Таким образом, метод изображения особых точек, совместно с методом конформных отображений, дает возможность проводить теоретические исследования влияния неоднородностей в пористых средах на фильтрационные течения. Полученные в работе результаты могут быть использованы для решения практических задач не только в теории фильтрации, но и в теории теплопроводности, электричества и магнетизма.

Библиографический список:

1. Голубева О.В. Курс механики сплошных сред. – М.: 1972.
2. Баламирзоев А. Г. Нестационарная концентрация солей в трещине произвольного сечения. Изв. вузов. Сев.-Кавк. регион. Техн. н. 2006, Прил. № 2, с. 53–57.
3. Баламирзоев А.Г., Зербалиев А.М., Иванов В.В. Математическое моделирование нестационарной фильтрации упругой жидкости в неоднородном пласте// Вестник Дагестанского государственного технического университета. Технические науки, 2013.- № 4, с.50-54
4. Костицына Л. И. К вопросу о движении фильтрационного потока в кусочно-однородной пористой среде // Уч. зап. МОПИ им. Н.К. Крупской, Тр. каф. теор. физики. 1966, т. 164, вып. 2.
5. Milne-Thomson. Proc. Camb. Phil. Soc, 1940, v.36.
6. Голубева О.В. Обобщение теоремы об окружности на фильтрационные течения // Изв. АН СССР. МЖГ. 1966, №1.
7. Шпилевой А.Я. О последовательном применении теоремы об окружности // Проблемы теоретической гидродинамики. - Тула: изд-во ТГПИ, 1977, с.39-44.
8. Ахиезер Н.Н. Элементы теории эллиптических функций. - М.: Наука, 1970.
9. Лаврентьев М.А., Шабат Б.В. Методы теории функций комплексного переменного. - М.: Наука, 1965.

УДК 621.951.02:539.371:534.1

Гусейнова М.Р., Гусейнов Р.В.

ОБОСНОВАНИЕ БАЗЫ ДАННЫХ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ ПРИ РЕЗАНИИ

Guseynova M.R., Guseinov R.V.

RATIONALE FOR RESEARCH DATABASE DYNAMIC PROCESSES IN CUTTING

Произведен расчет основных параметров системы СПИД для исследования динамики процесса резания.

Ключевые слова: *динамика процесса резания, автоколебания, момент инерции, декремент затуханий.*

The calculation of the basic parameters of the system for the study of the dynamics of the cutting process.

Key words: *the dynamics of the cutting process, oscillations, moment of inertia, damping decrement.*

Введение. Для анализа колебательного движения при резании металлов необходимо составить математическую модель системы.

Математическая модель динамической системы считается заданной, если известны параметры системы, определяющие однозначно ее состояние, и указан закон изменения состояния во времени.

При составлении математической модели можно, как это показано в теории колебаний, пренебречь некоторыми степенями свободы, если эти степени связаны с частотами, значительно отличающими по величине от основных (доминирующих) частот системы. Поэтому каждому исследованию колебательных движений должно предшествовать определение параметров колебательных контуров математической модели.

Определение указанных параметров рассмотрим на примере сверления.

В большинстве случаев одну из парциальных систем (систему инструмента или систему изделия), совершающую наиболее интенсивные по амплитуде колебания, можно считать доминирующей колебательной системой. Так, при сверлении доминирующей колебательной системой является система инструмента.

Связь парциальных систем в единой замкнутой упругой системе СПИД осуществляется через зону резания и может быть заменена действием сил резания.

Для большинства упругих систем, совершающих интенсивные колебания, при анализе можно пользоваться единой парциальной схемой, где доминирующая колебательная система представляет собой сплошной вал, нагруженный силами упругости, сопротивления (демпфирования) с силами резания.

Считаем, что колебательной системой является система сверла, которая имеет одну степень свободы.

В соответствии с принципом Даламбера справедливо равенство

$$\overline{\mathrm{M}}_{\text{ин}} + \overline{\mathrm{M}}_{\text{дем}} + \overline{\mathrm{M}}_{\text{у}} + \overline{\mathrm{M}} = 0, \tag{1}$$

где $\overline{\mathrm{M}}_{\text{ин}}$, $\overline{\mathrm{M}}_{\text{дем}}$, $\overline{\mathrm{M}}_{\text{у}}$, $\overline{\mathrm{M}}$ - моменты сил соответственно инерции, сопротивления, упругости, резания.

Запишем дифференциальное уравнение движения с учетом (1)

$$\mathrm{J}\ddot{\varphi} + \eta\dot{\varphi} + \mathrm{C}\varphi = \mathrm{M}, \tag{2}$$

где J – приведенный момент инерции инструмента;
$\eta -$ обобщенный коэффициент сопротивления; С-коэффициент жесткости; $\varphi -$ угловая деформация; $\dot{\phi} -$ угловая скорость; $\ddot{\phi} -$ угловое ускорение.

Для решения данного дифференциального уравнения необходимо рассчитать следующие параметры колебательных контуров математической модели: J – приведенный момент инерции инструмента; η – обобщенный коэффициент сопротивления (демпфирования); С-коэффициент жесткости.

Режущий инструмент, в нашем случае сверло, представляет собой упругий стержень, режущая часть которого в поперечном сечении имеет сложную конфигурацию. Согласно теории кручения стержней сложного сечения при скручивании инструмента его поперечное сечение изгибается, т.е. претерпевает депланацию (изгибается). Изгиб поперечного сечения ведет к повороту (и изгибу) зубьев.

Как известно, задача о кручении стержней произвольного поперечного сечения сводится к поиску решения уравнения Лапласа (гармонической функции)

$$\nabla^2 \psi = 0, \qquad (3)$$

при условии, что функция ψ принимает на контуре значения

$$\Psi(x,y) = \frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{2}, \qquad (4)$$

либо к поиску функции Прандтля F(x,y) из решения уравнения Пуассона

$$\nabla^2 F = -2, \qquad (5)$$

при нулевых значениях функции напряжения на контуре. При этом между функциями ψ и F существует однозначное соответствие

$$F = \Psi(x,y) - \frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{2}. \qquad (6)$$

Для круглого сечения (хвостовика) полярный момент инерции вычисляется по общеизвестной формуле

$$J_x = \pi \frac{d_x^4}{32}, \qquad (7)$$

d_x-диаметр хвостовика инструмента.

В рамках теории упругости полярный момент инерции сечения сложной конфигурации (у сверла именно такое поперечное сечение) определяется по формуле

$$J = \iint_s (x^2 + y^2)\,dx\,dy, \qquad (8)$$

причем, двойной интеграл берется по площади S поперечного сечения режущей части сверла.

Применяя формулу Остроградского-Грина для решения двойного интеграла получим

$$J = \iint_S \left(\frac{\partial}{\partial y} x^2 y + \frac{\partial}{\partial x} x y^2\right) dx\, dy = -\int_L xy(xdx - ydy) \qquad (9)$$

Из (9) видно, что для расчета J необходимо иметь форму кривой L контура поперечного сечения.

Для построения профиля поперечного сечения сверла проводим окружности наружного диаметра D и диаметра ленточки $D_л$, выделяя ленточки.

Параллельно оси 0y проводим прямую x = -0,5d во втором и x = 0,5d в четвертом квадрантах до пересечения с осью 0x. Радиусом 0,25 $(D_л - d)$ в первом и третьем квадранте проводим дуги с центрами соответственно в точках ($\pm$0,25 $(D_л - d)$, 0).

Для определения геометрических характеристик при вычислении учитывается симметрия интегрированием по области S, ограниченной диаметром окружности d, прямой x= -0,5d, профилем ленточки и дугами окружностей

$$x^2 + y^2 = 0{,}25 D_л^2 \text{ и}$$

$$\left(x - \frac{D_л + d}{4}\right)^2 + y^2 = \frac{(D-d)^2}{16}.$$

Полярный момент инерции J можно вычислить по формуле

$$J = J_x + J_y, \qquad (10)$$

где J_x, J_y - моменты инерции относительно осей x и y, соответственно.

Момент инерции относительно оси x в соответствии с (8)

$$J_x = 2 \iint_S y^2\, dx\, dy. \qquad (11)$$

Выполнив интегрирование, получим

$$J_x = \left(\frac{10D^2}{364} d - \frac{d^3}{48}\right)\sqrt{D^2 - d^2} + \frac{\pi D^4}{128} - \frac{\pi (D-d)^4}{1024} + \frac{D^4}{64} \arcsin\frac{d}{D}. \qquad (12)$$

Момент инерции относительно оси y в соответствии с (8)

$$J_y = 2 \iint_S x^2\, dx\, dy. \qquad (13)$$

Подставляя соответствующие пределы и выполнив интегрирование для J_y имеем

$$J_y = \frac{\pi D_л^4}{64} + \frac{\pi(D_л - d)^4}{1024} + \frac{4\pi(D_л^2 - d^2)^2}{1024} + \frac{D_л^4}{64}\arcsin\frac{d}{D_л} + \left(\frac{2d^3}{64} - \frac{dD_л^2}{64}\right)\sqrt{D_л^2 - d^2}. \quad (14)$$

Суммируя выражения (12) и (14) получим

$$J = \frac{\pi D_л^4}{64} + \frac{\pi(D_л - d)^4}{512} + \frac{2\pi(D_л^2 - d^2)^2}{512} + \frac{D_л^4}{32}\arcsin\frac{d}{D_л} + \left(\frac{dD_л^2}{96} + \frac{d^3}{96}\right)\sqrt{D_л^2 - d^2}. \quad (15)$$

Подставляя численные значения параметров для рассматриваемого диапазона диаметров обрабатываемых отверстий, а именно Ø 3-12 мм получим инженерную формулу для расчета полярного момента инерции

$$J = 0{,}368D^4. \quad (16)$$

$J = 0{,}0342D^4$ - для сверл диаметром более 12 мм.

Одной из важнейших динамических характеристик колебательной системы является η – обобщенный коэффициент сопротивления (демпфирования). Он представляет собой коэффициент пропорциональности между силой сопротивления и скоростью инструмента.

Теоретический расчет этой величины не представляется возможным. Дело в том, что этот коэффициент зависит, во-первых, от коэффициента внутреннего трения в материале колеблющейся системы, и, во-вторых, от коэффициентов внешнего трения между инструментом и изделием, стружкой и инструментом. Некоторое дополнительное демпфирующее воздействие могут оказывать стыки, имеющиеся в парциальных системах, однако в рассматриваемом случае их демпфирующим воздействием можно пренебречь. Кроме того, существенное демпфирующее воздействие на систему оказывает сама зона пластической деформации перед передней поверхностью инструмента, так как эта зона и объем ее изменяются при вибрациях.

Логарифмический декремент колебаний самого станка, как элемента системы СПИД, при расчетах принимается как постоянная величина. Для разных типов станков он изменяется в пределах 0,23-0,27.

Внутреннее трение (демпфирование) в материале связано с движением дислокаций, пластическими деформациями на границах зерен, зинеровской релаксацией, термоупругим эффектом, магнитострикционными диффузионными и другими физическими явлениями. Коэффициент внутреннего трения существенно зависит от действующего напряжения и температуры материала. В нашем случае внутреннее трение зависит главным образом от первых двух из перечисленных явлений, а, следовательно, от марки и термообработки металла, и может быть принято постоянным.

Коэффициент внутреннего трения в пластической зоне велик и может доходить до единицы.

Коэффициент внешнего трения между стружкой и передней поверхностью инструмента, а также между изделием и задней поверхностью инструмента для различных материалов колеблется в пределах 0,15-0,45.

Таким образом, обобщенный коэффициент сопротивления (демпфирования) является довольно сложной по своему физическому смыслу величиной, зависящей от многих факторов и ее расчет составляет трудную задачу.

При крутильных колебаниях инструмента в процессе обработки меняется скорость резания, что приводит к переменности коэффициентов трения. Кроме того, обработка осевым инструментом характеризуется несвободным резанием и η будет еще определяться и способом удаления стружки. На практике η определяется экспериментальным путем через логарифмический декремент:

$$\eta = \frac{2\Delta c}{w}, \tag{17}$$

где Δ - логарифмический декремент затуханий; w- круговая частота первой гармоники свободных затухающих колебаний.

Одним из способов уменьшения значения η является использование смазочно-охлаждающих жидкостей. Это связано с уменьшением логарифмического декремента затуханий.

Величина логарифмического декремента характеризует наличие диссипативных сил, т.е. сил сопротивления в системе. Природа этих сил весьма разнообразна. Они присущи самой колебательной системе, или в ряде случаев могут вводиться в нее искусственным путем с помощью демпфирующих устройств.

Благодаря простоте реализации наиболее известен метод, основанный на изучении свободных колебаний, по темпу убывания (затухающим колебаниям) определяется величина логарифмического декремента:

$$\Delta = \ln\frac{A_i}{A_{i+1}}. \tag{18}$$

где A_i, A_{i+1} - амплитуды смежных колебаний, отличающихся на один период.

При использовании этой формулы высока вероятность недопустимой возможной погрешности в определении декремента. Уменьшение случайной составляющей ошибки в принципе может быть достигнуто благодаря использованию больших объемов выборки. Однако такой путь не только существенно увеличивает время проведения эксперимента, но и предъявляют высокие требования к экспериментальному оборудованию, так как повторные эксперименты должны протекать в полностью идентичных условиях, что не всегда практически достижимо. Необходимо найти другие способы повышения точности определения декремента.

При экспериментальном определении значения декремента по осциллограммам затухающих колебаний системы часто пользуются формулой

$$\Delta = \left(\ln\frac{A_i}{A_{i+n}}\right)/n, \tag{19}$$

где n-число циклов.

Рассмотрим, как влияют случайные ошибки на точность измерения декремента при использовании формулы (19).

Обозначим отклонение, обусловленной наличием случайных ошибок от фактического значения амплитуды A_i^{Φ} через δ_i, а отклонение от фактического значения A_{i+n}^{Φ} через δ_{i+n},. Тогда соотношение (19) примет вид,

$$\Delta^{\Phi}+\delta^{\Delta}=\frac{1}{n}\ln\frac{A_i^{\Phi}+\delta_i}{A_{i+n}^{\Phi}+\delta_{i+n}}, \tag{20}$$

где Δ^{Φ} – фактическое значение декремента колебаний; δ^{Δ}- ошибка в определении декремента.

Оценим δ^{Δ} в выражении (20). Для этого разложим выражение

$$\frac{A_i^{\Phi}+\delta_i}{A_{i+n}^{\Phi}+\delta_{i+n}},$$

как функцию двух переменных A_i^{Φ}, A_{i+n}^{Φ} в ряд Тейлора и, ограничиваясь первыми двумя членами ряда. Получим

$$\ln\frac{A_i^{\Phi}+\delta_i}{A_{i+n}^{\Phi}+\delta_{i+n}}=\ln\frac{A_i^{\Phi}}{A_{i+n}^{\Phi}}+\frac{\delta_i}{A_i^{\Phi}}-\frac{\delta_{i+n}}{A_{i+n}^{\Phi}}. \tag{21}$$

Из (20) и (21) следует

$$\Delta^{\Phi}+\delta^{\Delta}\approx\frac{1}{n}\left(\ln\frac{A_i^{\Phi}}{A_{i+n}^{\Phi}}+\frac{\delta_i}{A_i^{\Phi}}-\frac{\delta_{i+n}}{A_{i+n}^{\Phi}}\right). \tag{22}$$

Максимальное значение ошибки в определении декремента колебаний, очевидно, будет в том случае, когда δ_i и δ_{i+n} имеют разные знаки. Это позволяет значение максимальной ошибки представить в виде

$$\delta^{\Delta}=\frac{1}{n}\left(\frac{\delta_i}{A_i^{\Phi}}+\frac{\delta_{i+n}}{A_{i+n}^{\Phi}}\right). \tag{23}$$

Соответственно, максимальное значение относительной ошибки в виде

$$\frac{\delta^{\Delta}}{\Delta^{\Phi}}=\frac{\frac{\delta_i}{A_i^{\Phi}}+\frac{\delta_{i+n}}{A_{i+n}^{\Phi}}}{\ln\frac{A_i^{\Phi}}{A_{i+n}^{\Phi}}}. \tag{24}$$

Как следует из (24), для значений амплитуд A_i^{Φ}, близких к A_{i+n}^{Φ} ошибка в определении декремента колебаний $\frac{\delta^{\Delta}}{\Delta^{\Phi}}$ может быть весьма значительной. Для ее уменьшения необходимо выбирать не рядом стоящие значения амплитуд.

Нами проведены исследования по экспериментальному определению η по значению декремента колебаний системы СПИД при обработке внутренних резьб. Так для случая сухого трения, когда метчик М10 только смазывался смазочно-охлаждающей жидкостью МР-6 в начале операции, коэффициент демпфирования [1]

$$\eta = 0{,}00133 \text{ Н м с/рад.}$$

Третий параметр колебательных контуров математической модели- жесткость системы определяют на основании диаграммы нагрузка-перемещение.

Вывод.

1. Получены инженерные формулы для расчета момента инерции сверла.
2. Установлено, что обобщенный коэффициент сопротивления (демпфирования) является довольно сложной по своему физическому смыслу величиной, зависящей от многих факторов, и его расчет следует производить экспериментально по осциллограмме затухающих колебаний.
3. Показано, что при определении декремента для повышения точности необходимо выбирать не рядом стоящие значения амплитуд затухающих колебаний.
4. Полученные аналитические зависимости основных параметров системы СПИД можно использовать при решении практических задач, в частности для получения безвибрационных режимов работы инструмента.

Библиографический список:

1. Гусейнов Р.В. Интенсификация технологических процессов обработки труднообрабатываемых материалов путем управления динамическими параметрами системы. Автореферат дисс. - докт. техн. наук. Ленинград, 1998. 23 с.
2. Guseynov R.V., Rustamova M.R. Improving the Machining of small Holes./ Russion Engineering Research/.-2013, T.33,№1. P.29-31.
3. Гусейнов Р.В. Теоретическое исследование динамики сверления/Известия СКНЦ ВШ, Новочеркасск,№1, 1991.
4. Гусейнов Р.В., Рустамова М.Р. Технология нарезания внутренних резьб при наличии радиальных сил // Вестник машиностроения. – 2009.- №5.- С.60-62.
5. Гусейнов Р.В., Рустамова М.Р. Математическая модель процесса обработки отверстий сверлами на основе нелинейной динамики. Ч.1. Постановка задачи/ Вестник Дагестанского государственного технического университета. Технические науки. №3 (Том 22).2011.-С.64-68.
6. Гусейнов Р.В., Рустамова, М.Р. Совершенствование обработки отверстий небольшого диаметра //Вестник машиностроения.- 2012.-№9. -С.50-52.
7. Гусейнов Р.В., Рустамова, М.Р. Исследование процесса обработки отверстий на основе нелинейной динамики //Вестник Дагестанского государственного технического университета. Технические науки.- Махачкала.- 2012.-№26.-С.77-80.

8. Гусейнов Р.В., Рустамова, М.Р. Инструментальное обеспечение технологии обработки резьб в жаропрочных и титановых сплавах //Вестник Дагестанского государственного технического университета. Технические науки.- Махачкала.- 2013.-№ 1 (Том 28).-С.57-62.
9. Гусейнов Р.В. Математическое моделирование процесса обработки отверстий сверлами. Материали за X международна научна практична конференция «Бъдещите изследвания-2014».-том 43. Математика. София. «Бял ГРАД-БГ» ОДД. С.68-74.
10. Жарков И.Г. Вибрации при обработке лезвийным инструментом. – Л.: Машиностроение. Ленингр. отд-ние, 1986.- 184 с.
11. Мурашкин Л.С., Мурашкин С.Л. Прикладная нелинейная механика станков. Л.: Машиностроение, 1977. 192 с.