Для цитирования: Лосев А.С. Бутстреп методы построения доверительных интервалов оценки параметров модели зональной дезинтеграции горных пород вокруг подземной выработки. Вестник Дагестанского государственного технического университета. Технические науки. 2017;44(4):114-121. DOI:10.21822/2073-6185-2017-44-4-114-121

For citation: Losev A.S. Bootstrapping methods for constructing confidence intervals for the estimation of model parameters of the zonal disintegration of rocks around underground excavations. Herald of Daghestan State Technical University. Technical Sciences. 2017; 44(4):114-121. (In Russ.) DOI:10.21822/2073-6185-2017-44-4-114-121

ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ

УДК 622:510.67

DOI: 10.21822/2073-6185-2017-44-4-114-121

БУТСТРЕП МЕТОДЫ ПОСТРОЕНИЯ ДОВЕРИТЕЛЬНЫХ ИНТЕРВАЛОВ ОЦЕНКИ ПАРАМЕТРОВ МОДЕЛИ ЗОНАЛЬНОЙ ДЕЗИНТЕГРАЦИИ ГОРНЫХ ПОРОД ВОКРУГ ПОДЗЕМНОЙ ВЫРАБОТКИ

Лосев А.С.

Институт прикладной математики

Дальневосточного отделения Российской академии наук,

690041, г. Владивосток, ул. Радио, 7, Россия,

e-mail: A.S.Losev@yandex.ru

Резюме: Цель. Исследование геомеханических явлений и процессов в массивах горных пород, проявляющихся при добыче полезных ископаемых, актуализирует поиск методов решения проблемы зональной дезинтеграции горных пород вокруг глубоких подземных выработок. В условиях предельно малого объема выборки, в силу объективных обстоятельств, отсутствия большого числа месторождений, вопрос качества полученного результата очень актуален. **Метод.** В качестве решения проблемы, предлагается уточнить полученные результаты методами численного ресамплинга, к которым относятся рандомизация, бутстреп и методы Монте-Карло. В силу специфики методов, особое внимание уделено числу бутстреп реализаций, которые обратно пропорциональны размерности бутстреп выборки. **Результат.** Решена задача зональной дезинтеграции горных пород вокруг глубоких подземных выработок, для которой бутстреп методами получены уточненные оценки значимости аналитической зависимости параметра периодичности функции дефектности от положения зон разрушения. В качестве основного показателя в работе выбран коэффициент детерминации, который позволяет определить наиболее подходящий вид исследуемой аналитической зависимости. Отклонение коэффициента детерминации в нелинейной модели стабильно не превышает 0,5% при любой объеме бутстреп выборки, в то время как в случае линейной модели отклонение меньше 1% только при $n \geq 122$. **Вывод.** Полученные с помощью бутстреп методов, интервальные оценки коэффициентов детерминации, имеют существенное преимущество по сравнению с традиционными подходами. Их качество напрямую зависит от числа бутстреп реализаций и объема бутстреп выборки. Последние особенно значимо в условиях рассмотрения предельно маленьких выборок данных, так как появляется возможность уменьшения размерности доверительных интервалов до заданного уровня при первоначальном уровне значимости результата.

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда № 14-11-00079.

Ключевые слова: бутстреп методы, алгоритм, зональное разрушение массива, интервальные оценки параметров

TECHNICAL SCIENCES
COMPUTER SCIENCE, COMPUTER ENGINEERING AND MANAGEMENT

BOOTSTRAPPING METHODS FOR CONSTRUCTING CONFIDENCE INTERVALS
FOR THE ESTIMATION OF MODEL PARAMETERS OF THE ZONAL DISINTEGRATION
OF ROCKS AROUND UNDERGROUND EXCAVATIONS

Alexsandr S. Losev

Institute of Applied Mathematics of the Far-Eastern

Branch of the Russian Academy of Sciences,

7 Radio Str., Vladivostok 690041, Russia,

e-mail: A.S.Losev@yandex.ru

Abstract. Objectives The study of geomechanical phenomena and processes in rock massifs, manifested during the extraction of minerals, results in the need for research methods for solving the problem of zonal disintegration of rocks around deep underground excavations. In conditions of extremely small sample sizes, due to external circumstances, and the absence of a large number of deposits, the question of the quality of obtained results is very relevant. **Methods** As a solution to the problem, it is proposed to refine the results obtained by using numerical resampling methods, which include randomisation, bootstrap and Monte Carlo methods. Due to the specifics of the methods, special attention is paid to the number of bootstrapping implementations, which are inversely proportional to the size of the bootstrap sample. **Results** A solution to the problem of zonal disintegration of rocks around deep underground excavations is derived in which refined estimates of the significance of the analytic dependency of the defect function periodicity parameter on the position of the fracture zones are obtained using bootstrapping methods. The determination coefficient is chosen as the primary indicator in the work, allowing the most suitable form of the studied analytic dependency to be determined. The deviation of the determination coefficient in the nonlinear model reliably does not exceed 0.5% for any bootstrap sample size, while in the case of the linear model the deviation is less than 1% only for $n \geq 122$. **Conclusion** The interval estimates of the determination coefficients obtained by bootstrapping methods have a significant advantage in comparison with traditional approaches. Their quality is directly dependant on the number of bootstrap implementations and the volume of the bootstrapped sample. The latter is especially important in the context of considering extremely small data samples, since it becomes possible to reduce the dimension of confidence intervals to a given level at the initial significance level of the result.

Acknowledgment The work was supported by the Russian Science Foundation, grant No. 14-11-00079.

Keywords: bootstrapping methods, algorithm, zonal massif destruction, interval parameter estimates

Введение. Проведение современных статистических исследований очень часто сопровождается различными предположениями, например, о подчинении выборки или её остатков известным, а иногда удобным, законам распределения.

Данные предположения в большинстве случаев, достаточно обоснованы, так как исследуемые явления в наблюдаемых процессах (социологические, экономические и т.д.) широко известны и имеют огромный объем генеральной совокупности. Однако при рассмотрениях более сложных или новых явлений, экспериментальные данные, которые весьма ограничены, допущения такого рода не всегда корректны. Например, исследования геомеханических явлений и процессов в массивах горных пород, проявляющихся при добыче полезных ископаемых [1-7].

Особое место среди них занимает задача зональной дезинтеграции горных пород вокруг глубоких подземных выработок [8-13]. В частности, в работах [14-15], на примере, задачи зональной дезинтеграции горных пород вокруг глубоких подземных выработок, методами статистического анализа, проводится оценка значимости различных видов аналитической зависимо-

сти, положения зон разрушения от параметра периодичности функции дефектности и предела прочности породы. В условиях предельно малого объема выборки, в силу объективных обстоятельств, отсутствия большого числа месторождений, вопрос качества полученного результата очень актуален.

В качестве решения проблемы, предлагается уточнить полученные результаты методами численного ресамплинга, к которому относятся рандомизация, бутстреп и методы Монте-Карло [16]. Их основная идея состоит в многократной обработке случайно составленных выборок по экспериментальным данным, рассмотрении их под различными углами и сопоставлении полученных результатов.

Достоинствами ресамплинг методов, является возможность отказа от не всегда обоснованного предположения, о подчинении обрабатываемых данных нормальному закону распределения; обращение к непосредственному статистическому анализу, отражая изменения распределения выборочных характеристик, в зависимости от неограниченного роста числа данных; получение более точных результатов, в силу уменьшения их оценки смещения.

Постановка задачи. Обратимся к задаче о распределении поля напряжений вокруг выработки круглого сечения, которая рассматривается как плоская и стационарная, в условиях нежимаемости и гидростатичности нагружения на бесконечности:

$$\frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r} + \frac{1}{r}(\sigma_{rr} - \sigma_{\varphi\varphi}) = 0.$$

Бигармоническое уравнение для функции дефектности определено как:

$$\Delta^2 R - \gamma^2 R = 0,$$

и граничные условия:

$$R|_{r=r_0} = 0, \quad \left. \frac{\partial R}{\partial r} \right|_{r=r_0} = 0, \quad \lim_{r \rightarrow \infty} R(r) = 0,$$

где σ_{rr} – нормальное радиальное напряжение, $\sigma_{\varphi\varphi}$ – нормальное тангенциальное напряжение, Δ – оператор Лапласа, γ – параметр периодичности модели.

Решение для расстояния от центра выработки до точки массива, определено в виде:

$$R(r) = aJ_0(\sqrt{\gamma}r) + bN_0(\sqrt{\gamma}r) + cK_0(\sqrt{\gamma}r),$$

где J_0, N_0, K_0 – функции Бесселя, Неймана и Макдональда нулевого порядка [17].

В работе [18], по данной задаче, установлено, что зависимость параметра периодичности модели – γ , от положения середины первой зоны разрушения, измеряемой в относительных к радиусу выработок единицах – r , выражается в аналитическая зависимость линейного вида:

$$\gamma^* = -10r + 23. \quad (1)$$

В работе [15], получена статистически обоснованная альтернативная модель, данной зависимости, нелинейного вида:

$$\gamma^* = 50,381 \exp(-1,3669r). \quad (2)$$

Отличительной особенностью этих моделей, является предельно маленькая выборка натуральных данных.

Поэтому, несмотря на их статистическую обоснованность и высокие коэффициенты детерминации R (91,05% – линейный, 98,81% – нелинейный), вопрос уточнения полученных результатов остается актуальным.

Методы исследования. Проведем уточнение статистических оценок полученных моделей, с помощью алгоритма построения бутстреп интервалов, описанного в работе [19], на примере коэффициента детерминации.

Исходные данные по месторождениям представим в виде множества пар $Z = \{z_i | z_i = (r_i, \gamma_i)\}, i = 1, \dots, 4$. Тогда алгоритм построения бутстреп интервала коэффициента

детерминации, соответственно, примет вид:

Шаг 1. Генератором случайных чисел построим бутстреповскую выборку, объемом n элементов, вытягивая на каждом шаге элементы из множества Z с повторением, случайным образом, и формируя из них выборку вида:

$$\{z_1^*, z_2^*, \dots, z_n^*\}_1 \text{ где } z_j^* \in Z, j = 1, \dots, n.$$

Шаг 2. Рассчитаем для полученной выборки бутстреповскую оценку коэффициента детерминации $\tilde{R}_1^*$.

Шаг 3. Повторим предыдущие шаги B -раз, сформировав в результате набор коэффициента детерминации $\tilde{R}_1^*, \tilde{R}_2^*, \dots, \tilde{R}_B^*$.

Шаг 4. Отсортируем набор коэффициента детерминации $\tilde{R}_1^*, \tilde{R}_2^*, \dots, \tilde{R}_B^*$ в порядке возрастания.

Шаг 5. Определим доверительный интервал бутстреп распределения по формуле

$$\tilde{R}_{B \cdot \frac{\alpha}{2}}^* \leq \tilde{R}^*(n, \alpha) \leq \tilde{R}_{B \cdot \left(1 - \frac{\alpha}{2}\right)}^*.$$

В силу специфики метода, особое внимание необходимо уделить числу бутстреп реализаций, которые обратно пропорционально размерности бутстреп выборки [20].

По результатам предварительных бутстреп реализаций на различных объемах бутстреп выборок (рис 1.), установлено, что в нашем случае их число должно быть не менее 10000.

Рис. 1. Результат бутстреп реализаций по оценке $\tilde{R}$ линейной модели при $B = 1.2 \cdot 10^4$ и различным объеме бутстреп выборки $n = 4; 20; 40; 200$ (слева на право)

Fig.1. The result of the bootstrapping of the realizations for estimating the linear model at

$B = 1.2 \cdot 10^4$ and different bootstrap volumes of the sample $n = 4; 20; 40; 200$ (from left to right)

Обсуждение результатов. Используя алгоритм построения бутстреп интервалов, построим бутстреп интервалы коэффициентов детерминации рассмотренных моделей с числом бутстреп реализаций $B = 10^5$ и уровнем значимости $\alpha = 0.1$.

Рис. 2. Бутстреп интервалы коэффициента детерминации при $\alpha=0,1$
(I – линейная модель, II– нелинейная модель)
Fig. 2. Bootstrap intervals of the coefficient of determination for $\alpha= 0,1$
(I - linear model, II-nonlinear model)

Доверительные интервалы, полученные по исходной выборке, традиционным методом (3), в разы превосходят по своей протяженности бутстреп интервалы (таб. 1). В линейной модели, в случае максимально рассмотренной бутстреп выборки, доверительный интервал в 63,4 раза длиннее бутстреп интервала, в нелинейной – 409 раза.

$$\left(\sqrt{R} - t_{\alpha} \sqrt{\frac{1-R}{n-2}} \right)^2 \leq R \leq \left(\sqrt{R} + t_{\alpha} \sqrt{\frac{1-R}{n-2}} \right)^2, \quad (3)$$

где t_{α} – табличное значение t -критерием Стьюдента при заданном уровне значимости [21].

Таблица 1. Сравнительная таблица доверительных и бутстреп интервалов
Table 1. Comparison table of confidence and bootstrap intervals

Модель	Доверительный интервал	Бутстреп интервал		Отношение длин интервалов
Линейная	[0,113; 1]	$n=50$	[0,883; 0,914]	28,6
		$n=125$	[0,896; 0,914]	49,3
		$n=200$	[0,900; 0,914]	63,4
Нелинейная	[0,591; 1]	$n=50$	[0,991; 0,994]	136,3
		$n=125$	[0,993; 0,994]	409
		$n=200$	[0,993; 0,994]	409

Дальнейшее рассмотрение бутстреп полуинтервала в виде процента от его середины (рис. 3), позволило установить, что отклонение коэффициента детерминации в нелинейной модели стабильно не превышает 0,5% при любой объеме бутстреп выборки, в то время как в случае линейной модели отклонение меньше 1% только при $n \geq 122$.

Рис. 3. Зависимость отклонения оценки коэффициента детерминации от границ бутстреп интервала от размерности бутстреп выборки (I – линейная модель, II– нелинейная модель)

Fig. 3. Dependence of the deviation of the estimation of the determination coefficient from the bootstrap interval boundaries on the bootstrap sample size (I - linear model, II - nonlinear model)

Вывод. Полученные с помощью бутстреп методов интервальные оценки коэффициентов детерминации, имеют существенное преимущество по сравнению с традиционными подходами. Их качество напрямую зависит от числа бутстреп реализаций и объема бутстреп выборки. Последние особенно значимы в условиях рассмотрения предельно маленьких выборок данных, так как появляется возможность уменьшения размерности доверительных интервалов до заданного уровня при первоначальном уровне значимости результата.

В традиционных статистических методах, данный эффект достигается посредством увеличения исходной выборки, что требует сбора дополнительных данных, который не всегда возможен или финансовых затрат, как в нашем случае.

С другой стороны, уменьшение размерности доверительного интервала возможно в результате понижения статистической значимости, что в общем случае не всегда позволяет получить необходимые нижнюю и верхнюю оценки пределов, но приводит к существенному понижению надежности результата.

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда № 14-11-00079.

Библиографический список:

1. Chen X.G.Zhang Q.Y. Mechanism analysis of phenomenon of zonal disintegration in deep tunnel model test under high geostress. *Rock and Soil Mechanics*. 2011;32(1):84–90.
2. Qian Q.H., Zhou X.P. Non-Euclidean continuum model of the zonal disintegration of surrounding rocks around a deep circular tunnel in a non-hydrostatic pressure state // *Journal of Mining Science*. – 2011. – № 47(1). – P. 37–46. doi:10.1134/S1062739147010059
3. Qian Q.H., Zhou X.P. Quantitative analysis of rockburst for surrounding rocks and zonal disintegration mechanism in deep tunnels // *Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering*. – 2011. – № 3(1). – P. 1–9. doi:10.3724/SP.J.1235.2011.00001
4. Tan Y.L., Ning J.G., Li H.T. In situ explorations on zonal disintegration of roof strata in deep coal mines // *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*. – 2012. Vol. 49. – № 1. – P.113–124.
5. Zhou X.P., Shou Y.D. Excavation induced zonal disintegration of the surrounding rock around a deep circular tunnel considering unloading effect // *International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences*. – 2013. – № 64. – P. 246–257. doi:10.1016/j.ijrmms.2013.08.010

6. Wang X., Pan Y., Zhang Z. A Spatial Strain Localization Mechanism of Zonal Disintegration through Numerical Simulation // Journal of Mining Science. – 2013. – Vol. 49. – № 3. – P. 357–367
7. Zhou X.P., Song H.F., Qian Q.H. The effects of three-dimensional penny-shaped cracks of zonal disintegration of the surrounding rock masses around a deep circular tunnel // Acta Mechanica Solida Sinica. 2015. Vol. 28. № 6. P.722-734
8. Одинцев В.Н. Отрывное разрушение массива скальных горных пород. – М.: ИПКОН РАН, 1996. – 166 с.
9. Макаров П.В. Об иерархической природе деформации и разрушения твердых тел и сред // Физ. мезомех. 2004. Т. 7. № 4. С. 25-34.
10. Гузев М.А., Макаров В.В. Деформирование и разрушение сильно сжатых горных пород вокруг выработок. – Владивосток : Дальнаука, 2007. – 232 с.
11. Зональная дезинтеграция горных пород и устойчивость подземных выработок/ [В.Н. Опарин и др.]; отв. Ред. М.А. Гузев; Рос. акад. наук, Сиб. отд-ние, Ин-т горного дела. Новосибирск: Изд-во СО РАН. 2008. 278 с.
12. Ксендзенко Л.С., Макаров В.В., Опанасюк Н.А., Голосов А.М. Закономерности деформирования и разрушения сильно сжатых горных пород и массивов: монография / Инженерная школа ДВФУ. Владивосток: Дальневост. федер. ун-т. 2014. 192 с.
13. Chen J.G., Zhou T.T., Zhang Y.X. Shock failure mechanism of zonal disintegration within surrounding rock in deep chamber // Rock and Soil Mechanics. 2011. № 32(9). P. 2629-2634.
14. Лосев А.С. Зависимость зоны разрушения массива вокруг горной выработки от предела прочности породы // Горные науки и технологии. 2017. № 2 с. 43-49.
15. Лосев А.С. Статистическая оценка параметра периодичности модели зональной дезинтеграции горных пород // Бюллетень науки и практики. Электрон. журн. 2017. № 7(20) с. 78-82.
16. Эфрон Б. Нетрадиционные методы многомерного статистического анализа: Сб. статей: Пер. с англ./ Предисловие Ю. П. Адлера, Ю. А. Кошевника. – М.: Финансы и статистика, 1988.
17. Гузев М.А., Парошин А.А. Неевклидова модель зональной дезинтеграции горных пород вокруг подземной выработки // Прикладная механика и техническая физика. 2001. Т. 42 № 1. с. 147–156.
18. Ксендзенко Л.С. Разработка метода определения параметров зональной структуры разрушения сильно сжатого массива вокруг подземных выработок // Вестник Дальневосточного государственного технического университета. 2011. № 3/4(8/9) с. 144–166.
19. Ануфриев Д.В. Бутстреп-методы построения доверительных интервалов для задач оценивания точностных характеристик системы ЛА-КСЦПНО // Научный вестник МГТУ ГА. 2005. № 89. с. 93-96.
20. Глухов В.В., Ануфриев Д.В. Бутстреп-процедуры определения точностных характеристик// Научный вестник МГТУ ГА. 2005. № 89. с. 30-35.
21. Айвазян С.А., Енюков И.С., Мешалкин Л.Д. Прикладная статистика. Исследование зависимостей. Финансы и статистика, 1985. 487 с.

References:

1. Chen X.G.Zhang Q.Y. Mechanism analysis of phenomenon of zonal disintegration in deep tunnel model test under high geostress. Rock and Soil Mechanics. 2011;32(1):84–90.
2. Qian Q.H., Zhou X.P. Non-Euclidean continuum model of the zonal disintegration of surrounding rocks around a deep circular tunnel in a non-hydrostatic pressure state. Journal of Mining Science. 2011; 47(1):37–46. doi:10.1134/S1062739147010059
3. Qian Q.H., Zhou X.P. Quantitative analysis of rockburst for surrounding rocks and zonal disintegration mechanism in deep tunnels. Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering. 2011;3(1):1–9. doi:10.3724/SP.J.1235.2011.00001
4. Tan Y.L., Ning J.G., Li H.T. In situ explorations on zonal disintegration of roof strata in deep coal mines. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences. 2012;49(1):113–124.
5. Zhou X.P., Shou Y.D. Excavation induced zonal disintegration of the surrounding rock around a deep circular tunnel considering unloading effect. International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences. 2013;64:246–257. doi: 10.1016/j.ijrmms.2013.08.010
6. Wang X., Pan Y., Zhang Z. A Spatial Strain Localization Mechanism of Zonal Disintegration through Numerical Simulation. Journal of Mining Science. 2013;49(3):357–367.
7. Zhou X.P., Song H.F., Qian Q.H. The effects of three-dimensional penny-shaped cracks of zonal disintegration of the surrounding rock masses around a deep circular tunnel. Acta Mechanica Solida Sinica. 2015;28(6):722-734.
8. Odintsev V.N. Otryvnoe razrushenie massiva skal'nykh gornykh porod. M.: IPKON RAN; 1996. 166 s. [Odintsev V.N. Detachable destruction of rock massif. Moscow: IPKON RAS; 1996. 166 p. (in Russ.)]
9. Makarov P.V. Ob ierarkhicheskoi prirode deformatsii i razrusheniya tverdykh tel i sred. Fiz. mezomekh. 2004;7(4):25-34. [Makarov P.V. On the hierarchical nature of deformation and destruction of solids and media. Physical mesomechanics. 2004;7(4):25-34. (In Russ.)]
10. Guzev M.A., Makarov V.V. Deformirovanie i razrushenie sil'no szhatykh gornykh porod vokrug vyrabotok. Vladivostok: Dal'nauka; 2007. 232 s. [Guzev M.A., Makarov V.V. Deformation and destruction of strongly compressed rocks around the excavations. Vladivostok: Dal'nauka; 2007. 232 p. (In Russ.)]

11. Oparin V.N. i dr. Zonal'naya dezintegratsiya gornyx porod i ustoychivost' podzemnykh vyrabotok (otv. Red. M.A. Guzev). Ros. akad. nauk, Sib. otd-nie, In-t gornogo dela. Novosibirsk: Izd-vo SO RAN; 2008. 278 s. [Oparin V.N. et al. Zonal disintegration of rocks and stability of underground excavations (Ed. M.A. Guzev). RAS, Siberian Institute of Mining. Novosibirsk: Publishing house of the SB RAS; 2008. 278 p. (In Russ.)]
12. Ksendzenko L.S., Makarov V.V., Opanasyuk N.A., Golosov A.M. Zakonomernosti deformirovaniya i razrusheniya sil'no szhatykh gornyx porod i massivov: monografiya. Inzhenernaya shkola DVFU. Vladivostok: Dal'nevost. feder. un-t; 2014. 192 s. [Ksendzenko L.S., Makarov V.V., Opanasyuk N.A., Golosov A.M. Regularities of deformation and destruction of highly compressed rocks and massifs. Monograph. Engineering School of FEPU. Vladivostok: Far East. feder. un-ty; 2014. 192 p. (In Russ.)]
13. Chen J.G., Zhou T.T., Zhang Y.X. Shock failure mechanism of zonal disintegration within surrounding rock in deep chamber. Rock and Soil Mechanics. 2011;32(9):2629-2634.
14. Losev A.S. Zavisimost' zony razrusheniya massiva vokrug gornoj vyrabotki ot predela prochnosti porody. Gornye nauki i tekhnologii. 2017;2:43-49. [Losev A.S. Dependence of the zone of destruction of the massif around the mine workings from the ultimate strength of the rock. Mining Science and Technology. 2017;2:43-49. (In Russ.)]
15. Losev A.S. Statisticheskaya otsenka parametra periodichnosti modeli zonal'noi dezintegratsii gornyx porod. Byulleten' nauki i praktiki. Elektron. zhurn. 2017;7(20):78-82. [Losev A.S. Statistical estimation of the periodicity parameter of the model of the rock zonal disintegration. Bulletin of science and practice. Electronic journal. 2017;7(20):78-82. (In Russ.)]
16. Efron B. Netraditsionnye metody mnogomernogo statisticheskogo analiza. M.: Finansy i statistika; 1988. [Efron B. Non-traditional methods of multivariate statistical analysis. Moscow: Finance and Statistics; 1988. (In Russ.)]
17. Guzev M.A., Paroshin A.A. Neevklidova model' zonal'noi dezintegratsii gornyx porod vokrug podzemnoi vyrabotki. Prikladnaya mekhanika i tekhnicheskaya fizika. 2001;42(1):147-156. [Guzev M.A., Paroshin A.A. Neevklidova model' zonal'noi dezintegratsii gornyx porod vokrug podzemnoi vyrabotki. Non-Euclidean model of zonal disintegration of rocks around the underground excavation. Journal of Applied Mechanics and Technical Physics. 2001;42(1):147-156. (In Russ.)]
18. Ksendzenko L.S. Razrabotka metoda opredeleniya parametrov zonal'noi struktury razrusheniya sil'no szhatogo massiva vokrug podzemnykh vyrabotok. Vestnik Dal'nevostochnogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta. 2011;3/4(8/9):144-166. [Ksendzenko L.S. Development of a method for determining the parameters of the zonal structure of the destruction of a highly compressed massif around the underground excavations. Bulletin of the Far Eastern State Technical University. 2011;3/4(8/9):144-166. (In Russ.)]
19. Anufriev D.V. Butstrep-metody postroeniya doveritel'nykh intervalov dlya zadach otsenivaniya tochnostnykh kharakteristik sistemy LA-KSTsPNO. Nauchnyi vestnik MGTU GA. 2005;89:93-96. [Anufriev D.V. Bootstrapping methods for constructing confidence intervals for the problems of estimating the accuracy characteristics of the LA-KSNPNO system. Scientific Bulletin of the Moscow State Technical University of Civil Aviation. 2005;89:93-96. (In Russ.)]
20. Glukhov V.V., Anufriev D.V. Butstrep-protsedury opredeleniya tochnostnykh kharakteristik. Nauchnyi vestnik MGTU GA. 2005;89:30-35. [Glukhov V.V., Anufriev D.V. Bootstrapping procedures for determining the accuracy characteristics. Bulletin of the Moscow State Technical University of Civil Aviation. 2005;89:30-35. (In Russ.)]
21. Aivazyan S.A., Enyukov I.S., Meshalkin L.D. Prikladnaya statistika. Issledovanie zavisimostei. Finansy i statistika; 1985. 487 s. [Aivazyan S.A., Enyukov I.S., Meshalkin L.D. Applied statistics. Investigation of dependencies. Finance and statistics; 1985. 487 p. (In Russ.)]

Сведения об авторе.

Лосев Александр Сергеевич – кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник, научная группа вероятностных методов и системного анализа.

Information about the author.

Alexsandr S. Losev—Cand. Sci. (Physics and Mathematics), Senior Researcher, Scientific Group of Probabilistic Methods and Systems Analysis.

Конфликт интересов

Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.

Поступила в редакцию 12.09.2017.

Принята в печать 20.10.2017

Conflict of interest

The author declare no conflict of interest.

Received 12.09.2017.

Accepted for publication 20.10.2017.