

Для цитирования: Муселемов Х.М., Устарханов О.М., Юсупов А.К. Вероятностный расчет сейсмостойкости здания на кинематических опорах. Вестник Дагестанского государственного технического университета. Технические науки. 2018; 45(3):194-211. DOI:10.21822/2073-6185-2018-45-3-194-211

For citation: Muselemtov Kh.M., Ustarkhanov O.M., Yusupov A.K. Probable calculation of building seismic resistance on kinematic support. Herald of Dagestan State Technical University. Technical Sciences. 2018; 45 (3):194-211. (In Russ.) DOI: 10.21822/2073-6185-2018-45-3-194-211

ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ СТРОИТЕЛЬСТВО И АРХИТЕКТУРА

УДК 699.8

DOI:10.21822/2073-6185-2018-45-3-194-211

ВЕРОЯТНОСТНЫЙ РАСЧЕТ СЕЙСМОСТОЙКОСТИ ЗДАНИЯ НА КИНЕМАТИЧЕСКИХ ОПОРАХ

Муселемов Х.М.³, Устарханов О.М.¹, Юсупов А.К.²

¹⁻³ Дагестанский государственный технический университет,

¹⁻³ 367026, г. Махачкала, пр. Имама Шамиля, 70, Россия,

¹e-mail:dgtu.pgs@mail.ru, ²e-mail:abusupk@mail.ru, ³e-mail: hairulla213@mail.ru

Резюме. Цель. В статье отражены результаты численного анализа работы сейсмостойкого здания на кинематических опорах. С этой целью задача приводится к решению нелинейной стохастической задачи Коши. Решение строится методом последовательных приближений. Вероятностные характеристики колебания здания определяются без применения приемов линеаризации. Дается алгоритм решения этой задачи, который позволяет выполнять численные эксперименты на компьютере для исследования работы сейсмостойкого здания на кинематических опорах. **Метод.** Ускорение поверхности земли при землетрясении представляется в виде нестационарного случайного гауссовского процесса. В настоящее время такой подход считается общепризнанным и не вызывает сомнения. Исследование колебаний здания на кинематических опорах при воздействии сильных землетрясений сводится к решению стохастического нелинейного уравнения Коши. Это уравнение решается методом итерации. Ускорение поверхности земли представляется функцией трех случайных величин. Искомая вероятность представляется в виде трехкратного интеграла, который вычисляется с применением компьютера. **Результат.** Приводятся основные сведения о рассматриваемых кинематических опорах. Формулируется задача Коши для случая колебаний сейсмостойкого здания на кинематических опорах при воздействии сильных землетрясений. Подробно излагается алгоритм, позволяющий решать это уравнение. Вероятность нахождения перемещений здания в определенных пределах представляется в виде трехкратного интеграла. Даются результаты численных экспериментов, проведенных на компьютере. Строятся соответствующие графики с использованием реальных акселерограмм сильных землетрясений, которые произошли в городах Тафт (США) и Газли (Узбекистан). **Вывод.** В настоящей статье изложена методика расчета сейсмостойкого здания на кинематических опорах, с использованием данных реальных сильных землетрясений. По результатам численных экспериментов, проведенных на компьютере, построены графики надежности сейсмостойкости здания при землетрясениях. Построенный алгоритм и разработанная методика могут быть использованы при расчете и проектировании сейсмостойких зданий, как на обычных опорах, так и на опорах кинематических.

Ключевые слова: нестационарный случайный процесс, кинематические опоры, стохастическое уравнение, итерации, вероятность, частота, сейсмостойкость здания

TECHNICAL SCIENCE
BUILDING AND ARCHITECTURE

PROBABLE CALCULATION OF BUILDING SEISMIC RESISTANCE
ON KINEMATIC SUPPORT

Hayrulla M. Muselemov³, Osman M. Ustarkhanov¹ Abusupyan K. Yusupov²

^{1,3}Daghestan State Technical University,

^{1,3}70 I. Shamil Ave., Makhachkala 367026, Russia,

¹e-mail:dgtu.pgs@mail.ru, ² e-mail: abusupk@mail.ru, ³ e-mail: hairulla213@mail.ru

Abstract. Objectives. *The article reflects the results of the numerical analysis of the earthquake-resistant building on kinematic supports. To this end, the problem is reduced to solving the nonlinear stochastic Cauchy problem. The solution is constructed by the method of successive approximations. The probabilistic characteristics of the oscillation of the building are determined without the use of linearization techniques. An algorithm for solving this problem, which allows to perform numerical experiments on a computer to study the operation of a earthquake-resistant building on kinematic supports, is given. Method.* *The acceleration of the earth's surface during an earthquake is represented as a non-stationary random Gaussian process. This approach is now generally accepted and beyond doubt. The study of vibrations of the building on kinematic supports under the influence of strong earthquakes is reduced to the solution of the stochastic nonlinear Cauchy equation. This equation is solved by iteration. The acceleration of the earth's surface is a function of three random variables. The required probability is represented as a triple integral, which is calculated using a computer. Result.* *The basic information about the considered kinematic supports is given. The Cauchy problem is formulated for the case of oscillations of a earthquake-resistant building on kinematic supports under the influence of strong earthquakes. The algorithm allowing to solve this equation is described in detail. The probability of finding the movements of the building within certain limits is represented as a triple integral. The results of numerical experiments carried out on a computer are given. The corresponding graphs are constructed using real accelerograms of strong earthquakes that occurred in the cities of Taft (USA) and Gazli (Uzbekistan). Conclusion.* *This article describes the method of calculation of earthquake-resistant buildings on kinematic supports, using the data of real strong earthquakes. Based on the results of numerical experiments conducted on a computer, graphs of the reliability of seismic stability of the building in earthquakes. The constructed algorithm and the developed technique can be used in the calculation and design of earthquake-resistant buildings both on conventional supports and on kinematic supports.*

Keywords: *non-stationary random process, kinematic supports, stochastic equation, iterations, probability, frequency, seismic stability of the building*

Введение. В последнее время с целью обеспечения сейсмостойкости зданий широко применяются активные методы сейсмозащиты [1,2,7,9,10,11,14-17]. В частности, к таким активным методам относятся устройство кинематических опор, которое, как показывает опыт проектирования и строительства, по своим свойствам наиболее эффективно [14,17]. В настоящей статье приводятся результаты численных экспериментов по исследованию работы зданий на кинематических опорах [2,16,17] при воздействии сильных реальных землетрясений.

Наиболее эффективной системой сейсмической защиты зданий являются кинематические опоры (КО). Однако, здания на кинематических опорах получают во время землетрясения недопустимо большие перемещения. Поэтому эти опоры обычно применяются в сочетании с включающимися, выключающимися связями [2], или кинематическим опорам придают переменную кривизну [16,17]. При этом система, как расчетная схема, становится существенно нелинейной. И исследования работы сейсмостойкого здания, а также его расчет сводятся к построению решения нелинейной стохастической задачи Коши.

Постановка задачи. Требуется:

1. Построить алгоритм, позволяющий выполнить вероятностные расчеты многоэтажного здания на кинематических опорах при сильных землетрясениях.
2. Кратко изложить особенности работы кинематических опор и его свойства;
3. Сформулировать дифференциальное уравнение колебаний здания при землетрясении;
4. Построить алгоритм решения этого уравнения без использования приемов линеаризации;
5. Привести в качестве примеров численные эксперименты на компьютере и соответствующие графики;
6. Сформулировать выводы.

Методы исследования. Особенности работы кинематических опор и их свойства.

Свойства кинематической опоры (КО) гасить сейсмические силы определяются зависимостью силы F (рис. 1) от горизонтальных перемещений y .

На рис.1.б. показана схема движения КО под воздействием силы F , на рис. 1.а – неподвижное состояние. Поверхность качения опоры разбивается на отдельные участки, каждый из которых имеет свою длину ∇_i и радиус кривизны R_i . [17]. Здесь, пропуская геометрические построения и математические выкладки, мы приводим окончательные выражения.

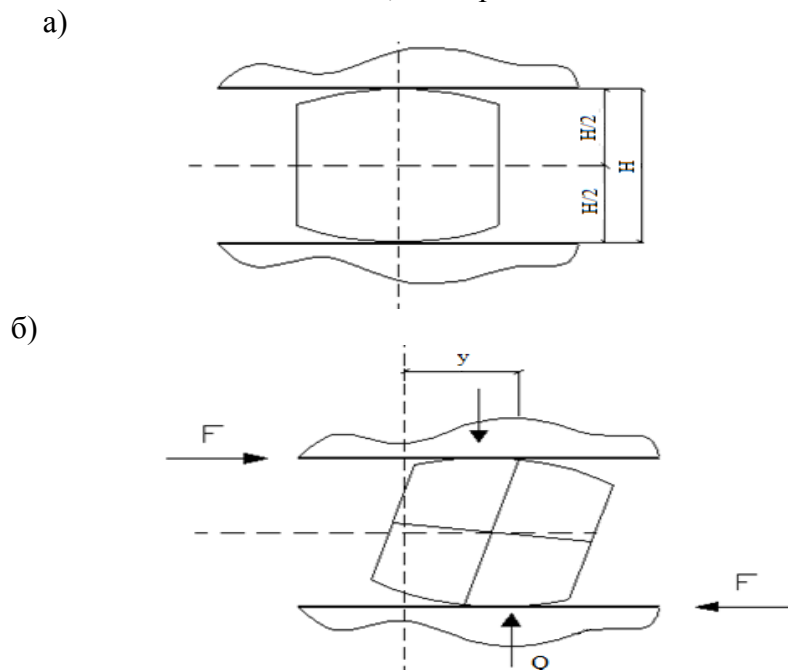


Рис. 1. Схема перемещения кинематической опоры во время землетрясения:

Fig. 1. Scheme of movement of the kinematic support during an earthquake:

На первом участке:

$$F(y) = Q \cdot \bar{F}(y) \quad (1)$$

$$\bar{F}(y) = \frac{2R_1 - H}{H^2} \cdot y, \quad (1.a)$$

где - $0 \leq |y| \leq \frac{V_0}{R_1} \cdot H$, (2)

Q – вертикальная нагрузка – вес всего здания.

На втором участке:

$$F(y) = Q \cdot \bar{F}(y), \quad (3)$$

$$\bar{F}(y) = \text{sign } y \cdot \left[\frac{2R_2 - H}{H^2} \cdot |y| - \frac{2(R_2 - R_1)}{H^2} \cdot \bar{V}_1 \right], \quad (3.a)$$

где - $V_1 \leq |y| \leq \bar{V}_2$; (4)

$$\text{sign } y = \begin{cases} 1 & \text{при } y > 0, \\ 0 & \text{при } y = 0, \\ -1 & \text{при } y < 0. \end{cases}$$

$$\bar{V}_1 = \frac{V_0}{R_1} \cdot H ; \quad \bar{V}_2 = \left(\frac{V_0}{R_1} + \frac{V_2}{R_2} \right) \cdot H \quad (5)$$

На третьем участке:

$$F(y) = Q \cdot \bar{F}(y) \quad (6)$$

$$\bar{F}(y) = \text{sign } y \cdot \left[\frac{2R_3 - H}{H^2} \cdot |y| - \frac{2(R_3 - R_2)}{H^2} \cdot \bar{V}_2 - \frac{2(R_2 - R_1)}{H^2} \cdot \bar{V}_1 \right], \quad (6.a)$$

где

$$\bar{V}_2 \leq |y| \leq \bar{V}_3; \quad (7)$$

$$\bar{V}_3 = \left(\frac{V_0}{R_1} + \frac{V_2}{R_2} + \frac{V_3}{R_3} \right) \cdot H. \quad (8)$$

На четвертом участке:

$$F(y) = Q \cdot \bar{F}(y), \quad (9)$$

$$\bar{F}(y) = \text{sign } y \cdot \left[\frac{2R_4 - H}{H^2} \cdot |y| - \frac{2(R_4 - R_3)}{H^2} \cdot \bar{V}_3 - \frac{2(R_3 - R_2)}{H^2} \cdot \bar{V}_2 - \frac{2(R_2 - R_1)}{H^2} \cdot \bar{V}_1 \right], \quad (9.a)$$

$$\text{где } \bar{V}_3 \leq |y| \leq \bar{V}_4; \quad (10)$$

$$\bar{V}_4 = \left(\frac{V_0}{R_1} + \frac{V_2}{R_2} + \frac{V_3}{R_3} + \frac{V_4}{R_4} \right) \cdot H. \quad (11)$$

На каждом участке функция $F(y)$ представляет собой линейную функцию, то есть её график имеет вид прямой.

График функции в диапазоне, охватывающем все 4 участка, имеет вид ломаной (рис.2). Другими словами, зависимость $F(y)$ является кусочно-линейной функцией.

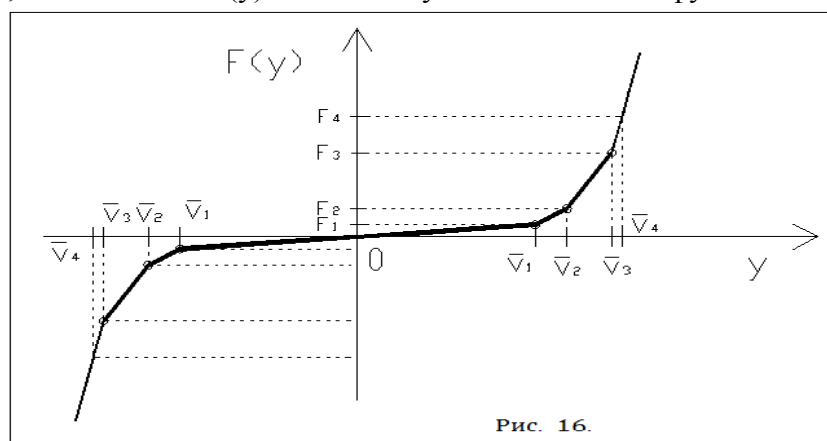


Рис.2. Зависимость горизонтальной силы от перемещений

Fig.2. Dependence of horizontal force on displacements

Подробности построения этого графика изложены в [17].

Дифференциальное уравнение колебаний здания при землетрясениях. Любая динамическая система характеризуется спектром частот собственных колебаний. Численные эксперименты, проведенные нами на компьютере [16], свидетельствуют о том, что многоэтажное здание на кинематических опорах колеблется как абсолютно жесткое тело, то есть как одномассовая система: горизонтальные перемещения по высоте здания отличаются друг от друга не более чем

на один, два процента; влияние вторых и третьих форм колебаний ничтожно мало. Это позволяет нам, с высокой точностью, рассматривать здание на кинематических опорах, как систему с одной степенью свободы.

Поэтому определение динамических характеристик здесь сводится к вычислению частоты собственных колебаний одномассовой системы.

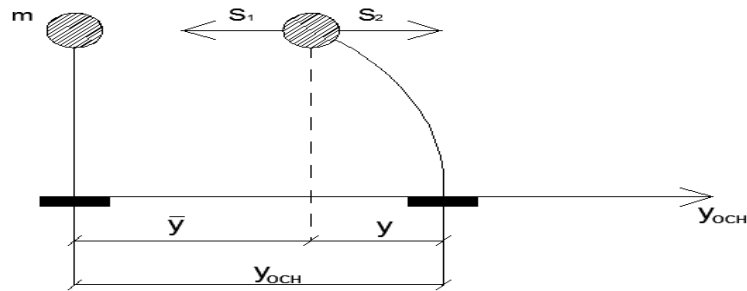


Рис. 3. Схема колебаний одномассовой системы при землетрясениях
Fig. 3. Scheme of oscillations of a single-mass system during earthquakes

Воспользуемся общепринятой схемой [2,14]. На рис.3. показана схема колебаний здания, как системы с одной степенью свободы. При движении массы m (см. рис.3.) на неё действуют инерционная сила (сила Даламбера)

$$S_1 = m \cdot \overline{y}'' \quad (12)$$

и реакция отпора S_2 , обусловленная жесткостью системы. Сила

$$S_2 = F(y). \quad (13)$$

Здесь:

m - масса всего здания с учетом массы неподвижного оборудования, мебели, книг и т.д.;

$y = y(t)$ – горизонтальные перемещения массы (рис.3.), обусловленные деформациями системы;

$\overline{y}_{осн} = y_{осн}(t)$ – перемещения поверхности земли при землетрясении.

Очевидно (рис. 3)

$$\overline{y} = y_{осн} - y, \quad (14)$$

где:

\overline{y} – перемещения здания относительно своего первоначального состояния покоя. Из условия равновесия массы m (рис.3.) следует, что

$$S_1 - S_2 = 0.$$

Или с учетом (3.1) и (3.2)

$$m \cdot \overline{y}'' - F(y) = 0.$$

Если здесь заменить перемещения \overline{y} разностью (14), то это уравнение примет вид

$$m \cdot y'' + F(y) = m \cdot y''_{осн}. \quad (15)$$

После введения члена, учитывающего затухание колебаний, уравнение (15) можно представить так :

$$y'' + 2\gamma \cdot \omega \cdot y' + \frac{1}{m} \cdot F(y) = W(t),$$

или

$$y'' + 2 \cdot \gamma \cdot \omega \cdot y' + g \cdot \overline{F}(y) = W(t), \quad (16)$$

где γ - коэффициент, учитывающий демпфирование системы;

ω - частота собственных колебаний системы;

g – ускорение свободного падения;

функция

$$W(t) = y''_{осн}(t). \quad (17)$$

Как было отмечено выше, здание на КО при колебаниях ведет себя как одномассовая система, то есть ведет себя, как абсолютно твердое тело. Поэтому коэффициент γ , входящий в уравнение (16), очень мал, практически он равен нулю. Затухание колебаний здания происходит за счет сил трения качения, которые возникают на поверхностях контакта КО и элементов верхней и нижней обвязок. Силу трения качения $F_{тр}$ определим так:

$$F_{мп} = Q \cdot \bar{F}_{мп}(y'); \quad (18)$$

$$\bar{F}_{мп} = \frac{f_0}{R_1} \cdot \text{sign}y'.$$

Здесь: Q – вес всего здания без учета веса цокольного этажа.

f_0 – коэффициент трения качения, для гладких бетонных поверхностей.

$$f_0 = (0,05 \div 0,1) \text{ м};$$

R_1 – радиус кривизны первого участка (об участках см. в [9,10,17]).

Единица измерения f_0 и R_1 одна и та же (см; м).

Здесь: $W(t) = Y''_{осн}$ – ускорение поверхности земли при землетрясении, которое представляет собой нестационарный случайный процесс. Определение всех его статистических характеристик излагается в статье [8].

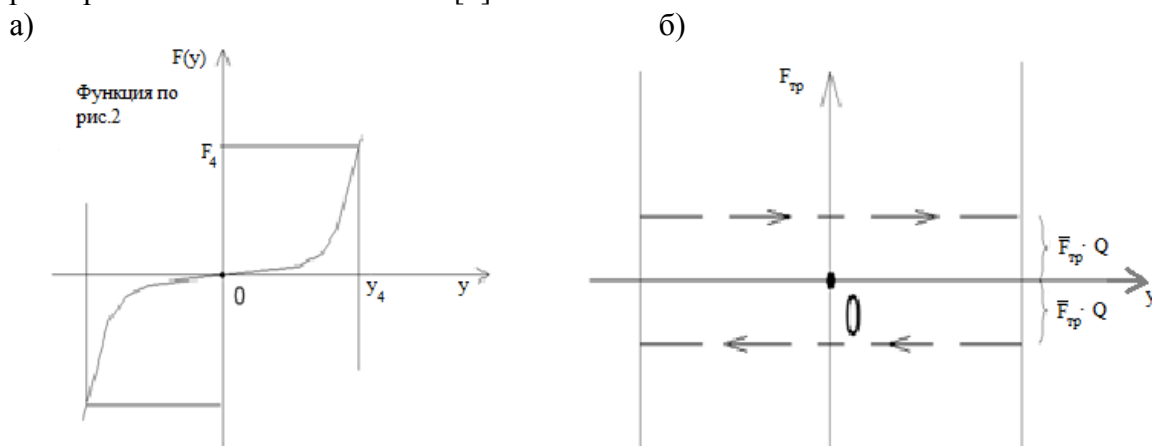


Рис. 4. Графики силы при качении кинематической опоры

а) график реактивной силы; б) график силы трения

Fig. 4. Plots of force when rolling kinematic support

а) a graph of reactive power; б) graph of friction force

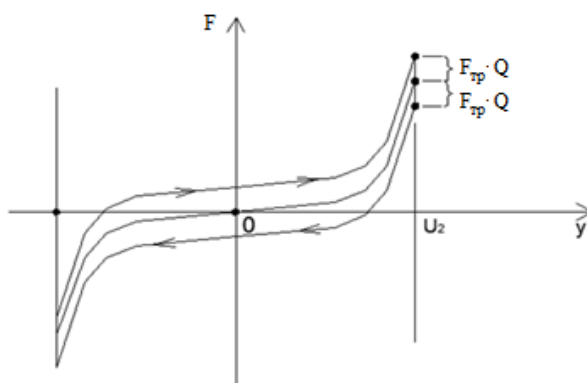


Рис. 5. Суммарный график, построенный по рис. 4

Fig. 5. The total schedule constructed according to fig.4

$$F = \bar{F}(y) + \bar{F}_{тр} \cdot Q.$$

Обобщенная функция

$$\text{sign} y' = \begin{cases} 1 & \text{при } y' > 0, \\ 0 & \text{при } y' = 0, \\ -1 & \text{при } y' < 0. \end{cases} \quad (19)$$

График функции F_{mp} (18) показан на рис.4. Таким образом, полная реакция КО складывается из двух составляющих:

$$F(y) + F_{mp}(y') = Q \cdot \bar{F}(y) + Q \cdot \bar{F}_{mp}(y'). \quad (20)$$

Теперь, с учетом сил трения качения, уравнение (16) можно уточнить:

$$y'' + 2\gamma \cdot \omega \cdot y' + g \cdot [\bar{F}(y) + \bar{F}_{тр}(y')] = W(t), \quad (21)$$

где g – ускорение свободного падения;

$\bar{F}(y)$ – даны выражениями (1.а), (3.а), (6.а) и (9.а).

Как показали исследования, с использованием программы Лира, в детерминированной постановке задачи, многоэтажное здание на кинематических опорах колеблется как одномассовая система: перемещения здания происходят за счет качения кинематических опор. Все перемещения сосредотачиваются в уровне этажа, где располагаются кинематические опоры [16].

Поскольку здание колеблется как одно массовая система, как следует из уравнения (21), перемещения y не зависят от конструктивной схемы, этажности, массы здания. Эти перемещения зависят только от геометрических параметров КО (кинематические опоры) и особенностей спектральной плотности ускорения поверхности земли при землетрясении.

Алгоритм решения

Для того чтобы определить сейсмические силы, необходимо построить решение дифференциального уравнения (21).

Выпишем уравнение (21):

$$y'' + 2 \cdot \gamma \cdot \omega \cdot y' + g \cdot [\bar{F}(y) + \bar{F}_{mp}(y')] = W(t). \quad (22)$$

Здесь все параметры и функции, кроме перемещений $y(t)$, определены в предыдущих пунктах: $\bar{F}(y)$ и $\bar{F}_{mp}(y')$ даны формулами (1.а), (3.а), (6.а) и (9.а), [16], а функция $W(t)$ приводится в статье [8]. Нас интересует неоднородное решение $y(t)$ уравнения (22) при однородных начальных условиях:

$$y(0) = y'(0) = 0. \quad (22.a)$$

В уравнении (22) функция $W(t)$ – нестационарный случайный процесс [4,5,14].

Дифференциальное уравнение (22) и начальное условие (22.а) представляют с собой нелинейную стохастическую задачу Коши.

Поскольку уравнение (22) содержит существенно нелинейные звенья, то речь может идти только о построении приближенного решения.

Запишем уравнение (22) в следующем виде:

$$\begin{aligned} y'' + 2 \cdot \gamma \cdot \omega \cdot y' + \omega^2 \cdot y = \\ = W(t) + \omega^2 \cdot y - g \cdot [\bar{F}(y) + \bar{F}_{тр}(y')] \end{aligned} \quad (23)$$

где квадрат частоты собственных колебаний вычисляется по формуле,

$$\omega^2 = \frac{2g}{3} \cdot \left[\bar{F}\left(\frac{\Delta}{2}\right) + \bar{F}(\Delta) \right], \quad (24)$$

где Δ - постоянная амплитуда при собственных колебаниях нелинейной консервативной системы. Погрешности в величине частоты, вычисляемые по формуле (24), не превышают [3] одного процента.

Теперь равенство (23) представим в виде интегрального уравнения :

$$y(t) = \int_{-\infty}^t G(t-\tau) \cdot \{W(\tau) + \omega^2 \cdot y(\tau) - g \cdot (\overline{F}[y(\tau)] + \overline{F}_{mp}[y'(\tau)])\} d\tau, \quad (25)$$

где ядро

$$G(t) = \begin{cases} 0 & \text{при } t \leq 0, \\ (\omega \cdot \gamma_0)^{-1} \cdot \exp(-\gamma \cdot \omega \cdot t) \cdot \sin(\omega \cdot \gamma_0 \cdot t) & \text{при } t > 0 \\ \gamma_0 = \sqrt{1-\gamma^2}, \end{cases} \quad (26)$$

является решением уравнения

$$G'' + 2\gamma \cdot \omega \cdot G' + \omega^2 \cdot G = \delta(t) \quad (27)$$

при однородных начальных условиях; в уравнении (27)

$\delta(t)$ – дельта-функция.

Сравните левые части уравнений (23) и (27).

Поскольку искомая функция $y(t)$ входит в подынтегральное выражение, то уравнение (25) необходимо записать в итерационном режиме:

$$y_{n+1}(t) = Y_n(t) + \omega_n^2 \cdot \int_{-\infty}^t G_n(t-\tau) \cdot y_n(\tau) d\tau - g \cdot \int_{-\infty}^t G_n(t-\tau) \cdot (\overline{F}[y_n(\tau)] + \overline{F}_{mp}[y_n'(\tau)]) d\tau \quad (28)$$

Здесь

$$Y_n(t) = \int_{-\infty}^t G_n(t-\tau) \cdot W(\tau) d\tau; \quad (29)$$

Формулу (24) также запишем в итерационном режиме :

$$\omega_n^2 = \frac{2g}{3\Delta_n} \cdot \left[\overline{F}\left(\frac{\Delta_n}{2}\right) + \overline{F}_{mp}(\Delta_n) \right]; \quad (30)$$

$$\Delta_n = \Delta_0 + |y_{n, \max}| \quad (31)$$

$$G_n(t) = \begin{cases} 0 & \text{при } t \leq 0, \\ (\omega_n \cdot \gamma_0)^{-1} \cdot \exp(-\gamma \cdot \omega_n \cdot t) \cdot \sin(\omega_n \cdot \gamma_0 \cdot t) & \text{при } t > 0, \\ \gamma_0 = \sqrt{1-\gamma^2}. \end{cases} \quad (32)$$

В выражениях (28) – (32) $n = 0, 1, 2, 3, \dots$ – шаг итераций.

Далее мы излагаем процесс итераций. Next, we describe the process of iterations.

Нулевой шаг: $n = 0$. При $n = 0$ принимаем $y_0 = 0$, $y_{0, \max} = 0$, назначаем величину $\Delta_0 = \overline{V}_1$. Система колеблется в пределах первого участка, система линейна.

По формуле (31) вычисляем

$$\Delta_0 = V_1.$$

Затем по формуле (30) вычисляем ω_0^2 . Далее, при уже известном ω_0^2 , определяем функцию $G_0(t)$ – (26).

Затем с помощью интеграла (29) вычисляем $Y_0(t)$, после чего из выражения (28), при $y_0 \equiv 0$ находим

$$y_1(t) = Y_0(t). \quad (33)$$

Далее вычисляем значения найденной функции $y_1(t)$:

если землетрясение происходит за время T_0 , скажем за $T_0 = 30 \div 60$ с, то разбиваем его на равные временные отрезки

$$\Delta_t = \frac{\pi}{10 \cdot \Omega}$$

(Ω – доминантная частота процесса, $W(t)$ – ускорение поверхности земли).

$$\text{Поэтому} \quad y_1(t_i) : t_i = \frac{i \cdot \pi}{10 \cdot \Omega}, \quad (34)$$

$$i = 0, 1, 2, 3, \dots, \frac{10 \cdot \Omega \cdot T_0}{\pi}.$$

Из множества ординат $y_1(t_i)$ определяем наибольшую ординату по абсолютной величине $|y_1(t_i^0)|$, которую обозначаем $y_{1, \max}$.

Если $y_{1, \max} < \Delta_0 = \bar{V}_1$, то найденное решение (33) – окончательное, итерационный процесс сошелся. Это обычно происходит, если наибольшие амплитуды колебаний поверхности земли по своей абсолютной величине не превышают \bar{V}_1 .

Если наибольшие амплитуды ожидаемого землетрясения больше \bar{V}_1 , то лучше назначить параметр \bar{V}_1 так, чтобы он был больше ожидаемой наибольшей амплитуды. Тогда вместо принятого здесь значения $\bar{V}_1 = 14$ см будет другое значение, скажем, 16 см. В любом случае прогноз величины наибольшей амплитуды перемещений поверхности земли носит вероятностный характер, и превышения ожидаемого значения возможно.

Поэтому необходимо в конструкции КО иметь вторые, третьи, четвертые участки с меньшей кривизной, чтобы ограничить развитие больших перемещений. Многочисленные исследования, проведенные нами на компьютере, говорят о том, что иногда наибольшие перемещения здания U доходят до второго участка, но не далее. Это значит, что если $y_{1, \max} > \Delta_0 = \bar{V}_1$,

то необходимо выполнить следующее приближение. Мы не знаем заранее, чему будет равно Δ . Поэтому лучше принимать для начала $\mathcal{E} = 0,5$; затем менять \mathcal{E} вокруг него:

$$\mathcal{E} = 0,5; (0,4; 0,6); (0,3; 0,7); (0,2; 0,8); (0,1; 0,9); (0,0; 1,0).$$

С учетом сказанного, примем

$$\Delta = \bar{V}_1 + 0,5 \cdot \bar{V}_2.$$

Тогда по формуле (30) найдем квадрат частоты

$$\omega^2 = \frac{2 \cdot g}{3 \cdot \Delta} \cdot \left[F\left(\frac{\Delta}{2}\right) + F(\Delta) \right], \quad (35)$$

а функцию Грина (32) запишем так:

$$G(t) = \begin{cases} 0, & \text{нпу } t \leq 0, \\ (\omega \gamma_0)^{-1} \cdot \exp(-\gamma \omega t) \cdot \sin(\omega \cdot \gamma_0 t) & \text{нпу } t > 0, \\ \gamma_0 = \sqrt{1 - \gamma^2}. \end{cases} \quad (36)$$

Далее, подставляя выражение (13) из статьи [8] в интеграл (29), запишем

$$\begin{aligned} Y(t) &= Y(\omega, p, u, \theta, t) = \\ &= B \cdot p \cdot \int_{-\infty}^t G(t-\tau) \tau \cdot e^{-\varepsilon \tau} \cdot \cos \theta \cdot \tau \cdot d\tau + B \cdot U \cdot \int_{-\infty}^t G(t-\tau) \cdot \tau \cdot e^{-\varepsilon \tau} \cdot \sin \theta \cdot \tau \cdot d\tau, \end{aligned} \quad (37)$$

где частота ω определяется по формуле (35).

Здесь и далее все функции являются функциями трех случайных величин p, u, θ , а время t играет роль параметра [8,17].

Перемещения $Y(t)$ определяются по формуле (37), пока $t \leq t^*$, где t^* – время подключения в работу второго участка кривизны КО, то есть время, когда начинает выполняться условие

$$|Y(t)| < \bar{V}_1 = \frac{V_0}{R_1} \cdot H;$$

При $t > t^*$ в работу подключается второй участок кривизны и перемещения определяются из итерационного уравнения (28), приняв в нём нижний предел интеграла равным t^* :

$$y_{n+1}(\omega_n, p, u, \theta, t) = Y(\omega_n, p, u, \theta, t) + \int_{t^*}^t G_n(t-\tau) \cdot \left\{ \omega_n^2 \cdot y_n(\omega_n, p, u, \theta, \tau) - g \cdot \left[\bar{F}(y_n(\omega_n, p, u, \theta, \tau)) + \bar{F}_{тр} \left(\frac{\partial}{\partial \tau} y_n(\omega_n, p, u, \theta, \tau) \right) \right] \right\} d\tau. \quad (38)$$

Здесь:

Y – функция (37); G_n – функция (32); частота ω_n во всех функциях определяется в итерационном режиме.

На первом шаге ($n=1$) лучше принять ω_1 , близкой к частоте ω , определяемой по формуле (35); далее с увеличением шага итерации « n » рекомендуется ω_n принять: если $\omega \approx 0,2$, то $\omega_1 = 0,4$; $\omega_2 = 0,6$, $\omega_3 = 0,8$ и т.д.

Окончательное значение « y » можно принять $Y = Y_k$, когда обеспечивается условие

$$\frac{|y_{k,\max} - y_{k-1,\max}|}{|y_{k,\max}|} \leq \varepsilon, \quad (39)$$

где ε – малая величина; $n = 0, 2, 3, \dots, k$; k – число всех итерации.

Итак:

перемещения здания

$$y = Y(\omega_n, p, u, \theta, t) \quad \text{при } t \leq t^* \text{ – формула (37);}$$

$$y = y_k(\omega_n, p, u, \theta, t) \quad \text{при } t > t^* \text{ – из уравнения (38).}$$

Теперь нетрудно записать выражение для вычисления вероятностной оценки

$$\Gamma_1 = \Gamma_1(t) = P \left\{ -\bar{y}_0 \leq y(p, u, \theta, t) \leq \bar{y}_0 \right\} = 4 \int_0^\infty \int_0^\infty f_3(p, u, \theta) \cdot e \left[\bar{y}_0 - |y(p, u, \theta, t)| \right] dp du d\theta. \quad (40)$$

Здесь:

$f_3(p, u, \theta)$ – совместная плотность распределения вероятностей трех случайных параметров (подробности см. в книге [17] и в статье [8]); $\Gamma_1 = \Gamma_1(t)$ – гарантия.

Вычислив массив $\Gamma_1(t_i)$, где t_i – дискретные значения времени, следует выбрать наименьшее из всех значений: $\Gamma_{1, \min}(t_i)$. Эта величина и есть вероятность того, что перемещения $|y|$ не превзойдут некоторого значения \bar{y}_0 .

Величину \bar{y}_0 можно принять равной \bar{V}_1 : $\bar{y}_0 = \bar{V}_1$.

Для определения сейсмической силы можно записать формулу:

$$S_1 = S_1(p, u, \theta, t) = Q \cdot \bar{F}[y(p, u, \theta, t)] + Q \cdot \bar{F}_{mp}[y'(p, u, \theta, t)],$$

где перемещения $y(p, u, \theta, t)$ даются выражением (38), а функции $\bar{F}(y)$ и \bar{F}_{mp} – формулами (1.a), (3.a), (6.a) и (9.a).

Теперь вероятность [6,12,13]

$$\begin{aligned} \Gamma_2 = \Gamma_2(t) &= P \{ -\bar{S}_1 \leq S_1(p, u, \theta, t) \leq \bar{S}_1 \} = \\ &= 4 \int_0^\infty \iint f_3(p, u, \theta, t) \cdot e^{-[\bar{S}_1 - |S_1(p, u, \theta, t)|]} du dp d\theta, \end{aligned} \quad (41)$$

где единичная функция

$$e(t) = \begin{cases} 1 & \text{при } t \geq 0, \\ 0 & \text{при } t < 0. \end{cases}$$

Параметры \bar{S}_1 и \bar{y}_0 , входящие в выражения (40) и (41), нормируемые величины, назначаемые по условиям 1-ой и 2-ой групп предельных состояний. По формуле (41) вычисляется массив $\Gamma_2(t_i)$ для всех значений t_i – равенство (34). Как и в случае перемещения, из этого массива находим $\Gamma_{2, \min}(t_i)$. Эта величина является вероятностью нахождения в пределах нормы \bar{S}_1 сейсмической силы на здание.

Для уникальных зданий и сооружений повышенной ответственности можно принять

$$\left. \begin{matrix} \Gamma_{1, \min} \\ \Gamma_{2, \min} \end{matrix} \right\} \geq 0,999 = \Gamma_{\text{норма}}, \quad (42)$$

для обычных зданий и сооружений средней ответственности

$$\left. \begin{matrix} \Gamma_{1, \min} \\ \Gamma_{2, \min} \end{matrix} \right\} \geq 0,995 = \Gamma_{\text{норма}}, \quad (43)$$

для зданий и сооружений, где исключены жертвы при аварии

$$\left. \begin{matrix} \Gamma_{1, \min} \\ \Gamma_{2, \min} \end{matrix} \right\} \geq 0,99 = \Gamma_{\text{норма}}. \quad (44)$$

Как поступать, если окажется, что вычисленные гарантии $\Gamma_{1, \min}$ и $\Gamma_{2, \min}$ нас не удовлетворяют?

В таком случае следует менять, если возможно, нормируемые параметры \bar{y}_0 и \bar{S}_1 , входящие в выражения (40) и (41). Если это невозможно по эксплуатационным требованиям,

то следует, как уже отмечалось выше, менять параметр N и кривизну КО (кинематической опоры).

Относительно сейсмической силы заметим еще следующее: гарантию не превышения сейсмической силой S_1 некоторого нормируемого уровня \bar{S}_1 можно вычислить с помощью интегралов (41). Но можно поступить и иначе. Если \bar{V}_1 (в случае линейных колебаний) или \bar{V}_2 (в случае нелинейных колебаний) уже определены из условия (40) и (41), то сейсмическую силу S_1 , соответствующей гарантии $\Gamma_{1,\min}(t_i)$ условие (41),- можно определить по формуле (20), заменив в ней прогибы y величиной \bar{V}_1 или \bar{V}_2 – в зависимости от того, колебания – линейные или нелинейные.

Другими словами, из формулы (20) имеем:

$$S_1 = Q \cdot [\bar{F}(y) + \bar{F}(y')] \quad \text{при} \quad y = \begin{cases} \bar{V}_1 \\ \bar{V}_2 \end{cases} . \quad (45)$$

Здесь: $\bar{F}(y)$, $\bar{F}_{mp}(y^1)$ - функции (1.а), (3.а), (18).

Должно быть

$$|S| \leq \bar{S}_1, \quad (46)$$

где \bar{S}_1 -нормируемая величина (см. формулу 41).

Комментарии к вычислительной процедуре (37), (38), (40).

Вернемся к выражениям (37) и (38). Двухкратный интеграл (38) содержит осциллирующие функции. Причем, частоты θ могут меняться случайным образом в широком диапазоне. Это значит, что точность вычислений интегралов (38) будет невысокой.

Чтобы обеспечить высокую точность, необходимо назначать очень маленький шаг при численном интегрировании. А если учесть, что интегралы (38) к тому же еще и двухкратные, то нетрудно представить себе трудности, с которыми приходится сталкиваться при численной реализации на компьютере интегралов (38). Поэтому лучше всего интегралы (37) раскрыть и представить их в виде аналитических функций. Тогда интегралы (38) становятся однократными, необходимые вычисления уменьшаются на порядок, а точность вычислений существенно возрастает.

Интегралы, входящие в выражение (37) – табличные. Однако, при раскрытии их получаются громоздкие выражения.

Мы выполнили все необходимые преобразования, упорядочили и тщательно проверили результаты. Пропуская все промежуточные операции, ниже мы приводим окончательную функцию перемещений

$$Y(p, u, \theta, t),$$

которая получается при раскрытии интегралов (37):

$$\begin{aligned} Y(p, u, \theta, t) &= \\ &= \frac{B}{\omega \gamma_0} e^{-\gamma \omega t} \cdot [(p \cdot I_1 + u \cdot I_3) \cdot \sin \gamma_0 \omega \cdot t - (p \cdot I_2 + u \cdot I_4) \cdot \cos \gamma_0 \omega \cdot t]. \end{aligned} \quad (47)$$

$t \in (0; \infty)$.

Здесь для краткости введены следующие обозначения:

$$\begin{aligned} \gamma_0 &= \sqrt{1 - \gamma^2}; \quad a = \gamma \cdot \omega - \varepsilon; \quad \varepsilon = \omega \cdot \gamma_0 - \theta; \\ \varepsilon_0 &= \omega \cdot \gamma_0 + \theta; \quad a^2 + \varepsilon^2 = c_1; \quad a^2 - \varepsilon^2 = c_2; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & a^2 + \vartheta_0^2 = c_3; \quad a^2 - \vartheta_0^2 = c_4; \\
 & d_1 = a \cdot c_1 \cdot t - c_2; \quad d_2 = \vartheta \cdot c_1 \cdot t - 2a\vartheta; \quad d_3 = a \cdot c_3 \cdot t - c_4; \\
 & d_4 = \vartheta_0 \cdot c_3 \cdot t - 2a\vartheta_0; \\
 & I_1 = I_1 + I_1^0; \quad I_2 = I_2 + I_2^0; \quad I_3 = I_2^0 - \bar{I}_2; \\
 & I_4 = \bar{I}_1 - I_1^0; \\
 & \bar{I}_1 = \bar{I}_1(\theta, t) = \frac{e^{at}}{2 \cdot c_1^2} \cdot (d_1 \cos \vartheta t + d_2 \sin \vartheta t) + \frac{c_2}{2 \cdot c_1^2}; \\
 & I_1^0 = I_1^0(\theta, t) = \frac{e^{a \cdot t}}{2 \cdot c_3^2} \cdot (d_3 \cos \vartheta_0 t + d_4 \sin \vartheta_0 t) + \frac{c_4}{2 \cdot c_3^2}; \\
 & \bar{I}_2 = \bar{I}_2(\theta, t) = \frac{e^{a \cdot t}}{2 \cdot c_1^2} \cdot (d_1 \sin \vartheta t - d_2 \cos \vartheta t) - \frac{a\vartheta}{c_1^2}; \\
 & I_2^0 = I_2^0(\theta, t) = \frac{e^{a \cdot t}}{2 \cdot c_3^2} \cdot (d_3 \sin \vartheta_0 t - d_4 \cos \vartheta_0 t) - \frac{a\vartheta_0}{c_3^2}.
 \end{aligned}$$

В этих формулах параметры d_1, d_2, d_3, d_4 являются линейными функциями времени t – см. обозначения.

Обсуждение результатов. Ниже приводятся результаты численных экспериментов на компьютере, которые получены по алгоритму (37), (38), (40).

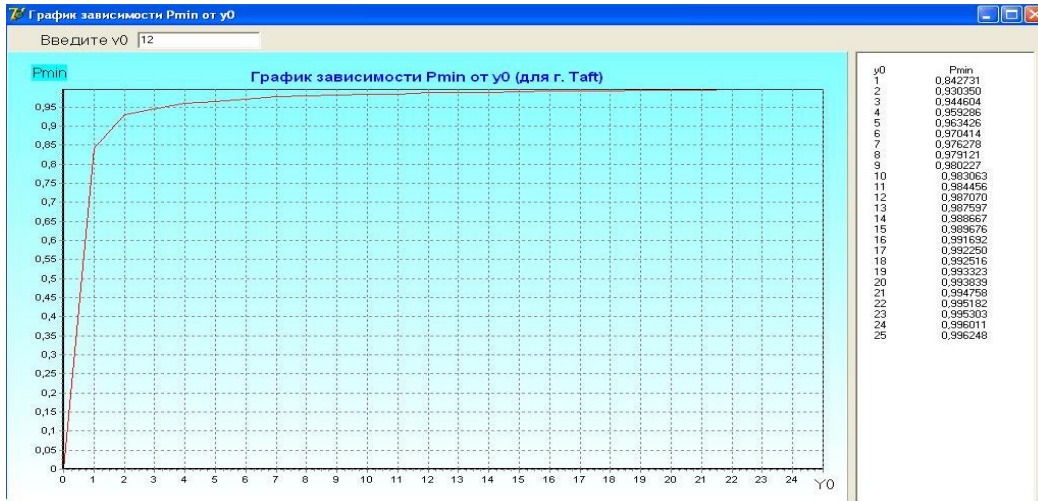
В качестве исходных данных были использованы акселерограммы реальных землетрясений по **Газли** и **Taft**. Корреляционные функции и спектральные плотности, соответствующие этим землетрясениям, были построены и приведены в статье [8].

По этим численным экспериментам нами было построено множество графиков. Здесь, мы приводим некоторые графики вероятности не превышения перемещений здания некоторого нормированного значения.

Для данных по городу Taft

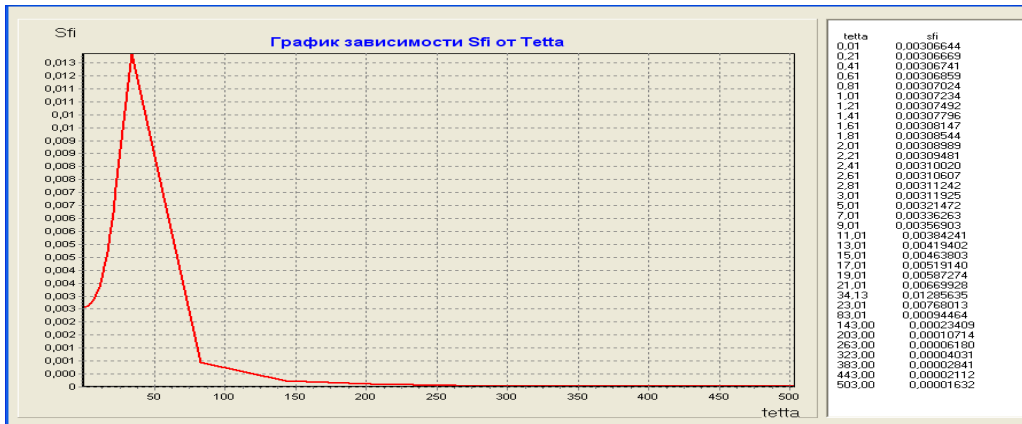
Исходные данные (вводимые)	
Параметры "геометрии" кинематической опоры (КО)	Статистические параметры акселерограммы землетрясения
H = 300 (см) - высота КО	W = 34,13 (1/см) - доминантная частота
R1 = 152 (см) - радиус кривизны 1 участка	T = 0,184 (см) - доминантный период колебаний земли
R2 = 600 (см) - радиус кривизны 2 участка	r = 12,8 (1/см) - коэффициент, характеризующий корреляцию
V2 = 3 (см) - длина 2 участка	E = 0,33 (1/см) - коэффициент
f0 = 0,03 - коэффициент трения качения	Гамма = 0,1

$$R2 = 600 \text{ см.}; \quad f_0 = 0,03; \quad \rho = 12,8 \text{ 1/с}; \quad \Omega = 34,13 \text{ 1/с};$$



$y_0=1, 3, 6, 9, 12$ – для вычисления P_{min}

Рис.6. График зависимости минимальной вероятности от перемещений
 Fig.6. Graph of the minimum probability of movement



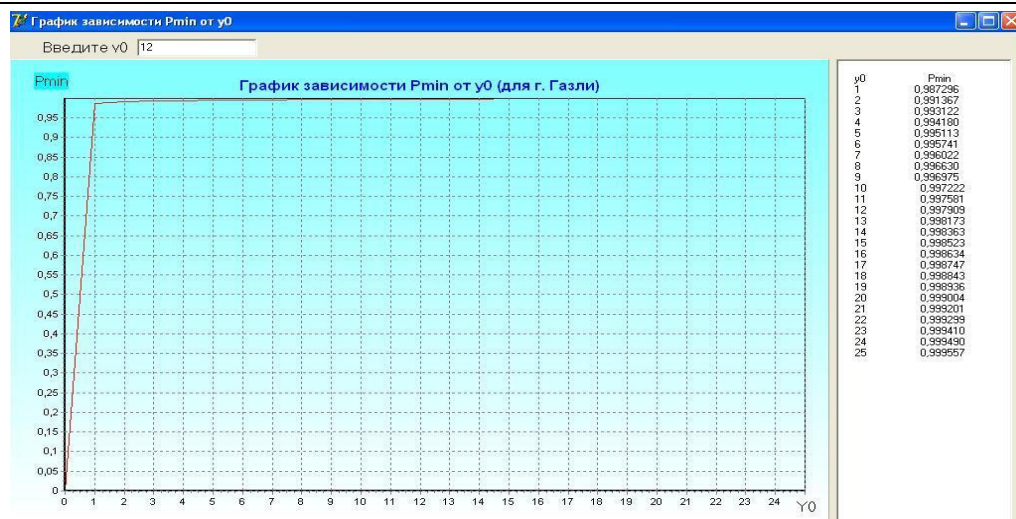


Рис.8. График зависимости минимальной вероятности от перемещений

Fig.8. Graph of the minimum probability of movement

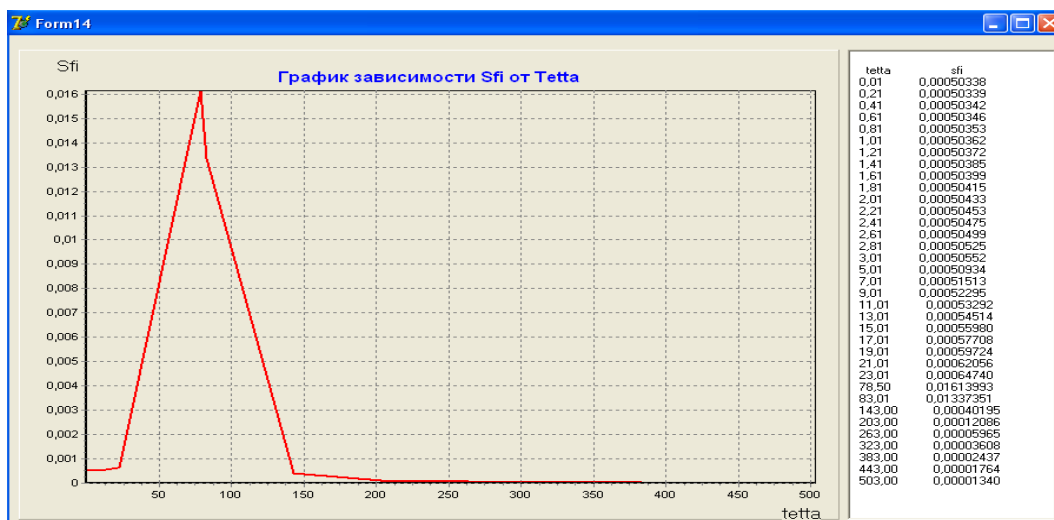


Рис.9. Спектральная плотность колебаний здания

Fig.9. The spectral density of the building

Вывод. Выше мы привели результаты численных экспериментов, полученные нами на компьютере. Число экспериментов и соответствующих им графиков достаточно велико, поэтому в данной статье мы приводим только сокращенный вариант.

Для всех вариантов были приняты

$R_1 = 152 \text{ см.}$ – радиус кривизны первого участка КО;

$R_2 = R_3 = R_4$ [см] – радиус кривизны второго участка, даётся в исходных параметрах

вариантов;

Y_0 [см] – уровень перемещения (по абсолютной величине), за который происходит выброс перемещений здания при землетрясении:

$$Y_0 = \frac{V_0}{R_1} \cdot H,$$

где $H=300$ см. – высота КО;

V_0 [см] – расчётная длина дуги по кривизне первого участка см. в книгу [17].

Этой дуге соответствует горизонтальное перемещение здания

$$YO = \bar{V}1 - [17].$$

Полная конструктивная длина V_{II} дуги первого участка кривизны равна $V_{II} = 2V_k + 2V_0$.

Здесь: коэффициент 2 указывает на то, что полная конструктивная длина первого участка откладывается слева и справа от центральной точки A^{\wedge} ;

$2V_k$ – контактная длина дуги, идущая непосредственно по участку контакта поверхностей качения ($2V_k$ – определяется на основе известного решения задачи Герца);

V_0 – длина дуги для свободного пробега здания во время его качения – расчётная длина.

Таким образом, мы различаем **расчётную длину дуги V_0 ; конструктивную длину дуги $2V_k$; полную конструктивную длину дуги V_{II}** . [17]).

Основные графики, по которым можно судить о колебательном процессе здания (во время землетрясения), обозначены буквой P_{\min} – вероятность (минимальная) нахождения перемещений в пределах уровня $|V_0|$:

$$P_{\min} \{ -V_0 \leq y \leq V_0 \}.$$

Эти графики даны в зависимости от параметра V_0 (пояснение V_0 дано выше).

Под обозначением S_f даны нормированные спектральные плотности ускорения поверхности земли.

Анализируя множество проведенных численных экспериментов, можно сделать следующий вывод:

при конструировании кинематических опор рекомендуется принимать

$H = 300$ см ;

$V_0 = 12$ см , $R_1 = 152$ см ($V_1 = V_{cm} + V_0$) ;

$V_2 = 3$ см , $R_2 = 200$ см;

$V_3 = 2$ см , $R_3 = 600$ см;

V_4 – оставшийся участок, $R_4 = 800$ см.

При этом вероятность «невыхода» перемещений здания за пределы первого участка кривизны КО равна примерно 0,997; при этом сейсмические силы ничтожно малы (рис.2 – первый участок слева и справа от нуля).

Здесь речь идёт не столько о перемещениях самого здания относительно поверхности земли, сколько о перемещениях поверхности земли относительно здания.

При сейсмических колебаниях здание, покоящееся на КО, с переменной кривизной поверхности качения, имеет ограниченные перемещения: переменность кривизны играет здесь роль упругих включающихся связей.

Ниже перечислим основные выводы по статье:

1. В настоящей статье изложена методика расчета сейсмостойкого здания на кинематических опорах, с использованием данных реальных сильных землетрясений.
2. По результатам численных экспериментов, проведенных на компьютере, построены графики надежности сейсмостойкости здания при землетрясениях.
3. Построенный алгоритм и разработанная методика могут быть использованы при расчете и проектировании сейсмостойких зданий, как на обычных опорах, так и на опорах кинематических [18-21].

Библиографический список:

1. Абакаров А.Д., Курбанов И.Б. К оценке сейсмического риска территории. Вестник Дагестанского государственного технического университета. Технические науки. №32, 2014 г. стр.68-77.
2. Айзенберг Я.М. Сооружения с выключающимися связями для сейсмических районов. Стройиздат, 1976. М. С 440.
3. Бабаков И.М. «Теория колебаний», М., «Наука»,1965.

4. Болотин В.В. Статистические методы в строительной механике. Издательство литературы по строительству. 1965. М. С 310.
5. Болотин В.В. Применение теории вероятностей и теории надежности в расчетах сооружений. Издательство литературы по строительству, 1971. М. С 280.
6. Гнеденко Б.В. Курс теории вероятностей. Гостехиздат, 1961. М. С 526.
7. Гольденблат И.И., Николаенко Н.А., Поляков С.В. и др. Модели сейсмостойких сооружений. Наука, 1980. М. С 362.
8. Муселемов Х.М., Устарханов О.М., Юсупов А.К. Статистический анализ акселерограмм реальных сильных землетрясений. Вестник Дагестанского государственного технического университета. Технические науки., № 4, 2017 г. Стр.170-184.
9. Патент на изобретение №2200810 «Адаптивная сейсмозащита зданий и сооружений». Приоритет 0,6,04, 2001; ФИПС г. Москва.
10. Патент на изобретение №2256749 «Кинематические опоры сейсмостойких зданий и сооружений». Приоритет 18.08.2003 ; ФИПС г. Москва
11. Поляков С.В., Килимник Л.Ш., Черкашин А.В., Современные методы сейсмозащиты зданий. М., Стройиздат, 1988.
12. Пугачев В.С. Теория случайных функций. Физматгиз, 1960. М. С 798.
13. Свешников А.А. Прикладные методы теории случайных функций. «Наука», М., 1968.
14. Сейсмоизоляция и адаптивные системы. «Наука», М., 1983, под редакцией Айзенберга Я.М.
15. Юсупов А.К. «Резонанс в стохастических системах». Журнал «Известия Северо-Кавказского научного центра» (серия естественных наук), г. Ростов-на-Дону, 1979, №1. С 43-48.
16. Юсупов А.К., Абакаров М.А. Численные эксперименты работы кинематических стен сейсмостойких зданий. Вестник Дагестанского государственного технического университета. Технические науки. №32, 2014 г. стр.60-67.
17. Юсупов А.К. Проектирование сейсмостойких зданий на кинематических опорах. Издательство «Лотос», Махачкала 2006 г.
18. Catalogue on lead rubber bearings series LRB. «FIP Industriale S.P.A» 26.
19. Conde, F.F. Seismic structures / F.F. Conde // International Simposium FIP, Tbilisi, 1972, p. 655-663. 27.
20. Hwang, J.S. (1996). An equivalent linear model of lead-rubber seismic isolation bearings / J.S. Hwang, L.M. Chiou // Journal of Engineering Structures. 1996, 18(7), 528-536.
21. Catalogue on lead rubber bearings series LRB. «FIP Industriale S.P.A».

References:

1. Abakarov A.D., Kurbanov I.B. K otsenke seysmicheskogo riska territorii. Herald of Daghestan State Technical University. Technical Sciences, №32, 2014 g. Str.68-77. [Abakarov A.D., Kurbanov I.B. To assess the seismic risk of the territory. Herald of Daghestan State Technical University. Technical Sciences, №32, 2014 p. 68-77. (In Russ)]
2. Ayzenberg YA.M. Sooruzheniya s vyklyuchayushchimisya svyazyami dlya seysmi-cheskikh rayonov. Stroyizdat, 1976. M. S 440. [Eisenberg Y.M. Structures with shutdown connections for seismic regions. Stroyizdat, 1976. M. C 440. (In Russ)]
3. Babakov I.M. «Teoriya kolebaniy», M., «Nauka», 1965. [Babakov I.M. "Theory of oscillations", M., "Science", 1965. (In Russ)]
4. Bolotin V.V. Statisticheskiye metody v stroitel'noy mekhanike. Izdatel'stvo literatury po stroitel'stvu. 1965. M. S 310. [Bolotin V.V. Statistical methods in structural mechanics. Publisher of literature on construction. 1965. M. C 310. (In Russ)]
5. Bolotin V.V. Primeneniye teorii veroyatnostey i teorii nadezhnosti v raschetakh sooruzheniy. Izdatel'stvo literatury po stroitel'stvu, 1971. M. S 280. [Bolotin V.V. The use of probability theory and reliability theory in the calculations of structures. Publishing house of literature on construction, 1971. M. C 280. (In Russ)]
6. Gnedenko B.V. Kurs teorii veroyatnostey. Gostekhizdat, 1961. M. S 526. [Gnedenko B.V. Course of probability theory. Gostekhizdat, 1961. M. C 526. (In Russ)]
7. Gol'denblat I.I., Nikolayenko N.A., Polyakov S.V. i dr. Modeli seysmostoykikh sooruzheniy. Nauka, 1980. M. S 362. [Goldenblat I.I., Nikolaenko N.A., Polyakov S.V. and other models of seismic structures. Science, 1980. M. C 362. (In Russ)]
8. Muselemov KH.M., Ustarkhanov O.M., Yusupov A.K. Statisticheskiy analiz akselerogramm real'nykh sil'nykh zemletryasenyi. Herald of Daghestan State Technical University. Technical Sciences. № 4, 2017. Str.170-184. [Muselemov Kh.M., Ustarkhanov OM, Yusupov AK Statistical analysis accelerograms of real strong earthquakes. Herald of Daghestan State Technical University. Technical Sciences., No. 4, 2017 pp. 170-184. (In Russ)]
9. Patent na izobreteniyе №2200810 «Adaptivnaya seysmozashchita zdaniy i sooruzheniy». Prioritet 0,6,04, 2001; FIPS g. Moskva. [Patent for invention No. 2200810 "Adaptive seismic protection of buildings and structures". Priority 0.6.04, 2001; FIPS Moscow. (In Russ)]
10. Patent na izobreteniyе №2256749 «Kinematicheskiye opory seysmostoykikh zdaniy i sooruzheniy». Prioritet 18.08.2003 ; FIPS g. Moskva [Patent for invention №2256749 "Kinematic supports of seismic resistant buildings and structures". Priority 08.18.2003; FIPS Moscow (In Russ)]
11. Polyakov S.V., Kilimnik L.Sh., Cherkashin A.V., Sovremennyye metody seysmozashchity zdaniy. M., Stroyizdat, 1988. [Polyakov, SV, Kilimnik, L.Sh., Cherkashin, AV, Modern Methods seismic protection of buildings. M., stroiizdat, 1988. (In Russ)]
12. Pugachev V.S. Teoriya sluchaynykh funktsiy. Fizmatgiz, 1960. M. S 798. [Pugachev V.S. Theory of random functions. Fizmatgiz, 1960. M. C 798. (In Russ)]

13. Sveshnikov A.A. Prikladnyye metody teorii sluchaynykh funktsiy. «Nauka», M., 1968. [Sveshnikov A.A. Applied methods of the theory of random functions. "Science", M., 1968. (In Russ)]
14. Seysmoizolyatsiya i adaptivnyye sistemy. «Nauka», M., 1983, pod redaktsiyey Ayzenberga YA.M. [Seismic isolation and adaptive systems. "Science", M., 1983, edited Eisenberg J.M. (In Russ)]
15. Yusupov A.K. «Rezonans v stokhasticheskikh sistemakh». Zhurnal «Izvestiya Severo- Kavkazskogo nauchnogo tsentra» (seriya yestestvennykh nauk), g. Rostov-na-Donu, 1979, №1. S 43-48. [Yusupov A.K. "Resonance in stochastic systems". The journal "News of the North Caucasian Scientific Center "(a series of natural sciences), Rostov-on-Don, 1979, №1. From 43-48. (In Russ)]
16. Yusupov A.K., Abakarov M.A. Chislennyye eksperimenty raboty kinematicallykh sten seysmostoykikh zdaniy. Herald of Daghestan State Technical University. Technical Sciences. Vol, №32, 2014 g. Str.60-67. [Yusupov A.K., Abakarov M.A. Numerical experiments of kinematic walls of seismic resistant buildings. Herald of Daghestan State Technical University. Technical Sciences. Vol, №32, 2014. pp.60-67. (In Russ)]
17. Yusupov A.K. Proyektirovaniye seysmostoykikh zdaniy na kinematicallykh oporakh. Izdatel'stvo «Lotos», Makhachkala 2006 g. [Yusupov A.K. Design of seismic resistant buildings on kinematic supports. Publishing House "Lotos", Makhachkala 2006]. Design of earthquake-resistant buildings on kinematic supports. Publishing house "Lotus", Makhachkala 2006 (In Russ)]
18. Catalogue on lead rubber bearings series LRB. "FIP Industriale S. P. A" 26.
19. Conde, F. F. Seismic structures / F. Conde, F. // International Simposium veterinário FIP, Tbilisi, 1972, p. 655-663.
20. Hwang J. S. (1996). An equivalent linear model of lead-rubber seismic isolation bearings / J. S. Hwang, L. M. Chiou// Journal of Engineering Structures. 1996, 18 (7), 528-536.
21. Catalogue on lead rubber bearings series LRB. "FIP Industriale S. P. A".

Сведения об авторах:

Муселемов Хайрулла Магомедмуратович – кандидат технических наук, старший преподаватель кафедры строительных конструкций и гидротехнических сооружений.

Устарханов Осман Магомедович – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой строительных конструкций и гидротехнических сооружений.

Юсупов Абусупьян Курашевич – доктор технических наук, профессор кафедры строительных конструкций и гидротехнических сооружений.

Information about the authors:

Khayrulla M. Muselemov – Cand. Sci. (Technical), Senior Lecturer, Department of Building Constructions and Hydraulic Structures.

Osman M. Ustarhanov – Dr. Sci. (Technical), Prof., Department of Building Constructions and Hydraulic Structures.

Abusupyan K. Yusupov – Dr. Sci. (Technical), Prof., Department of Building Constructions and Hydraulic Structures.

Конфликт интересов.

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Поступила в редакцию 30.05.2018.

Принята в печать 16.08.2018.

Conflict of interest.

The authors declare no conflict of interest.

Received 30.05.2018.

Accepted for publication 16.08.2018.