

Для цитирования: Антонов В.О., Гурчинский М.М., Петренко В.И., Тебуева Ф.Б. Метод планирования оптимальной траектории движения трехзвенного манипулятора в объемном пространстве с препятствием. Вестник Дагестанского государственного технического университета. Технические науки. 2018; 45 (1): 98-112. DOI:10.21822/2073-6185-2018-45-1-98-112

For citation: Antonov V.O., Gurchinsky M.M., Petrenko V.I., Tebueva F.B. Method for planning the optimal trajectory of a three-link manipulator in tridimensional space with an obstacle. Herald of Daghestan State Technical University. Technical Sciences. 2018; 45 (1):98-112. (In Russ.) DOI:10.21822/2073-6185-2018-45-1-98-112

ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ
ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ

УДК: 62-503.55/30в6

DOI: 10.21822/2073-6185-2018-45-1-98-112

МЕТОД ПЛАНИРОВАНИЯ ОПТИМАЛЬНОЙ ТРАЕКТОРИИ ДВИЖЕНИЯ
ТРЕХЗВЕННОГО МАНИПУЛЯТОРА В ОБЪЕМНОМ ПРОСТРАНСТВЕ
С ПРЕПЯТСТВИЕМ

Антонов В.О.¹, Гурчинский М.М.², Петренко В.И.³, Тебуева Ф.Б.⁴

¹⁻⁴Северо-Кавказский федеральный университет,

¹⁻⁴355009, г. Ставрополь, ул. Пушкина, 1, Россия,

¹e-mail: ant.vl.02@gmail.com, ²e-mail: GurkMikhail@yandex.ru,

³e-mail: vip.petrenko@gmail.com, ⁴e-mail: fariza.teb@gmail.com

Резюме. Цель. Целью исследования является разработка методов планирования оптимальной траектории движения трехзвенного манипулятора в объемном пространстве с препятствием. **Метод.** Применен метод итеративной кусочно-линейной аппроксимации траектории движения антропоморфного манипулятора и выбора оптимальной траектории перемещения по критерию энергоэффективности. **Результат.** Предложен метод планирования оптимальной траектории движения трехзвенного манипулятора с 7-ю степенями подвижности в объемном пространстве, содержащем препятствие, заданное массивом точек трехмерного пространства и представляемое в виде сферы. Задача сводится к поиску углов Эйлера двигателей манипулятора для перехода в конечное положение либо напрямую, либо используя разработанный метод поиска промежуточных положений для достижения результата. Выбор оптимальной траектории движения для обхода препятствия производится по критерию минимизации энергопотребления манипулятора для продолжительной работы в автономном режиме мобильного манипуляционного либо антропоморфного робота. **Вывод.** Метод планирования оптимальной траектории движения трехзвенного манипулятора с 7-ю степенями подвижности в объемном пространстве, содержащем препятствие, заданное массивом точек трехмерного пространства и представляемое в виде сферы, обладает гибкостью, которая достигается за счет варьирования введенного параметра. Его увеличение делает перемещение манипулятора более угловатым за счет уменьшения количества промежуточных состояний, что уменьшает вычислительные затраты, но также увеличивает энергозатраты, уменьшая при этом скорость перемещения. Уменьшение параметра наоборот, снижает энергозатраты и увеличивает скорость, но также увеличивает вычислительные затраты, так как увеличивается количество промежуточных состояний и перемещение становится более гладким. Однако при этом, для уменьшения расчетного времени предполагается использование параллельных вычислений при расчете углов Эйлера для двигателей во время перемещения между промежуточными точками, что значительно ускорит процесс вычисления. При значении $h = 0$ траектория вырождается в кривую и применение предложенного метода не является оправданным.

Ключевые слова: антропоморфный манипулятор, углы Эйлера, планирование траектории движения манипулятора, кусочно-линейная аппроксимация, обход препятствий манипулятором, минимизация энергопотребления, трехзвенный манипулятор

TECHNICAL SCIENCE
COMPUTER SCIENCE, COMPUTER ENGINEERING AND MANAGEMENT

**METHOD FOR PLANNING THE OPTIMAL TRAJECTORY OF A THREE-LINK
MANIPULATOR IN TRIDIMENSIONAL SPACE WITH AN OBSTACLE**

Vladimir O. Antonov¹, Mikhail M. Gurchinsky², Vyacheslav I. Petrenko³, Fariza B. Tebueva⁴

¹⁻⁴North-Caucasus Federal University,

¹⁻⁴Pushkina Str., Stavropol 355009, Russia,

¹e-mail: ant.vl.02@gmail.com, ²e-mail: GurkMikhail@yandex.ru,

³e-mail: vip.petrenko@gmail.com, ⁴e-mail: fariza.teb@gmail.com

Abstract Objectives. The method for planning the optimal trajectory of a three-link manipulator with 7 degrees of mobility in a tridimensional space containing an obstacle specified by an array of points of three-dimensional space and represented in the form of a sphere is considered in the article. A literature review on the research problem indicates that universal methods for planning the trajectory of the manipulator's movement are faced with problems of operational low accuracy or the algorithm's large computational complexity. The aim of the study is to develop methods for planning the optimal trajectory of a three-link manipulator in a tridimensional space with an obstacle. **Methods.** The study was carried out using the method of iterative piecewise linear approximation of the trajectory of an anthropomorphic manipulator and the choice of the optimal displacement trajectory according to the criterion of energy efficiency. **Results.** The method for planning the optimal trajectory of a three-link manipulator with 7 degrees of mobility in a tridimensional space containing an obstacle specified by an array of points of three-dimensional space and represented in the form of a sphere is considered in the article. The task is reduced to finding the Euler angles of the manipulator engines in order to pass to the final position either directly or using the developed method of searching for intermediate positions to achieve the result. The choice of the optimal trajectory for the obstacle bypass is made using the criterion of minimisation of the manipulator power consumption for the continuous operation of the mobile manipulative or anthropomorphic robot in offline mode. **Conclusion.** The method of planning the optimal trajectory of a three-link manipulator with 7 degrees of mobility in a three-dimensional space containing an obstacle specified by an array of points and represented in the form of a sphere possesses flexibility, which is achieved by varying the input parameter. Its increase makes the manipulator's movement more angular by reducing the number of intermediate states, which reduces computational costs while increasing energy costs and reducing the movement speed. Conversely, decreasing the parameter reduces energy consumption and increases the speed, but also increases computational costs, as the number of intermediate states increases and the movement becomes smoother. However, in order to reduce the estimated time, it is assumed that parallel calculations are used in calculating the Euler angles for the engines during the movement between the intermediate points, which greatly speeds up the calculation process. With the value of $h = 0$, the trajectory degenerates into a curve and the application of the proposed method is not justified.

Keywords: anthropomorphic manipulator, Euler angles, trajectory planning of manipulator movement, piecewise linear approximation, obstacle bypass by manipulator, minimisation of energy consumption, three-link manipulator

Введение. Использование антропоморфных манипуляторов в современных робототехнических системах является перспективным направлением развития данной области. Это обусловлено анатомической эффективностью руки человека для выполнения различных видов задач и заданий как в статической, так и в динамической среде. При выполнении сложных операций в объемном пространстве возникает необходимость работы в среде, содержащей некоторые препятствия. Для этого необходима разработка методов планирования оптимальной траектории движения трехзвенного манипулятора в объемном пространстве с препятствием.

Постановка задачи. Планирование траекторий движения манипулятора – это задача выбора закона управления, обеспечивающего движение манипулятора вдоль некоторой заданной траектории [1]. Согласно источнику [1], при планировании траектории движения манипулятора в среде с препятствиями обычно используют один из двух подходов:

1. Задается точный набор ограничений (например, непрерывность и гладкость) на положение, скорость и ускорение обобщенных координат манипулятора в некоторых (называемых узловыми) точках траектории. Планировщик траекторий после этого выбирает из некоторого класса функций (как правило, среди многочленов, степень которых не превышает некоторое заданное n) функцию, проходящую через узловые точки и удовлетворяющую в них заданным ограничениям. Определение ограничений и планирование траектории производится в присоединенных координатах.
2. Задается желаемая траектория манипулятора в виде некоторой аналитически описываемой функции, как, например, прямолинейная траектория в декартовых координатах. Планировщик производит аппроксимацию заданной траектории в присоединенных или декартовых координатах.

Недостатками данных подходов являются громоздкие вычисления, замедляющие работу манипулятора при первом подходе, и низкая точность движения при втором подходе.

По данным источника [2] задача планирования траектории в робототехнике заключается в нахождении оптимального пути из начального положения в конечном для сложных тел (манипуляторов, мобильных роботов) в некотором пространстве.

При решении задачи планирования траектории обычно пользуются конфигурационными пространствами. В них координатами являются обобщенные координаты робота. Точка в таком пространстве соответствует конкретному положению робота, а линии, связывающие эти точки, – путям из одного положения в другое.

Для упрощения задачи искать траекторию целесообразно именно в конфигурационном пространстве. Существует несколько принципиальных подходов к решению задачи планирования траектории. Комбинаторный подход использует аналитические алгоритмы, производит моделирование конфигурационного пространства и находит полное решение.

Эффективное применение комбинаторных алгоритмов возможно лишь в случае малой размерности конфигурационного пространства в силу их высокой алгоритмической и вычислительной сложности.

Противоположность комбинаторному подходу – *sample-based* подход. Идея *sample-based* алгоритмов заключается в том, чтобы, вместо затратного полного моделирования конфигурационного пространства, исследовать его вероятностным путём: рассматривать набор случайных конфигураций, отбрасывая ненужные и составляя карту местности. Сегодня *sample-based* подход является наиболее развиваемым и используемым в ряде практических задач и показывает наилучшие результаты. Однако, недостаток таких методов заключается в невозможности однозначно определить отсутствие решения.

Помимо вышеперечисленных подходов следует отметить метод потенциальных полей. В таких методах в качестве карты местности используются потенциальные векторные поля, в которых целевое положение притягивает робота, а препятствия – отталкивают. Подход хорошо работает в определённом классе задач, однако не способен эффективно искать траекторию в пространствах с высокими размерностями.

В исследовании [3] рассмотрено планирование траекторий движения многозвенного манипулятора в сложном трехмерном рабочем пространстве на основе эволюционных методов: генетического подхода, комбинирования генетического подхода и метода имитации отжига, комбинирования генетического подхода и метода репульсивного роя частиц.

Использование данных методов показывает, что средний процент достижимости точек составляет 77, 81, 85% соответственно, при среднем времени поиска решения от 3 до 9 секунд, что не позволяет использовать данные методы в реальном времени.

В статье [4] рассмотрены две экспериментальные платформы для тестирования систем

управления и алгоритмов планирования движения в реальном времени. Для управления движением созданы контроллеры обратной связи, которые способны отслеживать опорные траектории на основе измерений датчиков. Опираясь на эффективность отслеживания этих контроллеров, разработаны эффективные по времени опорные траектории движений, которые соответствуют задачам каротажа.

Быстрый и унифицированный метод поиска траектории движения робота с минимальным рывком с использованием оптимизации роя частиц рассмотрен в работе [5]. Траектория с минимальным рывком делает алгоритм управления роботом простым и надежным. Для поиска траектории движения с минимальным рывком, была сформулирована проблема оптимизации, ограниченная совместными параметрами узлов, включая начальное смещение и скорость смещения, промежуточное смещение сустава, конечное смещение и скорость соединения. Для решения использовалась оптимизация роем частиц (PSO), в результате чего были найдены почти оптимальные решения для траектории с минимальным рывком.

Схема планирования траектории обхода препятствий для космических манипуляторов на основе генетического алгоритма представлена в работе [6]. Предполагается, что в совместном пространстве существует идеальная траектория, которая может быть описана двумя разделами сплайновой кривой высокого порядка и удовлетворяет всем кинетическим характеристикам космического манипулятора.

Параметры точки соединения между двумя сплайн-траекториями могут влиять на искаженную форму двух траекторий в пространстве. Следовательно, манипулятор движется в соответствии с траекториями сплайнов и в то же время избегает всех препятствий. Во-первых, устанавливаются секционированные функции идеальной траектории. Неизвестные параметры в функциях описываются с использованием параметров о точке подключения, из которых извлекаются неизвестные параметры.

Таким образом, задача планирования траектории трансформируется в задачу многоцелевой оптимизации.

Во-вторых, для решения проблемы применяется генетический алгоритм (GA). Основываясь на анализе требований к управлению космическим манипулятором и описаниях препятствий в декартовом пространстве, функция пригодности, основанная на GA, определяется методом весовых коэффициентов по длине траектории конечного эффектора в декартовом пространстве, углы в совместном пространстве и максимальный крутящий момент во время движения, общее время движения и случаи помех и столкновений.

Наконец, идеальная бесконтактная траектория с короткой длиной и идеальным временем движения в совместном пространстве планируется с помощью GA, а ее динамические характеристики удовлетворяют требованиям точности. Кроме того, предложенный метод имеет широкую расширяемость. После многократного разложения траекторий и вычисления точек соединения манипулятор может избежать препятствий в очень сложных условиях. Моделирование выполняется на платформе имитатора космического манипулятора. Результаты показывают, что метод является стабильным и эффективным, а генерируемая траектория удовлетворяет особым требованиям к производительности космического манипулятора.

В статье [7] представлено несколько практических алгоритмов планирования движения манипуляторов мобильных роботов, разработанных с общей базой генерации траектории. Методы сосредоточены на идее генерации графа траектории движения, который учитывает вычислительные и временные ограничения вычислительной системы робота. Алгоритм генерации траектории использует стратегии выборки для локальных поисковых графов с учетом информации об окружающей среде для обхода препятствий в объемном пространстве на основе эвристического поиска.

Методы исследования. В изложенных работах [4-7] планирование траектории движения манипулятора способно находить допустимые решения, однако ни один метод не находит оптимальную траекторию в реальном времени.

Для устранения данных проблем предлагается аналитический метод планирования тра-

ектории движения, основанный на вычислении промежуточных положений манипулятора и выбора оптимальной траектории перемещения по критерию энергоэффективности.

Начальные условия. Для планирования траектории движения необходимо иметь информацию о препятствиях в рабочем поле манипулятора. Современные устройства, сканирующие трехмерное пространство (лазерный 3D-сканер, камера глубины), позволяют получить информацию об окружающей среде в виде массива точек трехмерного пространства, соответствующих некоторым точкам реальных объектов.

Существующие алгоритмы кластеризации позволяют из полученного массива точек выделить отдельные объекты и представить их в виде сфер (координат их центров и радиусов, например, алгоритм *FOREL*). Таким образом задача обхода препятствий поставлена следующим образом: необходимо найти такие положения звеньев манипулятора, при которых расстояние от любой точки манипулятора до центров сфер, представляющих объекты реального мира, больше либо равно их радиусу.

Поскольку ограничения накладываются на каждую точку манипулятора, можно решить данную задачу для отдельного звена, а затем применить аналогичную методику к остальным звеньям, независимо от их числа. Таким образом, предлагаемый метод не зависит от конкретного аппаратного исполнения манипулятора.

Исходными данными являются:

- начальное положение манипулятора, представленное координатами его узловых точек (плечевой, принятый за начало отсчета, локтевой и запястный суставы, а также рабочее окончание);
- конечное положение рабочего окончания (в виде координат соответствующей точки);
- информация о препятствии (представленного в виде сферы, известны координаты её центра и радиус).

Целью данного метода является получение траектории движения манипулятора, с условием обхода единственного препятствия, представленного в виде сферы. Случай с несколькими препятствиями в данной статье не рассматривается, однако создаются предпосылки для распространения метода на более сложные ситуации.

Обсуждение результатов. Под обходом препятствия предполагается, что при планировании траектории движения манипулятора отсутствуют общие точки между поверхностью положений точек манипулятора и сферой препятствия. Т.е. расстояние между ближайшей точкой траектории движения манипулятора и точкой центра сферы препятствия больше радиуса. Для учета неточностей расчета и погрешности работы оборудования к радиусу препятствия может быть прибавлена некоторая величина допуска, однако формулировку условия данное дополнение не меняет.

Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие задачи:

- определить метод расчета минимального расстояния от произвольного звена до центра препятствия;
- найти конечное положение манипулятора из условия минимума энергопотребления;
- задать аналитически траектории окончаний звеньев манипулятора;
- определить метод нахождения того, задевает ли манипулятор в процессе движения препятствие;
- задать алгоритм изменения траектории манипулятора для обхода препятствия;
- определить метод отклонения звеньев от препятствия;
- провести анализ предложенного метода.

Метод расчета минимального расстояния от произвольного звена до центра препятствия.

Пусть имеется произвольное звено в виде отрезка AB и сфера с центром в точке O и радиусом r . Рассмотрим плоскость, проходящую через точки A, B, O . В данной плоскости проведем перпендикуляры через точки A и B , перпендикулярно звену AB , которые делят плоскость на области α, β, γ , как показано на рисунке 1.

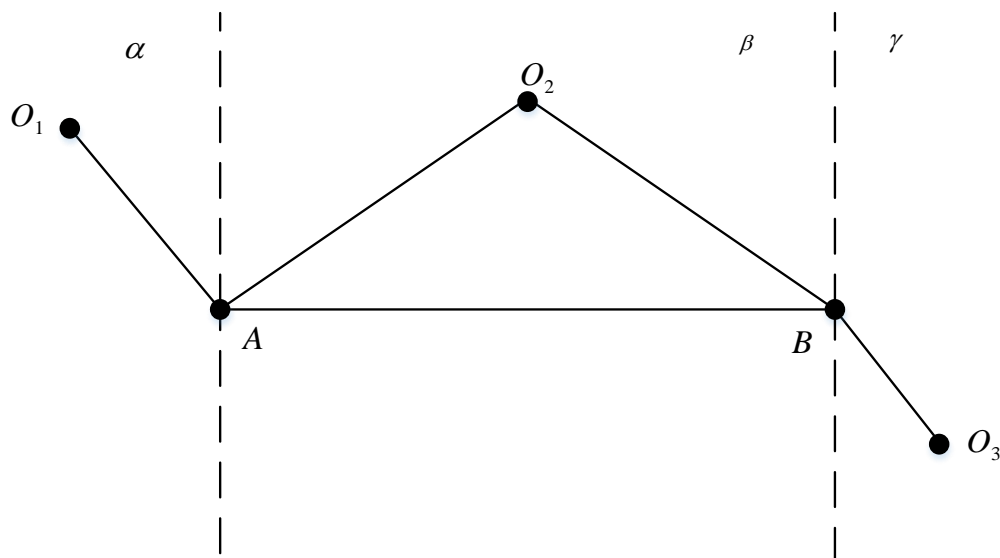


Рис. 1. Варианты расположения центра сферы
Fig. 1. Variants of the location of the center of the sphere

Очевидно, что в случае нахождения центра сферы в области α , например, в точке O_1 , наименьшее расстояние от центра сферы до точек звена AB равно длине отрезка O_1A . Аналогично, для области γ данное расстояние равно длине отрезка O_3B .

В случае нахождения центра сферы в области β , например, в точке O_2 , минимальное расстояние равно расстоянию между данной точкой и прямой, проходящей через отрезок AB . Данное расстояние может быть найдено по формуле расстояние между точкой и прямой:

$$d = \frac{|\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AO_2}|}{|\overrightarrow{AB}|}. \quad (1)$$

Таким образом, задача сводится к определению области нахождения центра сферы.

В случае нахождения центра сферы в области α , включая разделительный перпендикуляр, угол между векторами \overrightarrow{AB} и $\overrightarrow{AO_1}$ неострый, таким образом, скалярное произведение $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AO_1}$ неположительно.

Аналогично, для области β , включая разделительный перпендикуляр, скалярное произведение $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BO_1}$ неотрицательно.

Таким образом, минимальное расстояние от точек звена AB до центра сферы O может быть найдено по формуле:

$$d = \begin{cases} |\overrightarrow{AO}|, & \text{если } \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AO_1} \leq 0, \\ \frac{|\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AO_2}|}{|\overrightarrow{AB}|}, & \text{если } \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AO_1} > 0 \text{ и } \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BO_1} < 0, \\ |\overrightarrow{BO}|, & \text{если } \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BO_1} \geq 0. \end{cases} \quad (2)$$

А условие успешного обхода препятствия для данной статичной ситуации принимает вид:

$$d \geq r. \quad (3)$$

Предложенную методику можно распространить на произвольное количество звеньев.

Задача нахождения первого приближения конечного положения манипулятора

Для поиска первого приближения конечного положения манипулятора в виде углов Эйлера для двигателей шарниров, необходимо воспользоваться методом решения обратной задачи кинематики для трехзвенного манипулятора с 7-ю степенями подвижности по критерию минимизации энергопотребления.

В общих условиях задача формулируется как поиск углов Эйлера для двигателей шарниров используя данные о начальном $M(A, B, C, D)$ и конечном $M'(A', B', C', D')$ положении координат звеньев, которые находятся решением задачи нелинейной оптимизации [8-22].

Целевая функция представлена в виде: $\alpha_A * P_1(\alpha_A) + \alpha_B * P_4(\alpha_B) + \alpha_C * P_6(\alpha_C) + \beta_A * P_2(\beta_A) + \beta_B * P_5(\beta_B) + \beta_C * P_7(\beta_C) + \gamma_A * P_3(\gamma_A) => min,$

где $P_{уср} = [P_1(\alpha_A); P_2(\beta_A); P_3(\gamma_A); P_4(\alpha_B); P_5(\beta_B); P_6(\alpha_C); P_7(\beta_C)]$ – усредненные показатели мощности потребляемого электрического тока для двигателей шарниров; а $M_{\alpha\beta\gamma} = [\alpha_A; \beta_A; \gamma_A; \alpha_B; \beta_B; \alpha_C; \beta_C]$ углы Эйлера двигателей для поворота звеньев манипулятора.

Целевая функция оптимизации выводит суммарную потребляемую мощность двигателей при выполнении перемещения манипулятора в заданную точку.

Задача определения функций от времени для координат узловых точек.

Т. к. точка плечевого сустава принята за начало отсчета, её координаты имеют постоянное значение, независимо от времени:

$$\begin{aligned} x_A(t) &= 0, \\ y_A(t) &= 0, \\ z_A(t) &= 0. \end{aligned} \tag{4}$$

Для нахождения уравнений остальных узловых точек перейдем к рассмотрению систем координат, связанных с узловыми точками. Будем считать, что в процессе движения происходит смещение начала координат соответствующих систем относительно глобальной системы координат, связанной с точкой A , при этом оси остаются сонаправленными соответствующим осям глобальной системы координат, как показано на рис.2.

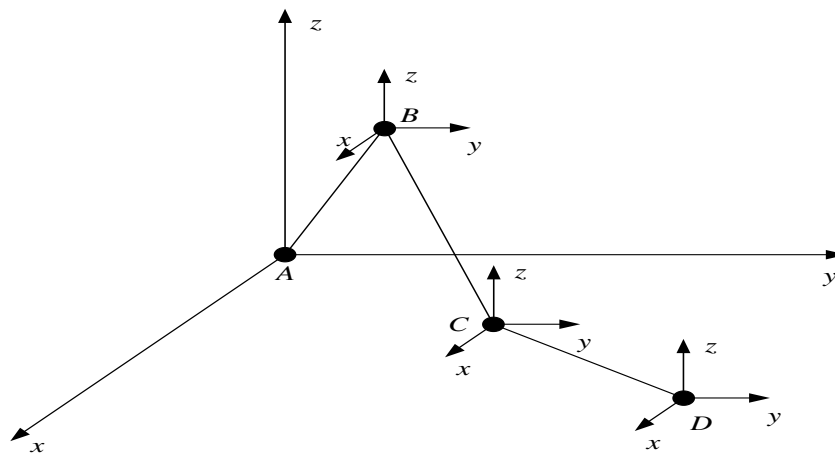


Рис. 2 Связанные системы координат манипулятора
 Fig. 2 Associated coordinate systems of the manipulator

Рассмотрим точку D в системе координат S_{xyz} . Перейдем от декартовых координат к сферическим, отсчитывая азимутальный угол от оси S_x , а зенитный от оси S_z , как показано на рисунке 3.

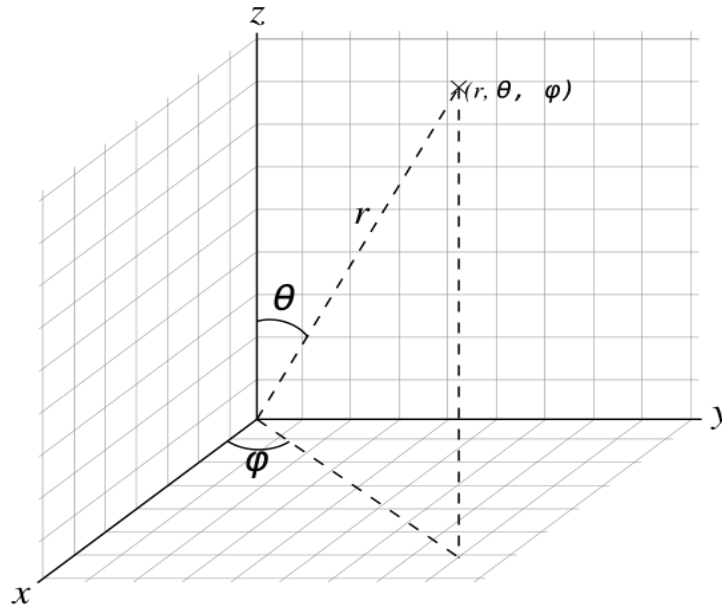


Рис. 3 Сферическая система координат манипулятора
 Fig. 3 Spherical coordinate system of the manipulator

Тогда, формулы перевода имеют следующий вид:

$$\begin{aligned}
 r_D^C &= |\overline{CD}|, \\
 \varphi_D^C &= \begin{cases} \arccos\left(\frac{CD_x}{\sqrt{CD_x^2 + CD_y^2}}\right), & \text{если } CD_y \geq 0, \\ 2\pi - \arccos\left(\frac{CD_x}{\sqrt{CD_x^2 + CD_y^2}}\right), & \text{если } CD_y < 0, \end{cases} \\
 \theta_D^C &= \arccos\left(\frac{CD_z}{\sqrt{CD_x^2 + CD_y^2 + CD_z^2}}\right), \quad (5)
 \end{aligned}$$

где нижний индекс обозначает точку, координаты которой вычисляются, а верхний – точку, в которой расположено начало координат.

По данным формулам можно найти угловые координаты точки D относительно сферической системы координат, связанной с точкой C в начальном и конечном состоянии $-r_{DH}^C = r_{DK}^C = r_D^C$ (так как длина звена остается неизменной), $\varphi_{DH}^C, \varphi_{DK}^C, \theta_{DH}^C, \theta_{DK}^C$.

Примем время движения из начального положения в конечное равным единице, а также, что угловые скорости изменения сферических координат постоянны, тогда зависимость угловых координат от времени можно записать в следующем виде:

$$\begin{aligned}
 \varphi_D^C(t) &= \varphi_{DH}^C + t \cdot (\varphi_{DK}^C - \varphi_{DH}^C), \\
 \theta_D^C(t) &= \theta_{DH}^C + t \cdot (\theta_{DK}^C - \theta_{DH}^C). \quad (6)
 \end{aligned}$$

Перейдя обратно в декартову систему координат можно получить уравнения для прямоугольных координат:

$$\begin{aligned}
 x_D^C(t) &= r_D^C \cdot \sin[\theta_D^C(t)] \cdot \cos[\varphi_D^C(t)], \\
 y_D^C(t) &= r_D^C \cdot \sin[\theta_D^C(t)] \cdot \sin[\varphi_D^C(t)], \\
 z_D^C(t) &= r_D^C \cdot \cos[\theta_D^C(t)]. \quad (7)
 \end{aligned}$$

Аналогично можно получить уравнения в декартовых координатах для точки C относительно точки B , и точки B относительно точки A .

Тогда временная зависимость декартовых координат точки D в абсолютной системе координат будет иметь вид:

$$\begin{aligned}x_D(t) &= x_D^A(t) = x_B^A(t) + x_C^B(t) + x_D^C(t), \\y_D(t) &= y_D^A(t) = y_B^A(t) + y_C^B(t) + y_D^C(t), \\z_D(t) &= z_D^A(t) = z_B^A(t) + z_C^B(t) + z_D^C(t),\end{aligned}\quad (8)$$

Подобным образом можно найти функции от времени координат остальных узловых точек.

Метод нахождения того, задевает ли манипулятор в процессе движения препятствие.

Данную задачу можно представить, как оптимизационную, где изменяемой переменной является время движения, имеющее значения в диапазоне от 0 до 1, от которого зависят координаты узловых точек в виде функций, определенных ранее. Данную оптимизацию необходимо провести для каждого звена, целевой функцией которой является минимум расстояния до центра препятствия, определяемого согласно методу, приведенному ранее. В случае, если минимум для каждого звена больше радиуса препятствия, можно считать движение обходящим препятствие, в противном случае необходимо изменить траекторию согласно алгоритму, приведенному ниже.

Алгоритм изменения траектории манипулятора для обхода препятствия.

Рассмотрим простейший случай изменения траектории однозвенного манипулятора, состоящего из звена AB .

Пусть точка B звена перемещается из положения B_H в положение B_K напрямую, проходя при этом через препятствие. По описанной ранее методике мы можем найти точку $B_{П0}$, в которой расстояние от звена до центра препятствия будет минимальным, по известному времени для данной точки и функции координат точки B от времени. Данная ситуация изображена на рис.4.

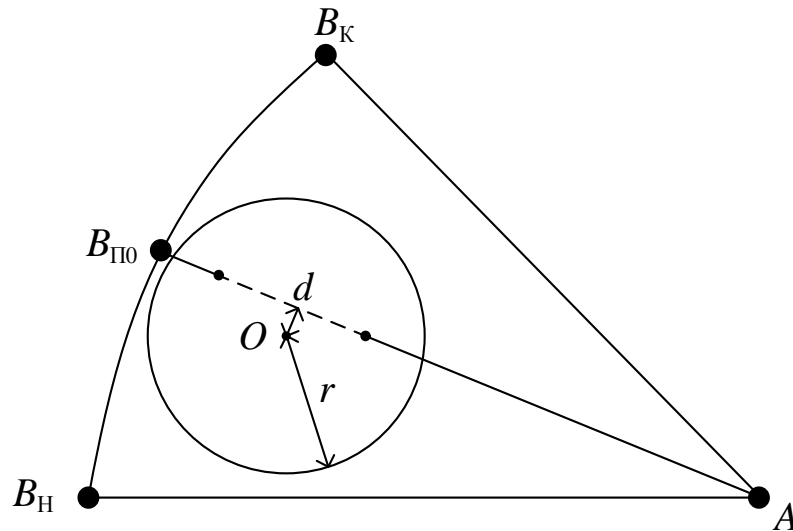


Рис. 4 Прохождение звена AB через препятствие
Fig. 4 Passing the link AB through an obstacle

В приведенной на рис.4 ситуации звено проходит «над» центром препятствия, и для коррекции траектории необходимо поднять его ещё «выше». Для этого воспользуемся следующим приемом:

1. Рассмотрим плоскость, проходящую через отрезок $AB_{П0}$ и центр сферы. В данной плос-

кости осуществим поворот звена вокруг точки A так, чтобы звено не проходило через сечение сферы данной плоскостью. Данное новое положение звена AB является промежуточным, через которое должен пройти отрезок по пути из начального в конечное.

2. Проанализируем движение из начального положения в промежуточное и из промежуточного в конечное. Если при движении между двумя состояниями звено снова проходит через препятствие, вводим ещё одно промежуточное положение аналогично первому пункту и снова проверяем движения на обход препятствия.

Рассмотрим более сложный случай изменения траектории трехзвенного манипулятора.

Изменение траектории также начнем со звена AB , как самого ограниченного в перемещении (т. к. сочление A жестко закреплено) и энергозатратного (т. е. его перемещения должны быть минимальны).

Алгоритм изменения его траектории аналогичен предыдущему случаю, но дополнен некоторыми действиями с последующими звеньями.

1. По заданному начальному положению манипулятора и конечной точке рабочего окончания оптимизационными методами проводится расчет положения узловых точек манипулятора в конечном положении.
2. Анализируется возможность прямого перемещения из начального положения в конечное в обход препятствия. В случае его невозможности вводится дополнительное промежуточное состояние. После смещения в это состояние звена AB также проводится проверка, не проходит ли звено BC через препятствие. В случае если проходит, производится его поворот аналогично звену AB . Те же самые действия производятся со звеном CD . Если данный шаг выполняется после первого, обозначим введенное состояние как первое промежуточное состояние.
3. Проводится проверка возможности прямого движения из начального состояния во введенное на первом шаге промежуточное. Если прямое движения невозможно, вводятся дополнительные промежуточные состояния до тех пор, пока манипулятор не сможет попасть в первое промежуточное состояние.
4. После того, как построена траектория перевода звена AB из начального состояния в первое введенное промежуточное, проверка на возможность движения и введение дополнительных состояний проводится для звена BC , при этом также производится коррекция звена CD , при необходимости.
5. Затем аналогичным образом проводится коррекция движения звена CD .
6. После построения траектории перемещения манипулятора из исходного положения в промежуточное осуществляется построение траектории по алгоритму начиная с первого шага, куда вместо начального положения подставляется первое промежуточное.

Алгоритм в виде блок-схемы приведен на рис.5.

Метод отклонения звеньев от препятствия

Рассмотрим произвольное звено MN , с известными точками начала $M(x_M, y_M, z_M)$ и конца $N(x_N, y_N, z_N)$, проходящее в некоторый момент времени через препятствие, представленное сферой с центром в точке $O(x_O, y_O, z_O)$ и радиусом r .

Целью метода является нахождение ближайших положений звена в плоскости, проходящей через звено и центр сферы препятствия, которые позволят реализовать приведенный ранее алгоритм.

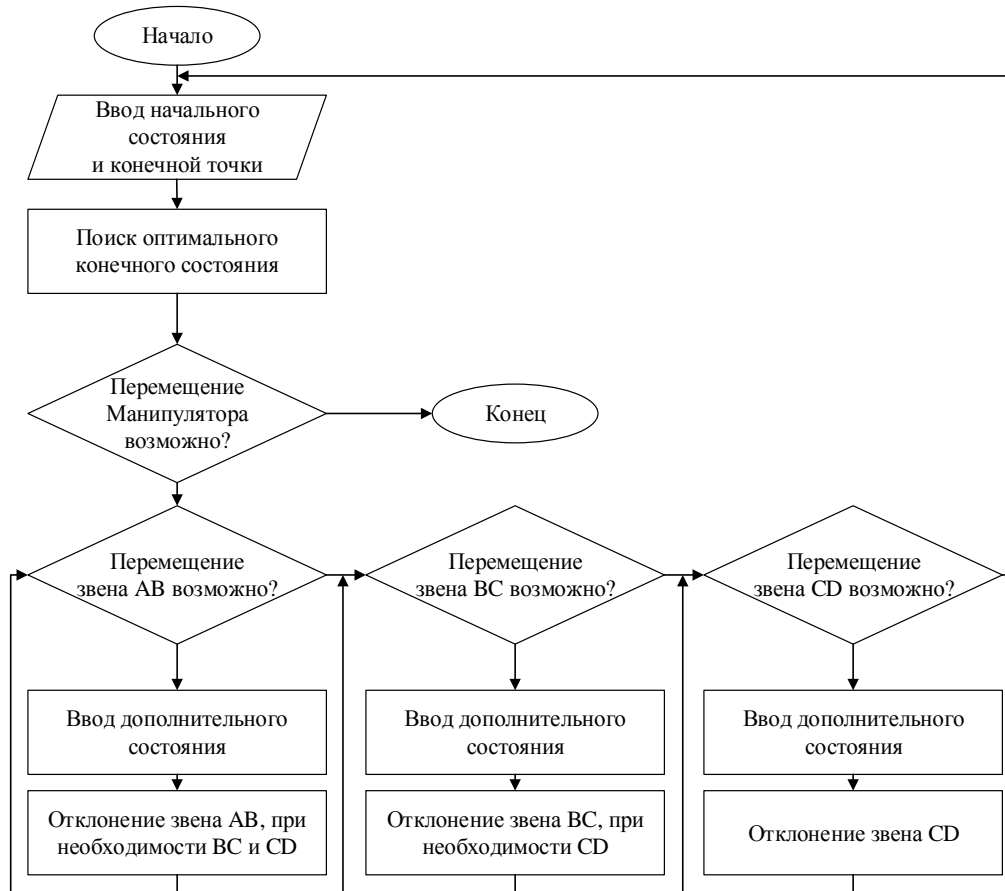


Рис. 5 Алгоритм изменения траектории
 Fig. 5 Algorithm for changing the trajectory

Вид звена и препятствия в данной плоскости представлен на рис. 6.

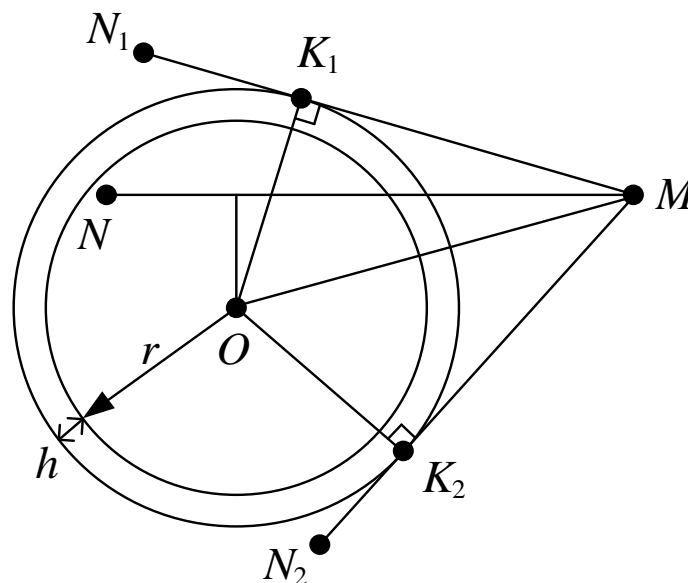


Рис. 6 Отклонение произвольного звена
 Fig. 6 Deviation of an arbitrary link

Введем новую окружность с центром в точке O и радиусом $r + h$, где h – некоторый параметр, влияющий на плавность траектории, как будет показано далее. Найдем отклонение звена как отрезок, ближайшей к исходному звену касательной, проведенной из точки M .

Для этого необходимо найти точки касания K_1 и K_2 . Данные точки лежат в точках пересечения сферы с центром в точке O и радиусом $r + h$, сферы с центром в точке M и радиусом $R = MK_1$, а также плоскости, проходящей через центр окружности и звено MN . Система уравнений для данных точек имеет вид:

$$\begin{cases} (x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 = (r + h)^2, \\ (x - x_M)^2 + (y - y_M)^2 + (z - z_M)^2 = R^2, \\ Ax + By + Cz + d = 0, \end{cases} \quad (9)$$

где $R^2 = \min[MN; MO^2 - (r + h)^2]$; $\{A; B; C\} = \overline{MO} \times \overline{MN}$ – направляющий вектор плоскости; $D = -A \cdot x_M - B \cdot y_M - C \cdot z_M$.

Данная система уравнений имеет аналитическое решение, которое здесь не приводится ввиду его громоздкости.

Для нахождения ближайшей к звену MN касательной необходимо выбрать ту, у которой направляющий единичный вектор имеет большее по модулю скалярное произведение с вектором звена:

$$K = \begin{cases} K_1, \text{ если } \frac{|\overline{MK_1} \cdot \overline{MN}|}{|\overline{MK_1}|} \geq \frac{|\overline{MK_2} \cdot \overline{MN}|}{|\overline{MK_2}|}, \\ K_2, \text{ если } \frac{|\overline{MK_1} \cdot \overline{MN}|}{|\overline{MK_1}|} < \frac{|\overline{MK_2} \cdot \overline{MN}|}{|\overline{MK_2}|}. \end{cases} \quad (10)$$

А затем отложить вдоль неё отрезок длиной MN :

$$\overline{MN'} = \frac{\overline{MK} \cdot |\overline{MN}|}{|\overline{MK}|} \quad (11)$$

где $\overline{MN'}$ – искомый вектор отклоненного положения.

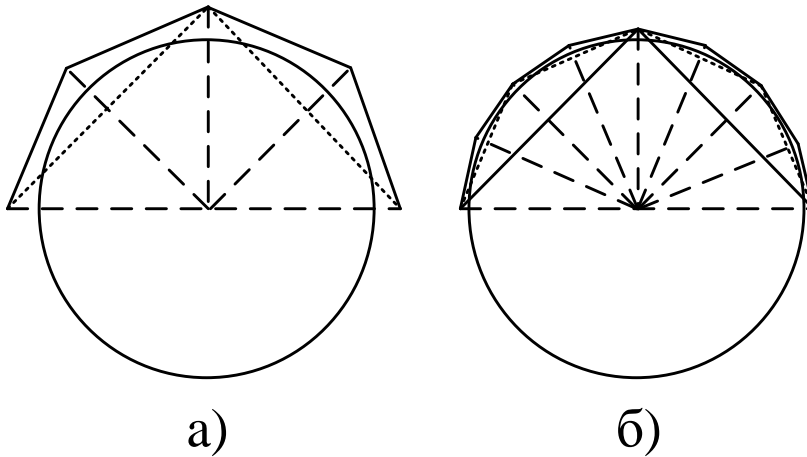


Рис. 7. Влияние параметра h на плавность траектории:
 а) большее значение; б) меньшее значение
 Fig. 7. Influence of the parameter h on the smoothness of the trajectory:
 а) greater importance; б) a smaller value

Вывод. Метод планирования оптимальной траектории движения трехзвенного манипулятора с 7-ю степенями подвижности в объемном пространстве, содержащем препятствие, обладает гибкостью, которая достигается за счет варьирования введенного ранее параметра h . Его увеличение делает перемещение манипулятора более угловатым за счет уменьшения количества промежуточных состояний, что уменьшает вычислительные затраты, но также увеличивает энергозатраты, уменьшая при этом скорость перемещения. Уменьшение параметра наоборот, уменьшает энергозатраты и увеличивает скорость, но также увеличивает вычислительные затраты, так как увеличивается количество промежуточных состояний и перемещение становится более гладким.

Однако при этом, для уменьшения расчетного времени предполагается использование параллельных вычислений при расчете углов Эйлера для двигателей во время перемещения между промежуточными точками, что значительно ускорит процесс вычисления. Иллюстрирует данное высказывание рис. 7, на котором схематично приведены траектории некоторой точки при различных значениях h . При значении $h = 0$ траектория вырождается в кривую и применение предложенного метода не является оправданным.

Библиографический список:

1. Шаньгин Е. С. Управление роботами и робототехническими системами: конспект лекций / Е. С. Шаньгин. – Уфа, 2005.
2. Погорелов А.Д. Обзор алгоритмов планирования траектории движения манипуляторов // Молодежный научно-технический вестник, август 2016. - 2016. - №8. УДК: 621.865:004.896.
3. Камильянов А.Р. Планирование траекторий движения многозвенного манипулятора в сложном трехмерном рабочем пространстве на основе эволюционных методов диссертация кандидата технических наук, Уфимский гос. авиационный университет, Уфа, 2007 г.
4. Morales, D.O., Westerberg, S., La Hera, P.X., Mettin, U., Freidovich, L., Shiriaev, A.S. Increasing the level of automation in the forestry logging process with crane trajectory planning and control // Journal of Field Robotics. - 2014. - №31 (3). - С. 343-363.
5. Lin, H.-I. A fast and unified method to find a minimum-jerk robot joint trajectory using particle swarm optimization // Journal of Intelligent and Robotic Systems: Theory and Applications. - 2014. - №75 (3-4). - С. 379-392.
6. Qi, R., Zhou, W., Wang, T. An obstacle avoidance trajectory planning scheme for space manipulators based on genetic algorithm // Jiqiren/Robot. - 2014. - №36 (3). - С. 263-270.
7. Howard, T., Pivtoraiko, M., Knepper, R.A., Kelly, A. Model-predictive motion planning: Several key developments for autonomous mobile robots // IEEE Robotics and Automation Magazine. - 2014. - №21 (1), статья № 6740036. - С. 64-73.
8. Liu, W., Chen, D., Zhang, L. Trajectory generation and adjustment method for robot manipulators in human-robot collaboration // Jiqiren/Robot. - 2016. - №38 (4), pp. 504-512.
9. Chen, Y.-J., Ju, M.-Y., Hwang, K.-S. A virtual torque-based approach to kinematic control of redundant manipulators // IEEE Transactions on Industrial Electronics. - 2017. - №64 (2), статья № 7444179, pp. 1728-1736.
10. Alekh, V., Rahul, E.S., Bhavani, R.R. Comparative study of potential field and sampling algorithms for manipulator obstacle avoidance // International Journal of Control Theory and Applications. - 2016. - №9 (Specialissue33), pp. 71-78.
11. Ren, Z.-W., Zhu, Q.-G., Xiong, R. Trajectory planning of 7-DOF humanoid manipulator under rapid and continuous reaction and obstacle avoidance environment // Zidonghua Xuebao/Acta Automatica Sinica. - 2015. - №41 (6), pp. 1131-1144.
12. Pham, C.D., Coutinho, F., Lizarralde, F., Hsu, L., From, P.J. An analytical approach to operational space control of robotic manipulators with kinematic constraints // IFAC Proceedings Volumes (IFAC-PapersOnline). - 2014. - №19, pp. 8509-8515.
13. Simba, K.R., Uchiyama, N., Aldibaja, M., Sano, S. Vision-based smooth obstacle avoidance motion trajectory generation for autonomous mobile robots using Bézier curves // Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science. - 2017. - №231 (3), pp. 541-554.
14. Tsai C.C., Hung C.C., Chang C.F. Trajectory Planning and Control of a 7-DOF Robotic Manipulator // 2014 International conference on advanced robotics and intelligent systems. - JUN 06-08, 2014. - (ARIS), pp. 1131-1144.
15. Xidias E.K. Time-optimal trajectory planning for hyper-redundant manipulators in 3D workspaces // Robotics and computer-integrated manufacturing. - 2018. - №50, pp. 286-298.
16. Menon M.S., Ravi V.C., Ghosal A. Trajectory Planning and Obstacle Avoidance for Hyper-Redundant Serial Robots // Journal of mechanisms and robotics-transactions of the ASME. - 2017. - №9 (4). Номер статьи: 041010.
17. Abu-Dakka F.J., Valero F.J., Suner J.L., Mata V. A direct approach to solving trajectory planning problems using genetic algorithms with dynamics considerations in complex environments // ROBOTICA. - 2015. - №33(3), pp. 669-683.
18. Mahdavian, M., Shariat-Panahi, M., Yousefi-Koma, A., Ghasemi-Toudeshki, A. Optimal trajectory generation for energy consumption minimization and moving obstacle avoidance of a 4DOF robot arm // International Conference on Robotics and Mechatronics, ICROM 2015. - 2017. - статья № 7367810, pp. 353-358.
19. Тебуева Ф.Б. Математические модели и методы для задач многокритериального выбора на графах в условиях недетерминированности исходных данных // автореферат дис. ... доктора физико-математических наук: 05.13.18 / Южный федеральный университет. Ставрополь, 2013.
20. Антонов В. О., Гурчинский М. М., Петренко В. И., Тебуева Ф. Б. Метод планирования траектории движения точки в пространстве с препятствием на основе итеративной кусочно-линейной аппроксимации // Системы управления, связи и безопасности. 2018. № 1. С. 168-182. URL: <http://sccs.intelgr.com/archive/2018-01/09-Antonov.pdf>
21. Макаров А.Н., Кутлубаев И.М., Усов И.Г. Основы механики многодвигательных машин // Учебное пособие / Под редакцией А.Н. Макарова. Магнитогорск: ГОУ ВПО «МГТУ им. Г.И. Носова». Магнитогорск, 2006. (2-е изд., перераб. и доп.).
22. Антонов В.О., Пижевский Д.Е. Алгоритм выбора стратегии поведения мобильного манипуляционного робота в нештатной ситуации при разрыве связи и утрате контроля оператором // В сборнике: Студенческая наука для развития информационного общества Сборник материалов V Всероссийской научно-технической конференции. 2016. С. 557-559.
2. Pogorelov A.D. Obzor algoritmov planirovaniya traektorii dvizheniya manipulyatorov. Molodezhnyi nauchno-tehnicheskii vestnik. 2016;8. [Pogorelov A.D. Review of algorithms for planning the trajectory of motion of manipulators. Molodezhnyi nauchno-tehnicheskii vestnik. 2016;8. (In Russ.)]

3. Kamil'yanov A.R. Planirovanie traektorii dvizheniya mnogozvennogo manipulyatora v slozhnom trekhmernom rabochem prostranstve na osnove evolyutsionnykh metodov. Dissertatsiya kandidata tekhnicheskikh nauk. Ufimskii gos. aviatsionnyi universitet. Ufa; 2007. [Kamil'yanov A.R. Planning the trajectories of a multi-link manipulator in a complex three-dimensional workspace based on evolutionary methods. Candidate of technical sciences thesis. The Ufa state aviation technical university. Ufa; 2007. (In Russ.)]
4. Morales D.O., Westerberg S., La Hera P.X., Mettin U., Freidovich L., Shiriaev A.S. Increasing the level of automation in the forestry logging process with crane trajectory planning and control. *Journal of Field Robotics*. 2014;31(3):343-363.
5. Lin H.-I. A fast and unified method to find a minimum-jerk robot joint trajectory using particle swarm optimization. *Journal of Intelligent and Robotic Systems: Theory and Applications*. 2014;75(3-4):379-392.
6. Qi R., Zhou W., Wang T. An obstacle avoidance trajectory planning scheme for space manipulators based on genetic algorithm. *Jiqiren/Robot*. 2014;36(3):263-270.
7. Howard T., Pivtoraiko M., Knepper R.A., Kelly A. Model-predictive motion planning: Several key developments for autonomous mobile robots. *IEEE Robotics and Automation Magazine*. 2014;21(1):64-73.
8. Liu W., Chen D., Zhang L. Trajectory generation and adjustment method for robot manipulators in human-robot collaboration. *Jiqiren/Robot*. 2016;38(4):504-512.
9. Chen Y.-J., Ju M.-Y., Hwang K.-S. A virtual torque-based approach to kinematic control of redundant manipulators. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*. 2017;64(2):1728-1736.
10. Alekh V., Rahul E.S., Bhavani R.R. Comparative study of potential field and sampling algorithms for manipulator obstacle avoidance. *International Journal of Control Theory and Applications*. 2016;9(Special issue33):71-78.
11. Ren Z.-W., Zhu Q.-G., Xiong R. Trajectory planning of 7-DOF humanoid manipulator under rapid and continuous reaction and obstacle avoidance environment. *Zidonghua Xuebao/Acta Automatica Sinica*. 2015;41(6):1131-1144.
12. Pham C.D., Coutinho F., Lizarralde F., Hsu L., From P.J. An analytical approach to operational space control of robotic manipulators with kinematic constraints. *IFAC Proceedings Volumes (IFAC-Papers Online)*. 2014;19:8509-8515.
13. Simba K.R., Uchiyama N., Aldibaja M., Sano S. Vision-based smooth obstacle avoidance motion trajectory generation for autonomous mobile robots using Bézier curves. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*. 2017;231(3):541-554.
14. Tsai C.C., Hung C.C., Chang C.F. Trajectory Planning and Control of a 7-DOF Robotic Manipulator. 2014 International conference on advanced robotics and intelligent systems (ARIS). JUN 06-08, 2014. P.1131-1144.
15. Xidias E.K. Time-optimal trajectory planning for hyper-redundant manipulators in 3D workspaces. *Robotics and computer-integrated manufacturing*. 2018;50:286-298.
16. Menon M.S., Ravi V.C., Ghosal A. Trajectory Planning and Obstacle Avoidance for Hyper-Redundant Serial Robots. *Journal of mechanisms and robotics-transactions of the ASME*. 2017;9(4):041010.
17. Abu-Dakka F.J., Valero F.J., Suner J.L., Mata V. A direct approach to solving trajectory planning problems using genetic algorithms with dynamics considerations in complex environments. *ROBOTICA*. 2015;33(3):669-683.
18. Mahdavian M., Shariat-Panahi M., Yousefi-Koma A., Ghasemi-Toudeshki A. Optimal trajectory generation for energy consumption minimization and moving obstacle avoidance of a 4DOF robot arm. *International Conference on Robotics and Mechatronics (ICROM 2015)*. 2017;7367810:353-358.
19. Tebueva F.B. Matematicheskie modeli i metody dlya zadach mnogokriterial'nogo vybora na grafakh v usloviyakh nedeterminirovannosti iskhodnykh dannykh. Aavtoreferat dis. ... doktora fiziko-matematicheskikh nauk: 05.13.18. Yuzhnyi federal'nyi universitet. Stavropol'; 2013. [Tebueva F.B. Mathematical models and methods for multicriteria selection problems on graphs in conditions of indeterminacy of the initial data. Published summary of the Doctor of Physica and mathematical Sciences Thesis: 05.13.18. Southern Federal University. Stavropol'; 2013. (In Russ.)]
20. Antonov V.O., Gurchinskii M.M., Petrenko V.I., Tebueva F.B. Metod planirovaniya traektorii dvizheniya tochki v prostranstve s prepyatstviem na osnove iterativnoi kusochno-lineinoy approksimatsii. *Sistemy upravleniya, svyazi i bezopasnosti*. 2018;1:168-182. URL: <http://sccs.intelgr.com/archive/2018-01/09-Antonov.pdf> [Antonov V.O., Gurchinskii M.M., Petrenko V.I., Tebueva F.B. Method for planning the trajectory of the motion of a point in an obstacle space on the basis of iterative piecewise-linear approximation. *Systems of Control, Communication and Security*. 2018;1:168-182. URL: <http://sccs.intelgr.com/archive/2018-01/09-Antonov.pdf> (In Russ.)]
21. Makarov A.N., Kutlubaev I.M., Usov I.G. Osnovy mekhaniki mnogodvigatel'nykh mashin. Uchebnoe posobie. Pod red. A.N. Makarova. 2-e izd. Magnitogorsk: GOU VPO "MGU im. G.I. Nosova". Magnitogorsk; 2006. [Makarov A.N., Kutlubaev I.M., Usov I.G. Fundamentals of mechanics of multi-motor vehicles. Tutorial. A.N. Makarov (Ed.). 2nd ed. Magnitogorsk: GOU VPO "MGU im. G.I. Nosova". Magnitogorsk; 2006. (in Russ.)]
22. Antonov V.O., Pizhevskii D.E. Algoritm vybora strategii povedeniya mobil'nogo manipulyatsionnogo robota v neshtatnoi situatsii pri razryve svyazi i utrate kontrolya operatorom. *Sbornik materialov V Vserossiiskoi nauchno-tekhnicheskoi konferentsii "Studencheskaya nauka dlya razvitiya informatsionnogo obshchestva"*. 2016. S. 557-559. [Antonov V.O., Pizhevskii D.E. Algorithm for choosing the behaviour strategy of the mobile manipulation robot in an abnormal situation when the communication is broken and the operator had lost control. The materials of the V All-Russian scientific and technical conference "Student science for the development of the information society". 2016. P. 557-559. (In Russ.)]

Сведения об авторах:

Антонов Владимир Олегович – аспирант.

Гурчинский Михаил Михайлович – магистрант.

Петренко Вячеслав Иванович - кандидат технических наук, доцент, заместитель директора института информационных технологий и телекоммуникаций по науке; заведующий кафедрой «Организация и технология защиты информации».

Тebuева Фариза Биляловна – доктор физико-математических наук, доцент, заведующая кафедрой прикладной математики и компьютерной безопасности.

Information about the authors.

Vladimir O. Antonov - Post-graduate Student.

Mikhail M. Gurchinsky – Graduate Student.

Vyacheslav I. Petrenko - Cand. Sc. (Technical), Assoc. Prof., Deputy Director of the Institute of Information Technology and Telecommunications in Science; Department "Organization and technology of information protection."

Tebuuева Fariza Bilyalovna – Dr.Sci.(Physical and Mathematical), Department of Applied Mathematics and Computer Security.

Конфликт интересов

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Поступила в редакцию 24.12.2017.

Принята в печать 30.01.2018.

Conflict of interest.

The authors declare no conflict of interest.

Received 24.12.2017.

Accepted for publication 30.01.2018.