

Для цитирования: Мурадова С.Ш., Федосеева Л.В. Влияние статических сводов на эффективность технологических процессов в бункере. Вестник Дагестанского государственного технического университета. Технические науки. 2018; 45 (1):30-48. DOI:10.21822/2073-6185-2018-45-1-30-48

For citation: Muradova S. Sh., Fedoseeva L.V. The influence of static arches on the efficiency of technological processes in a hopper. Herald of Daghestan State Technical University. Technical Sciences. 2018; 45 (1):30-48 (In Russ.) DOI:10.21822/2073-6185-2018-45-1-30-48

ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ МЕХАНИКА

УДК 62-405.6

DOI: 10.21822/2073-6185-2018-45-1-30-48

ВЛИЯНИЕ СТАТИЧЕСКИХ СВОДОВ НА ЭФФЕКТИВНОСТЬ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В БУНКЕРЕ

Мурадова С.Ш.¹, Федосеева Л.В.²

Южный университет (Институт управления бизнеса и права),
344068, г. Ростов-на-Дону, пр. Михаила Нагибина, 33а/47, Россия,
Донской государственный технический университет,
344000, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1, Россия,
¹e-mail: ssh.muradova@mail.ru, ²e-mail: fedoseevvb@gmail.com

Резюме. Цель. Как показывает практика, процесс истечения сыпучих материалов из бункеров в различных технологических цепочках часто нарушается, в результате чего снижается эффективность переработки содержащихся сыпучих материалов. Одной из распространенных причин остановки истечения является образование динамических сводов в бункере. С этих позиций целью исследования является оценка влияния статических сводов на эффективность технологических процессов в бункере. **Метод.** Основу исследования составляет система дифференциальных уравнений, описывающая стационарное и равновесное состояние сыпучей среды, которое интегрируется в граничных условиях, соответствующих круглым силосам и бункерам. При этом выводятся аналитические выражения для компонент давления в сыпучем материале по различным направлениям. **Результат.** Полученные решения проверяются на логическую непротиворечивость, иллюстрируются с помощью графиков, построенных в среде символьной математики, для модельных и реальных параметров силосов и бункеров. Производится сравнение результатов математического моделирования с экспериментальными данными для типовых силосов. Разброс экспериментальных значений связан с процессами уплотнения сыпучего материала со временем его выдержки в силосе, с направлениями микровибрации сейсмического или техногенного характера. Сыпучий материал в силосе все время находится в промежуточном положении между стационарными и равновесными состояниями. Параметры сыпучего материала (насыпная плотность, углы внешнего и внутреннего трения) являются некоторыми обобщенными, мало соответствующими конкретному сыпучему материалу и, к тому же, меняющимися с течением времени. **Вывод.** Подтверждено, что ещё в статике в бункере образуются своды, которые при истечении материала переходят в динамические, что препятствует процессу истечения, понижая экономическую эффективность бункеров.

Ключевые слова: давление, сыпучий материал, дно и стенки бункеров, статические и динамические своды, истечение сыпучего материала

PHYSICAL-MATEMATICAL SCIENCE
MECHANICS

THE INFLUENCE OF STATIC ARCHES ON THE EFFICIENCY
OF TECHNOLOGICAL PROCESSES IN A HOPPER

Safura Sh. Muradova¹, Lyudmila Vl. Fedoseeva²

*Southern University (Institute of Management, Business and Law),
33a/4 Nagibina Ave., Rostov-on-Don 344068, Russia,
Don State Technical University,*

1 Gagarina Square, Rostov-on-Don 344000, Russia,

¹e-mail: ssh.muradova@mail.ru, ²e-mail: fedoseevvb@gmail.com

Abstract Objectives. *In practice, the process of loose material flowing from hoppers in different technological processes is often disrupted, resulting in reduced processing efficiency of contained loose materials. One of the most common reasons for the interruption of flows is the formation of dynamic arches in the hopper. From this perspective, the aim of the study is to assess the effect of static arches on the efficiency of technological processes in the hopper. **Methods.** The study was based on a system of differential equations describing the stationary and equilibrium state of the loose medium, which is integrated in the boundary conditions corresponding to round silos and hoppers. In this case, the analytical expressions for the pressure components of loose material in different directions are derived. **Results.** The obtained solutions are checked for logical consistency and illustrated with the help of graphs constructed in the area of symbolic mathematics for modeled and real parameters of silos and hoppers. The results of mathematical modeling are compared with experimental data for typical silos. The scatter of the experimental values is related to the processes of compacting the loose material, the time of its storage in the silo, as well as the microvibrational directions of a seismic or technogenic nature. The loose material in the silo resides in an intermediate position between stationary and equilibrium states at all times. The parameters of the loose material (bulk density, external and internal friction angles) represent some generalised values that do not correspond to a specific loose material, which, in addition, can vary over time. **Conclusion.** It is confirmed that arches formed in the hopper during the static state acquire a dynamic character during material flow, hampering the flow process and consequently reducing the efficiency of the hoppers.*

Keywords: *pressure, loose material, hopper bottom and walls, static and dynamic arches, loose material flow*

Введение. Конические бункеры, силосы, находят широкое применение в различных сферах человеческой деятельности. Чтобы адекватно рассчитать давление, испытываемое стенками емкости со стороны сыпучего материала, необходимо правильно выбрать модель этого сыпучего материала. При этом очевидна важность аналитического, а не численного, решения, позволяющего прогнозировать изменения давления с изменением, как параметров самих емкостей, так и параметрами сыпучего материала, находящегося в них.

К сожалению, до сих пор нет законченной, общепризнанной модели сыпучих сред. В связи с этим рассматривают в основном два направления.

Первое – сыпучее тело моделируют сплошной средой. Основоположник такой модели французский физик и инженер Coulomb [1] еще в 1783 году сформулировал основные положения так называемой теории предельного равновесия. При этом предусматривается создание строгой теории предельного равновесия. Здесь необходимо отметить работы М.В. Малышева [2] и Г.К. Клейна [3]. Обобщением и развитием работ по статике сплошной среды занимался В.В. Соколовский [4]. Дальнейшее развитие модель сплошной среды получила в работах [5–8] и др. Второе направление – это, так называемая, дискретная модель сыпучего материала. Дискретную модель зернового материала впервые предложил английский инженер С. Дженкин [9] в 1931 г.

Отечественный ученый Л. В. Гячев развил идеи Coulomb и С. Дженкина, предложив дискретную модель сыпучего тела с сухим трением [10–11]. Развитием модели, предложенной Л.В. Гячевым, занимались и за рубежом [12–14].

Постановка задачи. Здесь необходимо отметить ещё одну проблему, как оказывается тесно связанную с данной – это проблема истечения сыпучего материала из бункеров. В большинстве случаев закономерности такого истечения не укладываются в общую схему, разработанную в [10–11]. Очень часто процесс истечения вообще останавливается по непонятным, казалось бы, причинам. Нашим учёным Богомягких В. А. и его школой [15–17] было показано, что всё дело в образовании динамических сводов, которые тормозят и даже останавливают процесс сам истечения. Это направление получило дальнейшее развитие в трудах [18–20].

Методы исследования. В данной работе под сыпучим материалом будем понимать вещество, состоящее из частиц различной величины и формы, взаимодействующих между собой и стенами ограждающей емкости посредством электромагнитных сил, сил сухого и вязкого трения, а также сил сцепления. Однако в отличие от модели Л.В. Гячева, здесь не вводится никаких предварительных предположений о форме частиц и вариантах их укладки в материале.

Если электромагнитные силы, силы вязкого трения и силы сцепления отсутствуют, а проявляются лишь силы сухого трения, то такое состояния вещества в нашей модели будем называть идеальным сыпучим материалом.

Дифференциальные уравнения, описывающие такую модель сыпучей среды, получены нами ранее и опубликованы в [21].

1. Давление сыпучего материала в круглом силосе.

Рассмотрим сыпучий материал в глубоком круглом силосе (рис. 1). Первое уравнение дифференциальной системы (система (11) нашей работы [21]) справедливо и для данного случая:

$$0 = \gamma \cdot 2\pi \cdot \rho \cdot d\rho \cdot dz - 2\pi \cdot \rho \cdot d\rho \cdot dz \cdot (1 + \mu_i^2) \cdot \frac{\partial P_z}{\partial z}$$

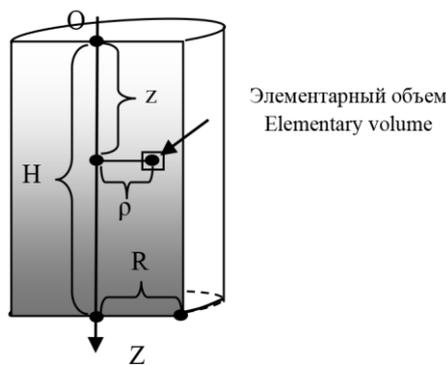


Рис. 1. Сыпучий материал в круглом силосе и цилиндрическая система координат
 Fig. 1. The bulk material in a round silo and a cylindrical coordinate system

Проинтегрируем это уравнение по координате ρ в пределах от 0 до R:

$$0 = \pi \cdot \gamma \cdot g \cdot R^2 \cdot dz - \pi \cdot R^2 \cdot dz \cdot (1 + \mu_i^2) \cdot \partial P_z / \partial z + C \quad (1)$$

Отметим, что уравнение (1) справедливо на цилиндрической поверхности $\rho = R$. Очевидно, что константа интегрирования C по физическому смыслу представляет собой силу трения, действующую на боковую поверхность элементарного слоя со стороны стенки силоса:

$$C = -\mu_e \cdot P_\rho \cdot 2\pi \cdot R \cdot dz = -\mu_e \cdot k \cdot P_z \cdot 2\pi \cdot R \cdot dz \quad (2)$$

Здесь использована связь между вертикальной и горизонтальной компонентами давления через боковой коэффициент. Подставляя (2) в (1), получим

$$0 = \pi \cdot \gamma \cdot g \cdot R^2 \cdot dz - \pi \cdot R^2 \cdot dz \cdot (1 + \mu_i^2) \cdot \frac{\partial P_z}{\partial z} - \mu_e \cdot k \cdot P_z \cdot 2 \pi \cdot R \cdot dz \quad (3)$$

Преобразуем уравнение (3) к стандартному виду:

$$\frac{\partial P_z}{\partial z} + \frac{2 \cdot \mu_e \cdot k \cdot P_z}{R \cdot (1 + \mu_i^2)} - \frac{\gamma \cdot g}{1 + \mu_i^2} = 0 \quad (4)$$

Интеграл уравнения (4) имеет вид:

$$P_z = \frac{\gamma \cdot g \cdot R}{2 \cdot \mu_e \cdot k} + C \cdot \exp\left(-\frac{2 \cdot \mu_e \cdot k \cdot z}{R \cdot (1 + \mu_i^2)}\right)$$

Из условия, что на поверхности силоса давление равно нулю, найдем константу интегрирования C. Выражение для давления при этом примет вид:

$$P_z = \frac{\gamma \cdot g \cdot R}{2 \cdot \mu_e \cdot k} \cdot \left(1 - \exp\left(-\frac{2 \cdot \mu_e \cdot k \cdot z}{R \cdot (1 + \mu_i^2)}\right)\right) \quad (5)$$

Напомним, что выражение (5) справедливо на поверхности $\rho = R$.

Соответственно, выражение для горизонтальной компоненты давления будет иметь вид:

$$P_\rho = \frac{\gamma \cdot g \cdot R}{2 \cdot \mu_e} \cdot \left(1 - \exp\left(-\frac{2 \cdot \mu_e \cdot k \cdot z}{R \cdot (1 + \mu_i^2)}\right)\right) \quad (6)$$

В случае равновесия $\mu_i \rightarrow 0$, $k \rightarrow 1$, соответственно решение (5) для равновесного состояния примет вид:

$$P_0 = \frac{\gamma \cdot g \cdot R}{2 \cdot \mu_e} \cdot \left(1 - \exp\left(-\frac{2 \cdot \mu_e \cdot z}{R}\right)\right) \quad (7)$$

Очевидно, также, что при этом давление по горизонтали равно давлению по вертикали. Графики зависимости давлений, рассчитанных по формулам (5) и (7) приведены на рис. 2. Из рис. 2 следует, что вертикальное давление в стационарном состоянии (сплошная линия) больше давления в равновесном состоянии (линия из точек). В то же время горизонтальное давление в стационарном состоянии меньше давления в равновесном состоянии (пунктирная линия). Следовательно, в равновесном состоянии стены силоса берут на себя большую нагрузку, в результате чего давление на дно уменьшается.

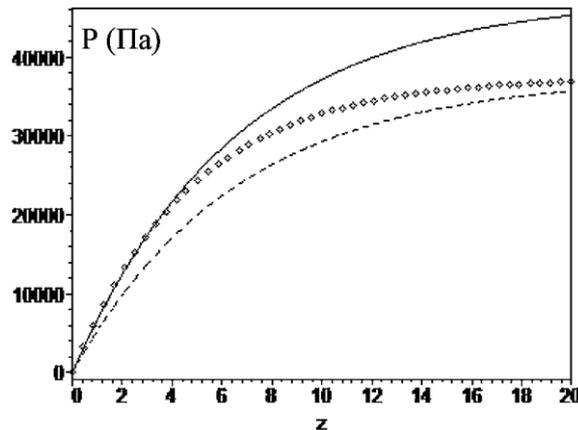


Рис. 2. Вертикальное (сплошная линия) и горизонтальное (пунктирная линия) давление в стационарном состоянии и давление (линия из точек) в равновесном состоянии для круглого силоса с сыпучим материалом ($R = 3,5$ м, $\psi = 16^\circ$, $\phi = 20^\circ$, $\chi = 30^\circ$, $\gamma = 800$ кг / м³)

Fig. 2. Vertical (solid line) and horizontal (dashed line) pressure in the steady state and the pressure (line of dots) to the equilibrium condition for a circular silo with the bulk material ($R = 3,5$ m, $\psi = 16^\circ$, $\phi = 20^\circ$, $\chi = 30^\circ$, $\gamma = 800$ kg / m³)

Таким образом, в стационарном состоянии (при движении сыпучего материала) на стены силоса оказывается меньшая нагрузка, чем в равновесном состоянии, когда сыпучий материал неподвижен.

При нахождении сыпучего материала в силосе формально он не перемещается и, следовательно, находится в равновесном состоянии. При этом давление в нем необходимо рассчиты-

вать по формуле (7). Но в действительности, в сыпучем материале все время происходят процессы его уплотнения, т.е. он находится в состоянии микродвижения. Процессы уплотнения, слеживания происходят скачкообразно, под действием микроколебаний сейсмического или техногенного характера. Соответственно, сыпучий материал часть времени «проводит» в стационарном состоянии, а часть в равновесном. При этом и давление также меняется скачкообразно. Однако, в решение (5) нет зависимости от горизонтальной координаты. При определении зависимости от координаты ρ будем искать ее аналогично тому, как мы это делали для целевого бункера:

$$P_z = \frac{\gamma \cdot g \cdot R}{2 \cdot \mu_e \cdot k} \cdot \left(1 - \exp \left(- \frac{2 \cdot \mu_e \cdot k}{1 + \mu_i^2} \cdot \frac{z - (R - \rho) \cdot \operatorname{tg} \chi}{R} \right) \right) \quad (8)$$

В таком виде решение (8) удовлетворяет второму уравнению системы (11) работы [21]. Действительно, найдем производные от (8) по координатам:

$$\frac{\partial P_z}{\partial \rho} = \frac{\gamma \cdot g \cdot R}{2 \cdot \mu_e \cdot k} \cdot \exp \left(- \frac{2 \cdot \mu_e \cdot k}{(1 + \mu_i^2) \cdot R} \cdot [z - (R - \rho) \cdot \operatorname{tg} \chi] \right) \cdot \frac{2 \cdot \mu_e \cdot k}{(1 + \mu_i^2) \cdot R} \cdot \operatorname{tg} \chi$$

$$\frac{\partial P_z}{\partial z} = \frac{\gamma \cdot g \cdot R}{2 \cdot \mu_e \cdot k} \cdot \exp \left(- \frac{2 \cdot \mu_e \cdot k}{(1 + \mu_i^2) \cdot R} \cdot [z - (R - \rho) \cdot \operatorname{tg} \chi] \right) \cdot \frac{2 \cdot \mu_e \cdot k}{(1 + \mu_i^2) \cdot R}$$

Подставив найденные значения производных во второе уравнение системы (11, [21]), найдем, что оно удовлетворяется при $k \cdot \operatorname{tg} \chi = \mu_i$, откуда следует, что $k = \frac{\mu_i}{\operatorname{tg} \chi}$.

Кроме того, решение (8) удовлетворяет дифференциальному уравнению (4). Однако решение (8) не удовлетворяет граничному условию на поверхности $z = 0$.

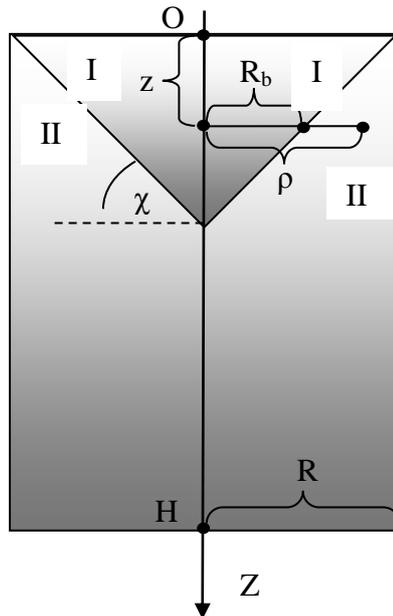


Рис. 3. Деление силоса на области
 Fig. 3. The division of the silage on the field

Поэтому, для нахождения более точного решения, разобьем весь объем силоса, занятый сыпучим материалом, на области, как показано на рис. 3.

В области I влияние стенок силоса еще не будет сказываться, т.к. эта область расположена выше плоскости естественного откоса, с углом естественного откоса χ .

Поэтому в этой области решение будет определяться формулой:

$$P_z^I(z) = \frac{\gamma \cdot g}{1 + \mu_i^2} \cdot z \quad (9)$$

Соответственно решение в области II можно было бы взять в виде (8).

Оно удобно тем, что на боковой поверхности силоса (при $\rho = R$) переходит в (5), которое является решением дифференциального уравнения (4).

На поверхности естественного откоса, определяемой уравнениями:

$$\rho = R_b \quad z = (R - R_b) \cdot \operatorname{tg} \chi \quad (10)$$

уравнение (8) обращается в ноль.

Однако на этой границе – (10), необходимо, чтобы искомое решение переходило бы в (9).

Поэтому решение в области II представим в виде:

$$P_z^{II}(\rho, z) = \frac{\gamma \cdot g \cdot R}{2 \cdot \mu_e \cdot k} \cdot \left(1 - \exp \left(- \frac{2 \cdot \mu_e \cdot k}{1 + \mu_i^2} \cdot \frac{z - (R - \rho) \cdot \operatorname{tg} \chi}{R} \right) \right) + \frac{\gamma \cdot g}{1 + \mu_i^2} \cdot (R - \rho) \cdot \operatorname{tg} \chi \quad (11)$$

Как видим, уравнение (11) при $z = 0$ равно нулю, при $\rho = R$ (т.е. на боковой стенке силоса) переходит в уравнение (5). А при $\rho = R_b$ (на поверхности откоса, т.е. на границе областей) оно переходит в уравнение (9).

Таким образом, согласование решений в областях I и II выполнено.

Посмотрим, как будет вести себя решение (11) при предельных переходах.

Рассмотрим случай, когда сыпучий материал находится в силосе с абсолютно гладкими стенами ($\mu_e \rightarrow 0$).

$$\lim_{\mu_e \rightarrow 0} P_z^{II} = \frac{\gamma \cdot g}{1 + \mu_i^2} \cdot [z - (R - \rho) \cdot \operatorname{tg} \chi] + \frac{\gamma \cdot g}{1 + \mu_i^2} \cdot (R - \rho) \cdot \operatorname{tg} \chi = \frac{\gamma \cdot g}{1 + \mu_i^2} \cdot z$$

То есть, сыпучий материал в этом случае ведет себя как безграничная насыпь.

В данном случае влиянием стенок можно пренебречь, что не противоречит физическому смыслу задачи.

В области I решение имеет такой же вид. Если теперь и внутреннее трение стремится к нулю, то решение переходит в решение для идеальной жидкости, что вполне естественно.

Таким образом, решение (11) удовлетворяет граничным условиям.

Оно также удовлетворяет и предельным переходам. Из уравнения (11) вытекает частное решение для случая $\rho = R$.

Следовательно, оно описывает условие равновесия элементарного слоя, но не элементарного объема.

На рис. 4 показана зависимость вертикального и горизонтального давления в силосе, $R = 3,5$ м, в котором находится сыпучий материал ($\gamma = 800$ кг/м³, $\psi = 16^\circ$, $\varphi = 20^\circ$, $\chi = 30^\circ$) непосредственно вдоль его стенки и по центру силоса.

Как видим, давление в центре несколько выше, чем непосредственно у стенки. Кроме того, и горизонтальное давление меньше вертикального.

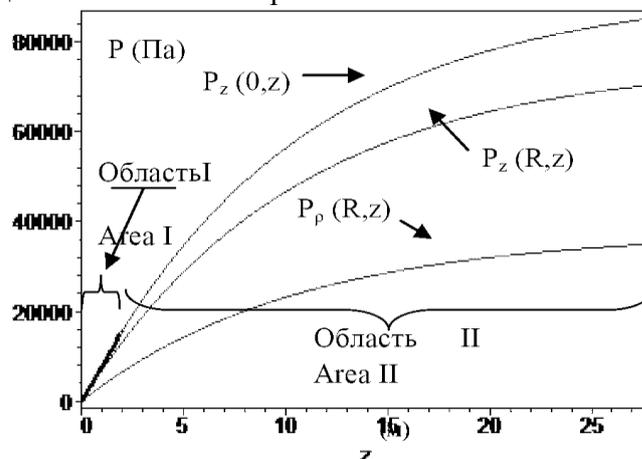


Рис. 4. Зависимость вертикального и горизонтального давления от координаты z при $\rho = R = 3,5$ м (по стенке силоса) и $\rho = 0$ (по осевой линии силоса, $\gamma = 800$ кг/м³, $\psi = 16^\circ$, $\varphi = 20^\circ$, $\chi = 30^\circ$)

Fig. 4. The dependence of the vertical and horizontal pressure on the coordinate z at $\rho = R = 3,5$ m (along the wall of the silo) and $\rho = 0$ (centerline of the silo, $\gamma = 800$ kg/m³, $\psi = 16^\circ$, $\varphi = 20^\circ$, $\chi = 30^\circ$)

На рис. 5 представлены изолинии вертикального давления от координат при различных значениях координаты z в областях I и II.

Из данных рис. 5 также следует, что давление в центре силоса несколько выше, чем у стенок. Здесь также можно видеть тенденцию к образованию статических сводов.

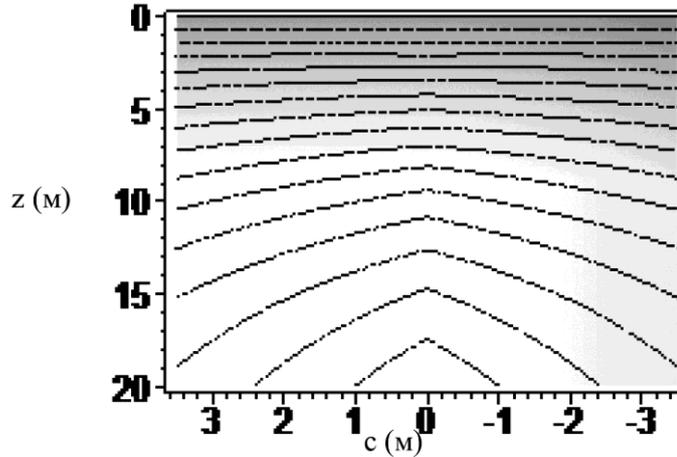


Рис. 5. Изолинии вертикального давления на разных горизонтах

$$R = 3,5 \text{ м}, \gamma = 800 \text{ кг/м}^3, \psi = 16^\circ, \phi = 20^\circ, \chi = 30^\circ$$

Fig. 5. Contours of vertical pressures at different horizons

$$R = 3,5\text{m}, \gamma = 800 \text{ kg/m}^3, \psi = 16^\circ, \phi = 20^\circ, \chi = 30^\circ$$

Кроме того, из рис. 5 следует, что в круглом силосе изолинии вертикального давления не являются горизонтальными. Следовательно, пласты сыпучего материала, формирующиеся под действием вертикального давления, также не будут горизонтальными. В данном случае они уже больше напоминают куполообразные поверхности сводов в сыпучем материале. Образовавшиеся своды уже будут оказывать некоторое дополнительное сопротивление движению сыпучего материала в круглой вертикальной трубе.

На рис. 6. представлен трехмерный график зависимости вертикального давления для того же сыпучего материала в областях I и II. Из графика (рис.6) следует, что при $z = 0$ вертикальное давление также равно нулю. Кроме того, наглядно видна «сшиваемость» решений на границе областей, а также видно, что давление в центре силоса ($\rho = 0$) несколько превышает давление у его стен ($\rho = R = 3,5 \text{ м}$).

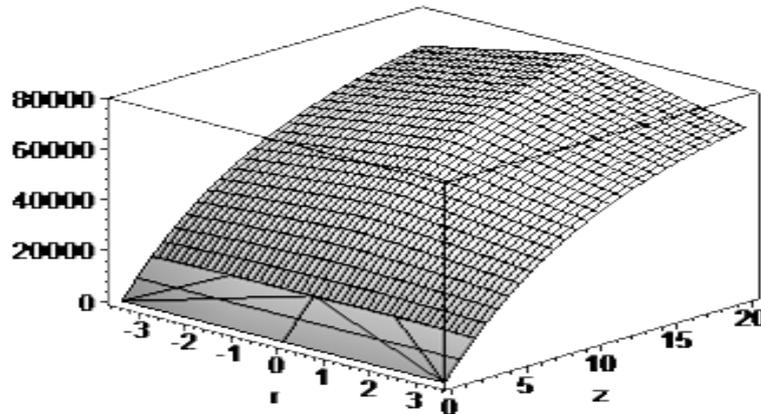


Рис. 6. Трехмерный график вертикального давления в силосе

$$R = 3,5 \text{ м}, \gamma = 800 \text{ кг/м}^3, \psi = 16^\circ, \phi = 20^\circ, \chi = 30^\circ$$

Fig. 6. Three-dimensional graph of the vertical pressure in the silo

$$R = 3,5\text{m}, \gamma = 800 \text{ kg/m}^3, \psi = 16^\circ, \phi = 20^\circ, \chi = 30^\circ$$

На рисунках 7 – 8 представлены графики сравнения теоретических кривых (непрерывные линии) и экспериментальных значений. При этом экспериментальные данные взяты из [22].

На рис. 7 представлена зависимость горизонтального давления на стену круглого железобетонного силоса высотой $H = 21$ м и радиусом $R = 3,25$ м.

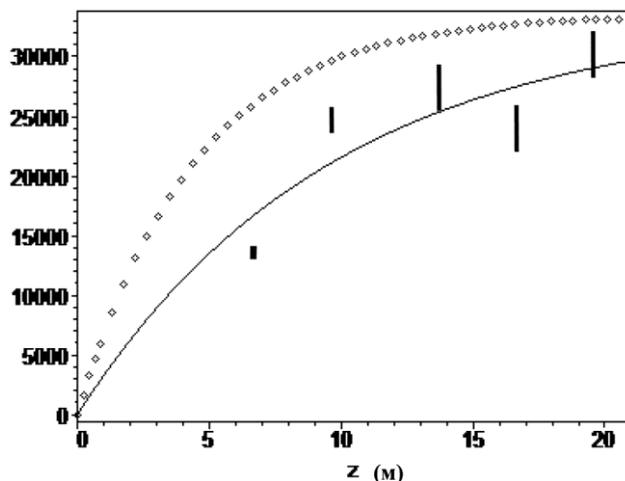


Рис. 7. Теоретическое горизонтальное стационарное (сплошная линия) и равновесное (линия из точек) давление в круглом железобетонном силосе ($H = 21$ м $R = 3,25$ м $\chi = 30^\circ$, $\varphi = 20^\circ$, $\psi = 20^\circ$).

Вертикальные линии - разброс экспериментальных значений

Fig. 7. Theoretical horizontal stationary (solid line) and equilibrium (line of dots) pressure in a circular, reinforced concrete silos ($H = 21$ m, $R = 3,25$ m, $\chi = 30^\circ$, $\varphi = 20^\circ$, $\psi = 20^\circ$).

Vertical lines the spread of experimental values

На рис. 8 представлена зависимость силы давления на дно стального круглого силоса, высотой $H = 6$ м и радиусом $R = 0,5$ м.

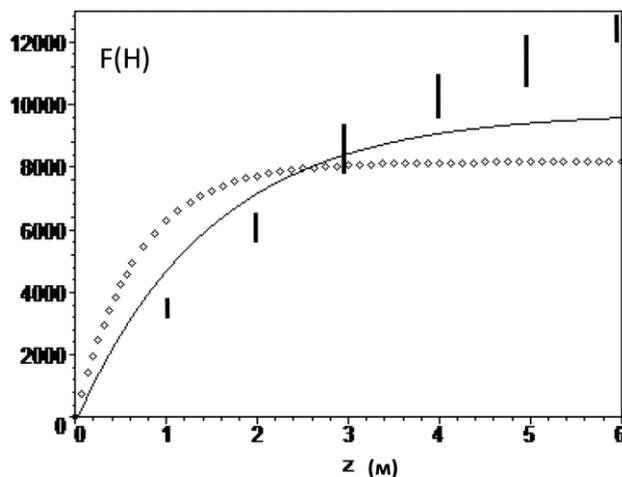


Рис. 8. Теоретическая сила давления на дно стального круглого силоса ($H = 6$ м $R = 0,5$ м) от высоты засыпки. Сплошная линия - стационарное состояние, линия из точек – равновесное ($\chi = 30^\circ$, $\varphi = 20^\circ$, $\psi = 20^\circ$).

Вертикальные линии - разброс экспериментальных значений

Fig. 8. The theoretical pressure force to the bottom steel round silo ($H = 6$ m $R = 0.5$ m) to the height of backfill.

The solid line is the steady state, a dotted outline – the equilibrium ($\chi = 30^\circ$, $\varphi = 20^\circ$, $\psi = 20^\circ$).

Vertical lines - the spread of experimental values

На рис. 9 представлена зависимость силы трения, действующей на боковую стенку стального круглого силоса, высотой $H = 6$ м, радиусом $R = 0,5$ м. Как видно из рисунков, разброс экспериментальных данных достаточно велик. Кроме того, как отмечается в цитируемом источнике [22], само горизонтальное давление разное по разным направлениям на стороны света.

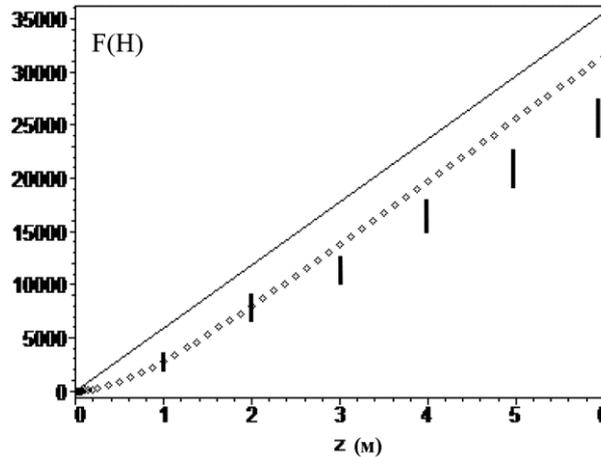


Рис. 9. Зависимость силы трения на боковую стенку круглого, стального силоса ($H = 6$ м, $R = 0,5$ м, $\chi = 30^\circ$, $\varphi = 20^\circ$, $\psi = 16^\circ$) от высоты засыпки. Стационарное состояние - сплошная линия, равновесное - линия из точек. Вертикальные линии - разброс экспериментальных значений
 Fig. 9. The dependence of the friction force on the side wall round steel silo ($H = 6$ m, $R = 0.5$ m, $\chi = 30^\circ$, $\varphi = 20^\circ$, $\psi = 16^\circ$) of the height of the backfill. Stationary state - a solid line, the equilibrium line of dots. Vertical lines the spread of experimental values

Очевидно, что этот разброс экспериментальных значений связан с процессами уплотнения сыпучего материала, со временем его выдержки в силосе, а также с тем, с какого направления идут микровибрации сейсмического или техногенного характера. Сыпучий материал в силосе все время находится в промежуточном положении между стационарными и равновесными состояниями. Кроме того, сами параметры сыпучего материала (насыпная плотность, углы внешнего и внутреннего трения) являются некоторыми обобщенными, мало соответствующими конкретному сыпучему материалу и, к тому же, меняющимися с течением времени. Поэтому более точного согласия с экспериментальными данными ожидать трудно. Но из сравнения с экспериментальными данными, все же можно сделать вывод, что состояние сыпучего материала ближе к стационарному состоянию, чем к равновесному.

2. Давление сыпучего материала в коническом бункере.

Исследуем давление в сыпучем материале, находящемся в коническом бункере (рис. 10).

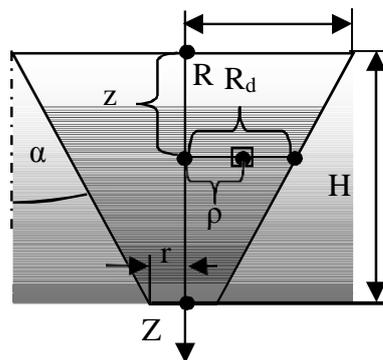


Рис. 10. Параметры конического осесимметричного бункера
 Fig. 10. Parameters of conical axisymmetric hopper

Уравнение (1) для силоса будет справедливо и в данном случае. Проинтегрируем это уравнение по координате ρ в пределах от 0 до R_d :

$$0 = \pi \cdot \gamma \cdot g \cdot R_d^2 \cdot dz - \pi \cdot R_d^2 \cdot dz \cdot (1 + \mu_i^2) \cdot \frac{\partial P_z}{\partial z} + C \quad (12)$$

Отметим еще раз, что уравнение (12) справедливо на поверхности $\rho = R_d$. Очевидно, что константа интегрирования – C (по аналогии со щелевым бункером) по физическому смыслу представляет собой силу трения, действующую на боковую поверхность элементарного слоя со стороны стенки силоса. То есть, выражение для константы будет иметь аналогичный вид:

$$C = -\mu_e \cdot P_z \cdot (1 - (1 - k) \cdot \cos\alpha) \cdot 2\pi \cdot R_d \cdot dz \quad (13)$$

В выражениях (12) и (13) R_d – точка на боковой поверхности бункера (рис. 10), связанная с координатой z соотношением:

$$R_d = R - b \cdot z \quad (14)$$

Здесь, как и раньше, для сокращения записи введен параметр $b = \operatorname{tg}\alpha$.

Подставим теперь (14) и (13) в (12):

$$0 = \pi \cdot \gamma \cdot g \cdot R_d^2 \cdot dz - \pi \cdot R_d^2 \cdot dz \cdot (1 + \mu_i^2) \cdot \frac{\partial P_z}{\partial z} - 2\pi \cdot R_d \cdot \mu_e \cdot R_z (1 - (1 - k) \cdot \cos\alpha) \cdot dz$$

Преобразуем полученное выражение:

$$\frac{\partial P_z}{\partial z} + \frac{2 \cdot \mu_e \cdot (1 - (1 - k) \cdot \cos\alpha)}{R_d^2 \cdot (1 + \mu_i^2)} \cdot P_z - \frac{\gamma \cdot g}{1 + \mu_i^2} \quad (15)$$

Если стенки вертикальны – $\alpha = 0$, то уравнение (15) переходит в уравнение (4).

Решение уравнения (15) имеет вид:

$$P_z = C \cdot (-R + b \cdot z)^{\frac{2 \cdot A}{b}} + \frac{\gamma \cdot g \cdot (-R + b \cdot z)}{(1 + \mu_i^2) \cdot (-2 \cdot A + b)}$$

где A , для сокращения записи, имеет вид:

$$b = \operatorname{tg}\alpha \quad A = \frac{\mu_e \cdot (1 - (1 - k) \cdot \cos\alpha)}{1 + \mu_i^2}$$

Из условия, что на поверхности бункера давление равно нулю, найдем константу интегрирования C :

$$C = \frac{\gamma \cdot g \cdot R}{(2 \cdot A - b) \cdot (1 + \mu_i^2)} \cdot (-R)^{\frac{2 \cdot A}{b}}$$

С учетом значения константы C , выражение для вертикального давления в бункере будет иметь вид:

$$P_z(z) = -(-R + b \cdot z)^{\frac{2 \cdot A}{b}} \cdot \frac{\gamma \cdot g \cdot R}{(2 \cdot A - b) \cdot (1 + \mu_i^2)} \cdot (-R)^{\frac{2 \cdot A}{b}} - \frac{\gamma \cdot g \cdot (-R + b \cdot z)}{(2 \cdot A - b) \cdot (1 + \mu_i^2)}$$

Преобразовывая это выражение, получим:

$$P_z(z) = \frac{B \cdot R}{2 \cdot A - b} \cdot \left(1 - \frac{b \cdot z}{R}\right) \cdot \left(1 - \left(1 - \frac{b \cdot z}{R}\right)^{\frac{2 \cdot A}{b} - 1}\right) \quad (16)$$

Выражение (16) описывает вертикальную компоненту давления в коническом бункере. Оно подобно аналогичному выражению, описывающему давление в щелевом бункере. Поэтому можно сказать, что оно описывает давление в стационарном состоянии.

В равновесном состоянии, при $\mu_i \rightarrow 0$, $\chi \rightarrow 0$, $k \rightarrow 1$, $A \rightarrow \mu_e$, давление в коническом бункере будет выражаться как:

$$P_{\circ}(z) = \frac{\gamma \cdot g \cdot R}{2 \cdot \mu_e - b} \cdot \left(1 - \frac{b \cdot z}{R}\right) \cdot \left(1 - \left(1 - \frac{b \cdot z}{R}\right)^{\frac{2 \cdot \mu_e}{b} - 1}\right) \quad (17)$$

Из выражения (17) видно, что при $b \rightarrow 2\mu_e$, $\alpha \rightarrow \operatorname{arctg}(2 \operatorname{arctg}\varphi)$ возникает неопределенность, типа $0/0$. Раскрыв ее по правилу Лопиталья, получим:

$$P_{okp} = - \frac{\gamma g R}{b} \cdot \left(1 - \frac{bz}{R}\right) \cdot \ln \left(1 - \frac{bz}{R}\right) \quad (18)$$

На рисунке 11 приведены кривые равновесного давления в коническом бункере (сплошные линии), рассчитанные по формуле (17), и кривая критического равновесного давления (линия из точек $b = 2\mu_e$), рассчитанная по формуле (18).

Мы видим, что никаких разрывов не наблюдается.

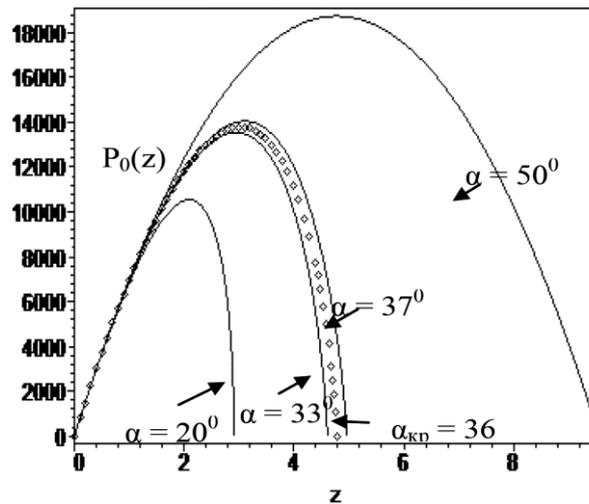


Рис. 11. Кривые равновесного давления в коническом бункере (сплошные линии) при разных углах наклона стенки и кривая критического равновесного давления ($b = 2\mu\epsilon$) в том же бункере (кривая из точек).

$R = 3,5 \text{ м}, \psi = 16^\circ, \phi = 20^\circ, \chi = 30^\circ, \gamma = 800 \text{ кг / м}^3$

Fig. 11. Curves of equilibrium pressure in a conical hopper (solid lines) at different angles of inclination of the wall and the curve of the critical equilibrium pressure ($b = 2\mu\epsilon$) in the same bunker (curve of dots).

$R = 3.5 \text{ m}, \psi = 16^\circ, \phi = 20^\circ, \chi = 30^\circ, \gamma = 800 \text{ kg / м}^3$

На рис. 12 приведены кривые вертикального (сплошная линия) и горизонтального (пунктирная линия) давления в стационарном состоянии и давление в равновесном состоянии (линия из точек) для конического бункера.

Это указывает на то, что в стационарном состоянии давление на стены меньше, чем в равновесном состоянии. Отметим что здесь, также как и в силосе, вертикальное давление в стационарном состоянии больше давления в равновесном состоянии. В то же время горизонтальное давление в стационарном состоянии меньше давления в равновесном состоянии.

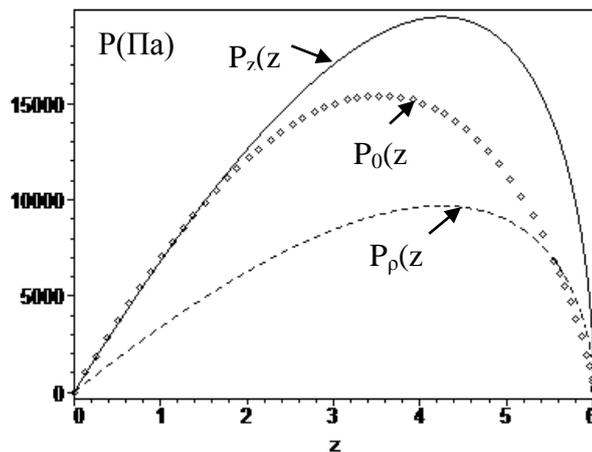


Рис. 12. Вертикальное (сплошная линия) и горизонтальное (пунктирная линия) давление в коническом бункере в стационарном случае и давление в равновесном состоянии

(линия из точек) $R = 3,5 \text{ м}, \psi = 16^\circ, \phi = 20^\circ, \chi = 30^\circ, \gamma = 800 \text{ кг / м}^3$

Fig. 12. Vertical (solid line) and horizontal (dotted line) pressures in a conical hopper in the stationary case, and the pressure in the equilibrium state (line of dots)

$R = 3.5 \text{ m}, \psi = 16^\circ, \phi = 20^\circ, \chi = 30^\circ, \gamma = 800 \text{ kg / м}^3$

На рис. 13 представлены графики зависимости вертикального давления вдоль стенки от координаты z для щелевого (сплошная линия) и конического (линия из точек) бункеров. При этом параметры бункеров одинаковы: $L = R = 3,5$ м, одинаков и угол наклона стенки $\alpha = 30^\circ$, одинаков и сыпучий материал в бункерах.

Заметим, что графики подобны, хотя есть различия и количественные (давление в щелевом бункере больше давления в коническом) и качественные (максимум давления в щелевом бункере сдвинут ближе к выходному отверстию). Однако здесь различий меньше, чем в случае прямоугольной траншеи и круглого силоса.

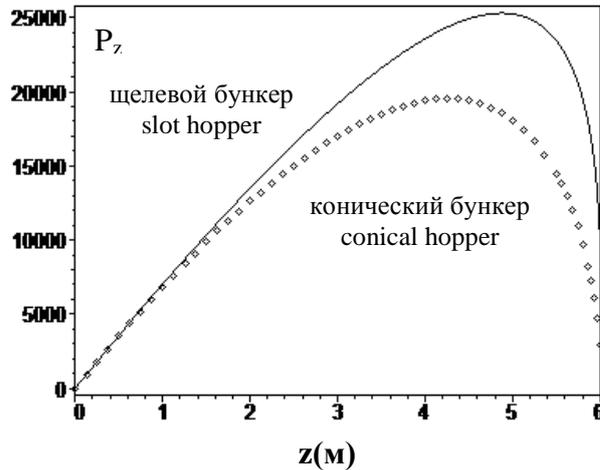


Рис. 13. Вертикальное давление в щелевом (сплошная линия) и в коническом (линия из точек) бункерах $L = R = 3,5$ м, $\alpha = 30^\circ$, $\gamma = 800$ кг / м³, $\psi = 16^\circ$, $\phi = 20^\circ$, $\chi = 30^\circ$

Fig. 13. Vertical pressure in the slot (solid line) and conical (line of dots) in bins of $L = R = 3.5$ m, $\alpha = 30^\circ$, $\gamma = 800$ kg / m³, $\psi = 16^\circ$, $\phi = 20^\circ$, $\chi = 30^\circ$

Из уравнения (16) следует, что также как и в случае щелевого бункера, при $\alpha \rightarrow 0$ решение (16) переходит в решение (5) для круглого силоса.

Если стенка бункера абсолютно гладкая, то выражение (16) преобразуется к виду: То есть, найдем значение выражения:

$$\Delta = F_T - F_B - F_{TP.B} \quad (19)$$

Рассчитаем составляющие уравнения (19).

Давление на стены конического бункера определяется выражениями (16):

$$P_n(z) = \frac{\alpha \cdot B \cdot R}{2 \cdot A - b} \cdot \left[\left(1 - \frac{b \cdot z}{R} \right) \left(1 - \frac{b \cdot z}{R} \right)^{\frac{2 \cdot A}{b} - 1} \right] \quad (20)$$

где $\alpha = 1 - (1 - k) \cdot \cos \alpha$.

$$\lim_{A \rightarrow \infty} P_z(z) = \frac{\gamma \cdot g \cdot R}{-b \cdot (1 + \mu_i^2)} \cdot \left(\frac{R - b \cdot z}{R} \right) = \frac{\gamma \cdot g \cdot R}{b \cdot (1 + \mu_i^2)} \cdot z \cdot \frac{b}{R} = \frac{\gamma \cdot g}{1 + \mu_i^2} \cdot z$$

При $\mu_i \rightarrow 0$ выражение (16) переходит в формулу гидростатического давления.

Посмотрим, выполняется ли условие равновесия сыпучего материала в коническом бункере.

Для этого, как обычно, найдем разность Δ между силой тяжести F_T сыпучего материала в бункере и суммой сил вертикальной компоненты силы трения о боковую стенку $F_{TP.B}$ и вертикальной компонентой силы реакции стенок бункера F_B .

Сила тяжести F_T сыпучего материала в коническом бункере будет определяться как:

$$F_T = \frac{1}{3} \gamma \cdot g \cdot \pi \cdot (R^2 \cdot H - (R - b \cdot h)^2 \cdot (H - h))$$

где h – мощность пласта (рис. 14).

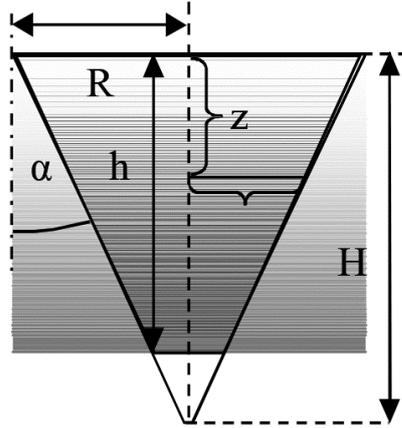


Рис. 14. Пласт сыпучего материала в коническом бункере
 Fig. 14. The layer of granular material in a conical hopper

Вертикальная компонента dF_B силы реакции стенки бункера будет равна:

$$dF_B = P_n \cdot \frac{dz}{\cos \alpha} \cdot 2\pi \cdot r \cdot \sin \alpha$$

Значение текущего радиуса определяется выражением:

$$r = R - z \cdot \operatorname{tg} \alpha = R - b \cdot z$$

Силы реакции стенки конического бункера, действующая на весь пласт, будет равна:

$$F_B = 2\pi \cdot R \cdot b \cdot \int_0^h \left(1 - \frac{b \cdot z}{R}\right) \cdot P_n \cdot dz$$

Произведя интегрирование, получим:

$$F_B = \frac{2\pi \cdot a \cdot B \cdot R^3}{3 \cdot (2 \cdot A - b)} \cdot \left(1 - (1 - b \cdot x)^3 + \frac{3 \cdot b}{2 \cdot (A + b)} \cdot ((1 - b \cdot x)^{\frac{2A}{b} + 2} - 1)\right)$$

где x - безразмерная переменная: $x = h / R$.

Соответственно, сила трения F_{TP} , также, как и для щелевого бункера, будет равна:

$$F_{TP} = F_B \cdot \frac{\mu_e}{b}$$

Следовательно, полная сила сопротивления, действующая на пласт, будет равна:

$$F_B \cdot \left(1 + \frac{\mu_e}{b}\right)$$

В этом случае, условие (19) запишется в виде:

$$\Delta = F_T - F_B - F_{TP,B} = \frac{1}{3} \gamma \cdot g \cdot \pi \cdot R^3 \cdot \left(\frac{1}{b} - (1 - b \cdot x)^2 \cdot \left(\frac{1}{b} - x\right)\right) - \frac{2\pi \cdot a \cdot B \cdot R^3}{3 \cdot (2 \cdot A - b)} \cdot \left(1 - (1 - b \cdot x)^3 + \frac{3 \cdot b}{2 \cdot (A + b)} \cdot ((1 - b \cdot x)^{\frac{2A}{b} + 2} - 1)\right) \cdot \left(1 + \frac{\mu_e}{b}\right)$$

Максимальное значение безразмерной переменной $x_m = 1 / b$. При этом условии (19) примет вид:

$$\Delta = F_T - F_B - F_{TP,B} = \frac{1}{3} \gamma \cdot g \cdot \pi \cdot R^3 \cdot \frac{1}{b} - \frac{2\pi \cdot a \cdot B \cdot R^3}{3 \cdot (2 \cdot A - b)} \cdot \left(1 - \frac{3 \cdot b}{2 \cdot (A + b)}\right) \cdot \left(1 + \frac{\mu_e}{b}\right)$$

В равновесном состоянии $B \rightarrow \gamma g A \rightarrow \mu_e a \rightarrow l$. В этом случае уравнение (19) примет вид:

$$\Delta = F_T - F_B - F_{TP,B} = \frac{1}{3} \gamma \cdot g \cdot \pi \cdot R^3 \cdot \frac{1}{b} \cdot \left(1 - \frac{2 \cdot (\mu_e + b)}{(2 \cdot \mu_e - b)} \cdot \frac{(2 \cdot \mu_e - b)}{2 \cdot (\mu_e + b)}\right) = 0$$

Обсуждение результатов. Таким образом, получили обычный результат: в равновесном состоянии сила тяжести в точности равна сумме сил трения о стенки бункера плюс сила реакции со стороны этих стенок. Во всех остальных случаях $\Delta > 0$.

Однако необходимо учитывать, что это чисто формальный вывод. Действительно, если начнется движение вниз пласта сыпучего материала, то возникнет смещение частиц сыпучего

материала друг относительно друга (ведь бункер суживается к низу). Следовательно, возникнут силы внутреннего, сухого трения, против которых будет совершаться работа за счет силы тяжести, которая не учитывалась в данном выводе.

Для нахождения общего решения, разобьем весь объем конического бункера, также, как и для щелевого, на такие же две области I и II (рис. 15).

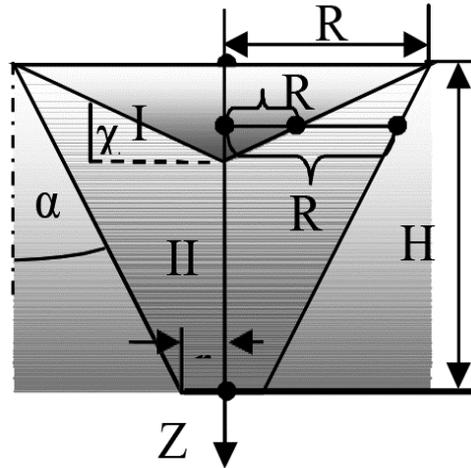


Рис. 15. Области бункера
 Fig. 15. Regions of the hopper

Это необходимо сделать для удовлетворения граничному условию на поверхности бункера и дальнейшего введения зависимости от горизонтальной координаты ρ .

При этом решение в области I будет иметь такой же вид, как и для силоса в той же области I - (9):

$$P_z^I(z) = B \cdot z$$

Решение в области II представим в виде:

$$P_z^{II}(z) = \frac{B \cdot R}{2 \cdot A - b} \cdot \left(1 - \frac{b \cdot z}{R} \cdot \left(1 - \frac{R_d - \rho}{R_d - R_b} \right) \right) \cdot \left(1 - \left(1 - \frac{b \cdot z}{R} \cdot \left(1 - \frac{R_d - \rho}{R_d - R_b} \right) \right)^{\frac{2A-1}{b}} \right) + B \cdot \frac{R_d - \rho}{R_d - R_b} \cdot z \quad (21)$$

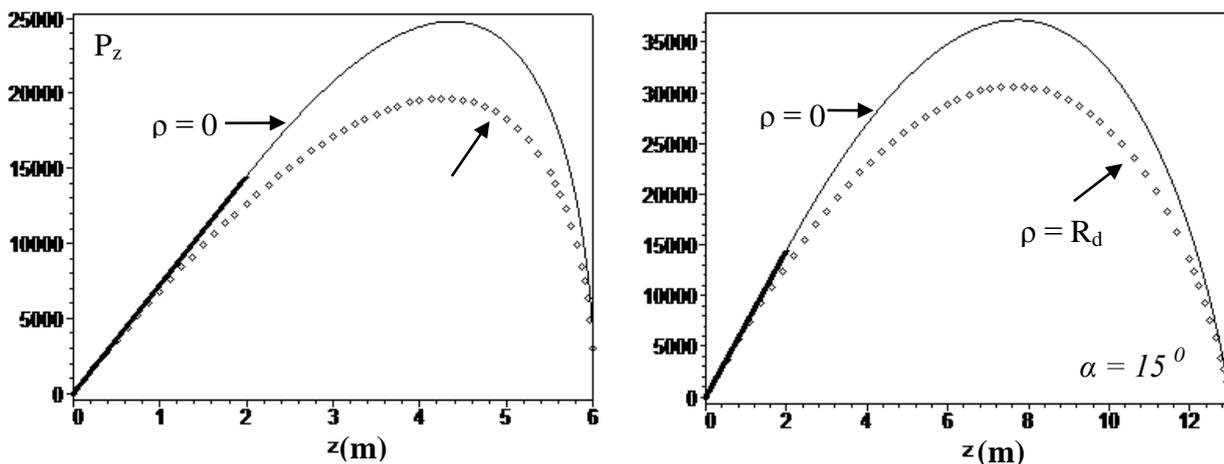


Рис. 16. Вертикальное давление в коническом бункере вдоль осевой и образующей боковую поверхность линий при различных углах наклона стенки бункера
 α ($\gamma = 800 \text{ кг/м}^3$, $\psi = 16^\circ$, $\phi = 20^\circ$, $\chi = 30^\circ$, $R = 3,5 \text{ м}$)

Fig. 16. Vertical pressures in a conical hopper along the axis and forming the side surface lines at various angles of inclination of the hopper walls
 α ($\gamma = 800 \text{ kg/m}^3$, $\psi = 16^\circ$, $\phi = 20^\circ$, $\chi = 30^\circ$, $R = 3.5 \text{ м}$)

В таком виде решение (21) удовлетворяют граничному условию на поверхности бункера. Решение (21) на границе областей, при $\rho = R_b$ переходит в решение (9) и при $\rho = R_d$ переходит в решение (16). На рис. 16 приведены графики зависимости вертикального давления

от координаты z для конического бункера с углом наклона 30° и 15° . При этом сплошная кривая отображает ход давления по центру бункера, а кривая из точек - по его боковой поверхности. Выделенная темным цветом прямая соответствует решению в области I . Как видно из графиков (рис. 16), угол наклона влияет на величину давления и его характер зависимости от координаты. Кроме того, из рис. 16 следует, что вертикальное давление в центре конического бункера превышает давление на его поверхности.

Исследуем теперь характер расположения изолиний давления в коническом бункере. При этом, во-первых, можно рассмотреть давление $P_{\Pi}(\rho, z)$, действующее на площадку, ориентированную перпендикулярно направлению на точку симметрии конического бункера (точка Π на рис. 17).

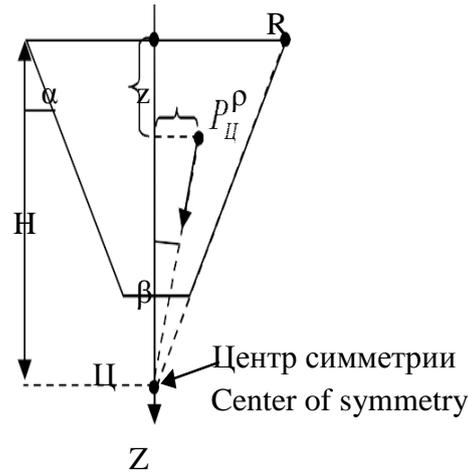


Рис. 17. Ориентация давления P_{Π} и угол β
 Fig. 17. The orientation of the pressure P_{Π} and the angle β

Это направление выбрано из следующих соображений. При истечении сыпучего материала из бункера, осредненные траектории частиц могут представлять собой непересекающиеся прямые направленные в точку симметрии конического бункера. Вследствие этого, можно рассмотреть именно это направление давления. В этом случае именно оно будет создавать форму поверхности движущегося пласта. При этом можно сказать, что изолиния этого давления будет в значительной степени совпадать с формой поверхности движущегося пласта. Если изолиния будет иметь форму свода, то и поверхность пласта будет иметь форму свода, и возможна остановка истечения сыпучего материала.

Соответственно давление, действующее на площадку, ориентированную вдоль направления на точку симметрии бункера, обозначим как:

Формулы для расчета давлений $P_{\Pi}(\rho, z)$ и запишем в виде:

$$P_{\Pi}(\rho, z) = P_z^{\Pi}(\rho, z) \left(1 - \left(1 - \frac{\mu^i}{\text{tg}\alpha}\right) \sin\beta\right); \quad P_{\text{нп}}(\rho, z) = P_z^{\Pi}(\rho, z) \left(1 - \left(1 - \frac{\mu^i}{\text{tg}\alpha}\right) \cos\beta\right) \quad (22)$$

Здесь, согласно рис. 17, тригонометрические функции угла β определяются выражениями:

$$\sin\beta = \frac{\rho}{\sqrt{\rho^2 + \left(\frac{R}{\text{tg}\alpha} - z\right)^2}}; \quad \cos\beta = \frac{\frac{R}{\text{tg}\alpha} - z}{\sqrt{\rho^2 + \left(\frac{R}{\text{tg}\alpha} - z\right)^2}}; \quad (23)$$

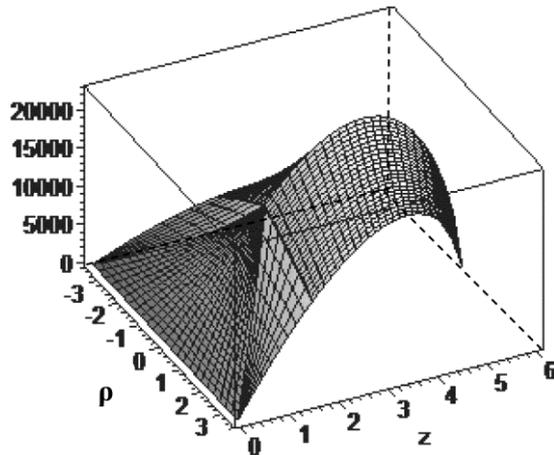


Рис. 18. Трехмерный график зависимости давления $P_{II}(\rho, z)$. ($\gamma = 800 \text{ кг / м}^3$, $\psi = 16^\circ$, $\varphi = 20^\circ$, $\chi = 30^\circ$, $\alpha = 30^\circ$, $R = 3,5 \text{ м}$)
 Fig. 18. Three-dimensional graph of pressure $P_{II}(\rho, z)$. ($\gamma = 800 \text{ кг / м}^3$, $\psi = 16^\circ$, $\varphi = 20^\circ$, $\chi = 30^\circ$, $\alpha = 30^\circ$, $R = 3.5 \text{ м}$)

На рис. 18 представлен трехмерный график давления $P_{II}(\rho, z)$ (давления, направленного к центру симметрии) для сыпучего материала в коническом бункере в областях I и II. Как видно, давление в центре превышает давление вдоль стен. Также достаточно видна хорошая «сшиваемость» решений. Но осредненные траектории движения частиц могут иметь форму прямых, параллельных боковой поверхности бункера – пересекающиеся траектории. В этом случае удобно рассматривать давления параллельное – $P_{II}(\rho, z)$ и перпендикулярное боковой стенке бункера – $P_N(\rho, z)$. Они будут рассчитываться по формулам:

$$P_{II}(\rho, z) = P_z^{II}(\rho, z) \cdot \left(1 - \left(1 - \frac{\mu_i}{tg\chi}\right) \cdot \sin\alpha\right); \quad P_N(\rho, z) = P_z^{II}(\rho, z) \cdot \left(1 - \left(1 - \frac{\mu_i}{tg\chi}\right) \cdot \cos\alpha\right) \quad (24)$$

На рис. 19 представлены изолинии давлений $P_{II}(\rho, z)$ и $P_N(\rho, z)$, рассчитанные по формулам (24).

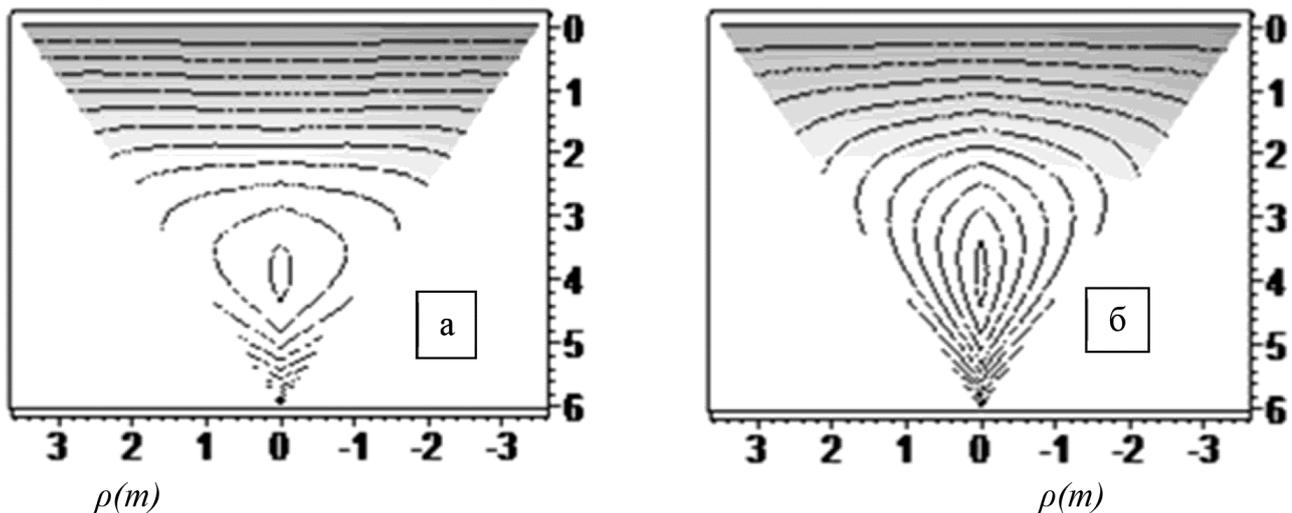


Рис. 19. Изолинии давления $P_{II}(\rho, z)$ (а) и $P_{NII}(\rho)$ (б) в коническом бункере $R = 3,5 \text{ м}$; $\psi = 16^\circ$; $\varphi = 20^\circ$; $\chi = 30^\circ$; $\gamma = 800 \text{ кг / м}^3$; $\alpha = 30^\circ$.
 Fig. 19. Contours of pressure $P_{II}(\rho, z)$ (a) and $P_{NII}(\rho)$ (b) in a conical hopper $R = 3.5 \text{ м}$; $\psi = 16^\circ$; $\varphi = 20^\circ$; $\chi = 30^\circ$; $\gamma = 800 \text{ кг / м}^3$; $\alpha = 30^\circ$

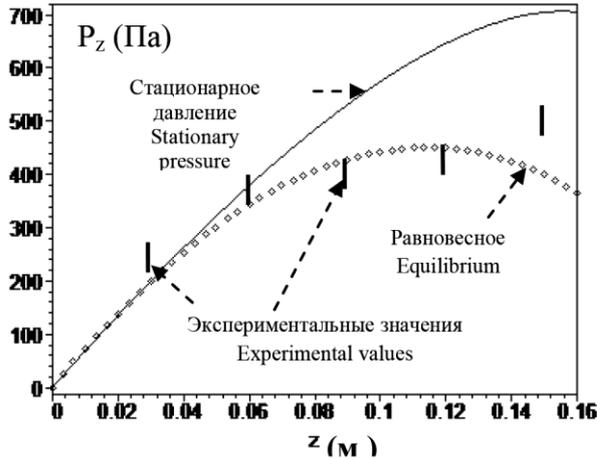


Рис. 20.а. Давление на дно бункера, $r = 2\text{ см}$, $\alpha = 35^\circ$. Пшеница $\phi = 20^\circ$, $\psi = 16^\circ$, $\chi = 30^\circ$, $\gamma = 770\text{ кг/м}^3$, Равновесное давление - линия из точек, стационарное давление - сплошная линия. Экспериментальные значения – выделенные, вертикальные линии.
 Fig. 20. a. The pressure on the bottom of the hopper, $r = 2\text{ cm}$, $\alpha = 35^\circ$. Wheat $\phi = 20^\circ$, $\psi = 16^\circ$, $\chi = 30^\circ$, $\gamma = 770\text{ kg/m}^3$, the Equilibrium pressure of a line of points, a stationary pressure - solid line. Experimental values – highlighted vertical line.

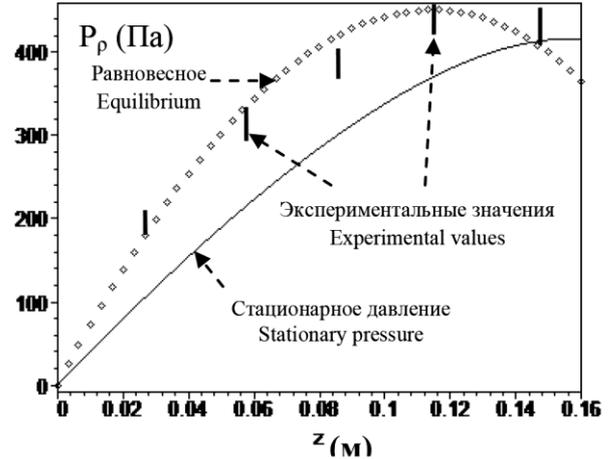


Рис. 20.б. Давление на боковую стенку бункера, $r = 2\text{ см}$, $\alpha = 35^\circ$. Пшеница $\phi = 20^\circ$, $\psi = 16^\circ$, $\chi = 30^\circ$, $\gamma = 770\text{ кг/м}^3$, Равновесное давление - линия из точек, стационарное давление - сплошная линия. Экспериментальные значения – выделенные, вертикальные линии.
 Fig. 20. b. The pressure on the side wall of the hopper, $r = 2\text{ cm}$, $\alpha = 35^\circ$. Wheat $\phi = 20^\circ$, $\psi = 16^\circ$, $\chi = 30^\circ$, $\gamma = 770\text{ kg/m}^3$, the Equilibrium pressure of a line of dots, stationary pressure solid line. Experimental values – highlighted vertical line.

Мы видим, что в коническом бункере изолинии давления также представляют собой кривые, представляющие собой части окружности. Следовательно, и здесь происходит образование сводчатых структур, тормозящих истечение сыпучего материала из бункера. Результаты сравнения теоретических расчетов с экспериментальными данными, взятыми из [22] для модели бункера малых размеров, представлены на рис. 20.

Как видно из рис.20, в пределах точности экспериментальных данных, а также усредненных параметрах сыпучего материала, согласие можно считать вполне удовлетворительным, гораздо лучшим, чем на рис. 7 – 9. Вероятно, это можно объяснить тем, что в модели бункера малых размеров процессы уплотнения сыпучего материала завершаются за гораздо меньший промежуток времени, чем в реальном бункере. Кроме того, из данных рис. 20 следует, что в этом случае, состояние сыпучего материала ближе к равновесному состоянию, чем к стационарному, что вполне естественно.

Вывод. Из всего изложенного вытекает, в сыпучем материале, находящемся в некоторой ёмкости, образуются статические своды, которые переходят в динамические своды при его истечении. Эти своды тормозят истечение, уменьшая его скорость, тем самым понижая экономическую эффективность различных технологических процессов, имеющих в своём составе бункерные устройства.

Библиографический список:

1. Coulomb. Application des regles de maximisetminimis a quelquesproblemes de statique relatifs a J'architecture. Mem des Savants Etrangers de J'acad d / Coulomb // Sc. de Paris, 1773.
2. Малышев М.В. Об определении угла внутреннего трения и сцепления предельно напряженной сыпучей среды / М.В. Малышев // Изв. АН СССР. Сер. ОТН. – 1954.- № 7. – С. 18-21.
3. Клейн Г.К. Строительная механика сыпучих тел / Г.К. Клейн. - М.: Госстройиздат, 1956. – 252 с.
4. Соколовский В.В. Статика сыпучей среды / В.В. Соколовский. – М.: Физматгиз, 1960. – 186 с.
5. Соловых С.Ф. О связи напряженного состояния сыпучего тела с формой движения его в силосе / С.Ф. Соловых

// Изв. вузов. Строительство и архитектура. – 1962. - № 5. - С. 22-25.

6. Ехансон. А.И. Поля напряжений и скоростей при гравитационном течении масс / А.И. Ехансон // Прикладная механика. – 1964. - № 3. – С. 149.
7. Гениев Г.А. Об одном варианте течения сыпучей среды / Г.А. Гениев // Строительная механика. – 1965. - № 6. – С. 23-26.
8. Дерсевич Г. И. Механика зернистой среды / Г.И. Дерсевич // Проблемы механики. – М., 1961. - Вып. III. – 368 с.
9. Jenkin C.F. Pressure Exerted by Granular Material an Application of the Principles of Dilatancy / C.F. Jenkin // Proceedings pf Royal Society of London. Ser. A. - 1931. - Vol. 131. - P. 53-89.

10. Гячев Л.В. О механической модели сыпучего тела / Л.В. Гячев // Механика сыпучих материалов: тез. докл. Всесоюз. конф. – Одесса, 1975. – С. 3-4.
11. Гячев Л.В. Движение сыпучих материалов в трубах и бункерах / Л.В. Гячев. – М.: Машиностроение, 1968. – 184 с.
12. Keller H. Das Schuttgutmodell von L.V.Gjachev zur Beschreibung der Gesetzmäßigkeiten der Bunkerungskohasionsloser Schuttgutter und seine experimentelle Überprüfung / H. Keller. – Weimar, 1982. – 76 s.
13. Keller H. Korrekturformeln zur Theorie des Schuttgutausschlusses aus Bunkern von L.V.Gjachev / H. Keller // Wissenschaftliche Zeitschrift der Hochschule für Architektur und Bauwesen. – Weimar, 1987. – Raie B.h. 5/6. – S. 292-295.
14. Keller H. Beiträge zum Schuttgutausschub aus Behältern: Dissertationen / H. Keller. – Weimar, 1989. – 238 s.
15. Богомягих В.А., Ялтанцев В.Г. Зыков В.А. Процесс образования сводов в силосах и бункерах при истечении сыпучих материалов // Механика деформируемых систем в сельхозмашиностроении. – Ростов – н/Д, 1974. С. 115 – 119.
16. Богомягих В.А., Пепчук А.П. Интенсификация разгрузки бункерных устройств в условиях сводообразования зернистых материалов. – Зерноград, 1997. – 161 с.
17. Богомягих В.А., Кунаков В.С. Расчет параметров и режимов работы сводоразрушающих устройств. // Труды

References:

1. Coulomb C.-A. Essai sur une application des règles de maximis et de minimis à quelques problèmes de Statique relatifs à l'Architecture. Mémoires de l'Académie royale des sciences de Paris (Savants étrangers). Paris; 1773.
2. Malyshev M.V. Ob opredelenii ugla vnutrennego treniya i stsepleniya predel'no napryazhennoi sypuchej sredy. Izv. AN SSSR. Ser. OTN. 1954;7:18-21. [Malyshev M.V. On the determination of the angle of internal friction and the adhesion of an extremely stressed loose medium. Izv. AN SSSR. Ser. OTN. 1954;7:18-21. (In Russ.)]
3. Klein G.K. Stroitel'naya mekhanika sypuchikh tel. M.: Gosstoriizdat; 1956. 252 s. [Klein G.K. Construction mechanics of loose bodies. M.: Gosstoriizdat; 1956. 252 p. (In Russ.)]
4. Sokolovskii V.V. Statika sypuchej sredy. M.: Fizmatgiz; 1960. 186 s. [Sokolovskii V.V. Statistics of the loose medium. M.: Fizmatgiz; 1960. 186 p. (In Russ.)]
5. Solovykh S.F. O svyazi napryazhennogo sostoyaniya sypuchego tela s formoi dvizheniya ego v silose. Izv. vuzov. Stroitel'stvo i arkhitektura. 1962;5:22-25. [Solovykh S.F. On the relationship between the stressed state of a loose body and the form of its movement in a silage. News of higher educational institutions. Construction. 1962;5:22-25. (In Russ.)]
6. Ekhanon A.I. Polya napryazhenii i skorostei pri gravitatsionnom techenii mass. Prikladnaya mekhanika. 1964;3:149. [Ekhanon A.I. Fields of stresses and velocities in the gravitational flow of masses. International Applied Mechanics. 1964;3:149. (In Russ.)]
7. Geniev G.A. Ob odnom variante techeniya sypuchej sredy. Stroitel'naya mekhanika. 1965;6:23-26. [Geniev G.A. About a version of the loose medium flow. Structural Mechanics and Analysis of Constructions. 1965;6:23-26. (In Russ.)]
8. Dersevich G. I. Mekhanika zernistoi sredy. Problemy mekhaniki. Vyp. III. M.: 1961. 368 s. [Dersevich G. I. Mechanics of a granular medium. Issues of Mechanics. Vol. III. M.: 1961. 368 p. (In Russ.)]
9. Jenkin C.F. Pressure Exerted by Granular Material an Application of the Principles of Dilatancy. Proceedings of Royal Society of London. Ser. A. 1931;131:53-89.
10. Gyachev L.V. O mekhanicheskoi modeli sypuchego tela. Tezisy dokladov Vsesoyuznoy konferentsii "Mekhanika

- Международной конференции по динамике технологических систем. Ростов – н/Д, 1997, с. 85 – 87.
18. Федосеев В.Б., Зацаринная И.А. К определению законов моментов образования и разрушения динамических сводов при установившемся режиме истечения зернистых материалов. // Вестник аграрной науки Дона: теоретический и научно-практический журнал. – Зерноград: ФГОУ ВПО АЧГАА, 2010. – Вып. 3. – С. 64 – 68.
19. Федосеев В.Б., Зацаринная И.А., Титученко А.А. Марковский процесс неустойчившегося режима истечения сыпучего материала. Труды Кубанского государственного аграрного университета. – Краснодар: ФГОУ ВПО КубГАУ, 2011. – Вып. 2 (29). С. 188 – 192.
20. Федосеев В.Б., Зацаринная И.А. Стохастический характер образования динамических сводов при установившемся режиме истечения сыпучих материалов из бункеров. Вестник Мичуринского государственного аграрного университета. – Мичуринск: ФГОУ ВПО МичГАУ, 2011. - №1, ч. 1. С. 196 – 199.
21. Мурадова С.Ш., Федосеева Л.В. Воздействие сыпучих материалов на стенки щелевых бункеров. – Вестник Дагестанского государственного технического университета. Технические науки. – том 44, №3, 2017. – С. 24 – 38.
22. Ким В.С. Давление зерна и совершенствование конструкций силосов зерновых элеваторов / В.С. Ким. – М.: Хлебоиздат, 1959. – 55 С.

- sypuchikh materialov". Odessa; 1975. S. 3-4. [Gyachev L.V. On the mechanical model of a loose body. Materials of All-Union conference "Mechanics of loose materials". Odessa; 1975. P. 3-4. (In Russ.)]
11. Gyachev L.V. Dvizhenie sypuchikh materialov v trubakh i bunkerakh. M.: Mashinostroenie; 1968. 184 s. [Gyachev L.V. Motion of loose materials in pipes and hoppers. M.: Mashinostroenie; 1968. 184 p. (In Russ.)]
12. Keller H. Das Schuttgutmodell von L.V.Gjachev zur Beschreibung der Gesetzmäßigkeiten der Bunkerung kohasionsloser Schuttgutter und seine experimentelle Überprüfung. Weimer; 1982. 76 p.
13. Keller H. Korrekturformeln zur Theorie des Schuttgutausschlusses aus Bunkern von L.V.Gjachev. Wissenschaftliche Zeitschrift der Hochschule für Architektur und Bauwesen. Raie B.h. 5/6. Weimar; 1987. P. 292-295.
14. Keller H. Beiträge zum Schuttgutausschub aus Behältern: Dissertationen. Weimar; 1989. 238 p.
15. Bogomyagkikh V.A., Yaltantsev V.G. Zykov V.A. Protsess obrazovaniya svodov v silosakh i bunkerakh pri istechenii sypuchikh materialov. Mekhanika deformiruemyykh sistem v sel'khoz mashinostroyenii. Rostov-na-Donu; 1974. S. 115 – 119. [Bogomyagkikh V.A., Yaltantsev V.G. Zykov V.A. The process of formation of arches in silos and hoppers at the expiration of bulk materials. Mechanics of deformable systems in agricultural machinery. Rostov-on-Don; 1974. P. 115 – 119. (In Russ.)]
16. Bogomyagkikh V.A., Pepchuk A.P. Intensifikatsiya razgruzki bunkernykh ustroystv v usloviyakh svodoobrazovaniya zernistykh materialov. Zernograd; 1997. 161 s. [Bogomyagkikh V.A., Pepchuk A.P. Intensification of unloading of hopper devices under the conditions of arch formation in granular materials. Zernograd; 1997. 161 p. (In Russ.)]
17. Bogomyagkikh V.A., Kunakov V.S. Raschet parametrov i rezhimov raboty svodorazrushayushchikh ustroystv. Trudy V Mezhdunarodnoi konferentsii po dinamike tekhnologicheskikh sistem. Rostov-na-Donu; 1997. C. 85 – 87. [Bogomyagkikh V.A., Kunakov V.S. Calculation of parameters and modes of operation of the arch-breaking devices. Proceedings of the V International Conference on the dynamics of technological

systems. Rostov-on-Don; 1997. С. 85 – 87. [(in Russ.)] (In Russ.)]

18. Fedoseev V.B., Zatsarinnyaya I.A. K opredeleniyu zakonov momentov obrazovaniya i razrusheniya dinamicheskikh svodov pri ustanovivshemsya rezhime istecheniya zernistykh materialov. Vestnik agrarnoi nauki Dona. 2010;3:64 – 68. [Fedoseev V.B., Zatsarinnyaya I.A. On the determination of the laws of the formation moments and destruction of dynamic arches under the steady regime of the outflow of granular materials. Don agrarian science bulletin. 2010;3:64 – 68. (In Russ.)]

19. Fedoseev V.B., Zatsarinnyaya I.A., Tituchenko A.A. Markovskii protsess neustanovivshegosya rezhima istecheniya sypuchego materiala. Trudy Kubanskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta. 2011;2(29):188 – 192. [Fedoseev V.B., Zatsarinnyaya I.A., Tituchenko A.A. Markov process of the unsteady outflow mode of loose material. Work collection of the Kuban State Agrarian University. 2011;2(29):188 – 192. (In Russ.)]

20. Fedoseev V.B., Zatsarinnyaya I.A. Stokhasticheskii kharakter obrazovaniya dinamicheskikh svodov pri ustanovivshemsya

rezhime istecheniya sypuchikh materialov iz bunkerov. Vestnik Michurinskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta. 2011;1:196-199. [Fedoseev V.B., Zatsarinnyaya I.A. Stochastic character of the formation of dynamic arches under steady-state conditions for the flow of loose materials from hoppers. Vestnik Michurinskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta. 2011;1:196-199. (In Russ.)]

21. Muradova S.Sh., Fedoseeva L.V. Vozdeistvie sypuchikh materialov na stenki shchelevykh bunkerov. Vestnik Dagestanskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta. Tekhnicheskie nauki. 2017;44(3):24 – 38. [Muradova S.Sh., Fedoseeva L.V. Impact of loose materials on track hopper walls. Herald of Daghestan State Technical University. Technical Sciences. 2017;44(3):24 – 38. (In Russ.)]

22. Kim V.S. Davlenie zerna i sovershenstvovanie konstruktssii silosov zernovykh elevatorov. M.: Khleboizdat; 1959. 55 s. [Kim V.S. The grain pressure and the improvement of silo grain silos. M.: Khleboizdat; 1959. 55 p. (In Russ.)]

Сведения об авторах.

Мурадова Сафура Шиховна - кандидат педагогических наук, доцент.

Федосеева Людмила Владимировна - старший преподаватель.

Information about the authors.

Safura S. Muradova - Cand. Sci. (Pedagogical), Assoc.Prof.

Lyudmila V. Fedoseeva - Senior Lecturer.

Конфликт интересов.

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов. The authors declare no conflict of interest.

Поступила в редакцию 11.01.2018.

Принята в печать 20.02.2018.

Conflict of interest.

The authors declare no conflict of interest.

Received 11.01.2018.

Accepted for publication 20.02.2018.