершенствование нормирования расчета строительных конструкций и оснований. Райзер В.Д., Бать А.А., Отставнов В.А., Сухов Ю.Д. //Строит. механика и расчет сооружений, 1988. -N3. -С.59-61.
4. Райзер В.Д., Муртазалиев Г.М. Закритические равновесные состояния пологих оболочек вращения //Строит. механика и расчет сооружений.-1980. -N1. -С.40-45.
5. Муртазалиев Г. М. Методы теории катастроф в задачах устойчивости оболочек. ДГТУ, Махачкала. 2004 год. 176 с.
6. Koiter W.T. General theory of shell stability /In:Olszak W. (ed.). Thin shell theory. New trends and applications. Berlin: Springer Verlag, 1980. -P.63-87.
7. Koiter W.T. The application of the initial postbuckling analysis to shells //Buckling Shells. Proc. State - of- the Art. Colloq., Univ. Stutgart. -Berlin e. a., 1982. -P.3-11.

УДК 539.3

Устарханов О.М., Алибеков М.С., Устарханов Т.О.

НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ ТРЕХСЛОЙНОЙ БАЛКИ С СОТОВЫМ ЗАПОЛНИТЕЛЕМ ПИРАМИДАЛЬНОЙ ФОРМЫ ПРИ СТАТИЧЕСКОМ НАГРУЖЕНИИ

Ustarkhanov O.M., Alibekov M.S., Ustarkhanov T.O.

THE STRESS-STRAIN STATE OF SANDWICH BEAM WITH A HONEYCOMB CORE PYRAMIDAL SHAPE UNDER STATIC LOADING

Работа посвящена теоретическим и экспериментальным исследованиям напряженно деформированного состояния трехслойных балок с сотовым заполнителем пирамидальной формы при статическом нагружении. Данные теоретические и экспериментальные исследования позволяют использовать их при проектировании трехслойных конструкций в космической и авиационной технике, а так же в строительстве и машиностроении, что представляет интерес для инженерно-технических работников и проектировщиков.