

**Для цитирования:** Лобанов И.Е. Математическое моделирование теплообмена в прямых плоских каналах, а также в прямых круглых трубах с шероховатыми стенками при симметричном подводе теплоты. Вестник Дагестанского государственного технического университета. Технические науки. 2017; 44 (2):126-141. DOI:10.21822/2073-6185-2017-44-2-126-141

**For citation:** Lobanov I.E. Mathematical modeling of heat exchange in direct flat channels and direct round pipes with rough walls under the symmetric heat supply. Herald of Daghestan State Technical University. Technical Sciences. 2017; 44 (2):126-141. (In Russ.) DOI:10.21822/2073-6185-2017-44-2-126-141

## ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ

УДК 532.517.4 : 536.24

DOI:10.21822/2073-6185-2017-44-2-126-141

### МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕПЛООБМЕНА В ПРЯМЫХ ПЛОСКИХ КАНАЛАХ, А ТАКЖЕ В ПРЯМЫХ КРУГЛЫХ ТРУБАХ С ШЕРОХОВАТЫМИ СТЕНКАМИ ПРИ СИММЕТРИЧНОМ ПОДВОДЕ ТЕПЛОТЫ

**Лобанов И.Е.**

Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет),  
125993, г. Москва, А-80, ГСП-3, Волоколамское шоссе, д. 4, Россия  
e-mail: lloobbaannooff@live.ru

**Резюме. Цель.** Математическое моделирование теплообмена в плоских каналах с симметричным обогревом и круглых трубах с шероховатыми стенками. **Метод.** Расчет проводился методом Лопиталья-Бернулли. Решение задачи об интенсифицированном теплообмене в круглой трубе с шероховатыми стенками получено с помощью интеграла Лайона. **Результат.** В статье разработана методика теоретического расчётного детерминирования теплообмена для плоских шероховатых каналов и круглых труб с шероховатыми стенками на основе принципа суперпозиции полной вязкости в турбулентном пограничном слое, преимущественно отличающаяся от существующих теорий. Анализ полученных расчётных значений теплообмена и гидросопротивления для плоских шероховатых каналов и круглых шероховатых труб показывает, что повышение теплообмена всегда меньше, чем соответствующее повышение гидравлического сопротивления, что является недостатком по сравнению с каналами с турбулизаторами при прочих равных условиях. Результаты расчёта теплообмена для каналов с шероховатыми стенками для расширенного диапазона определяющих параметров, существенным образом отличающиеся от соответствующих данных для каналов с турбулизаторами, определяют уровень интенсификации теплообмена. **Вывод.** Увеличение расчётных значений относительного осреднённого теплообмена  $Nu/Nu_{гд}$  для плоских шероховатых каналов и шероховатых труб с очень большими значениями относительной шероховатости дает как увеличение относительной высоты шероховатости  $h/R_0$ , так и увеличение числа Рейнольдса  $Re$ . Главное преимущество решений для осреднённого теплообмена для шероховатых плоских каналов с симметричным тепловым нагружением и круглых труб, полученных по разработанной теории, по сравнению с эмпирическими зависимостями заключается в том, что они позволяют рассчитать теплообмен в шероховатых трубах в случае больших и очень больших относительных высот выступов шероховатости в том числе и для больших чисел Рейнольдса, что характерно для труб малых диаметров и узких плоских каналов. Повышение относительного теплообмена на воздухе вследствие увеличения относительной высоты шероховатости или числа Рейнольдса сопровождается еще более существенным повышением гидравлического сопротивления. Полученные расчётные данные по осреднённому теплообмену показали, что в рассматриваемом диапазоне определяющих параметров для плоских шероховатых каналов с симметричным тепловым нагружением, при прочих равных условиях, осреднённый теплообмен выше на  $(4,8 \div 11,7)\%$  по сравнению с круглыми шероховатыми трубами.

**Ключевые слова:** многослойная модель, плоский канал, круглая труба, шероховатость, турбулизатор, моделирование, теплообмен, турбулентный, интенсификация; обогрев; подвод теплоты; симметричный

TECHNICAL SCIENCE  
COMPUTER SCIENCE, COMPUTER ENGINEERING AND MANAGEMENT

MATHEMATICAL MODELING OF HEAT EXCHANGE IN DIRECT FLAT CHANNELS  
AND DIRECT ROUND PIPES WITH ROUGH WALLS UNDER THE SYMMETRIC HEAT  
SUPPLY

*Igor' E. Lobanov*

*Moscow Aviation Institute (National Research University)*

*4 Volokolamskoe shosse, Moscow 125993, Russia,*

*e-mail: lloobbaannooff@live.ru*

**Abstract Objectives** The aim of present work was to carry out mathematical modelling of heat transfer with symmetrical heating in flat channels and round pipes with rough walls. **Methods** The calculation was carried out using the L'Hôpital-Bernoulli's method. The solution of the problem of intensified heat transfer in a round tube with rough walls was obtained using the Lyon's integral. **Results** Different from existing theories, a methodology of theoretical computational heat transfer determination for flat rough channels and round pipes with rough walls is developed on the basis of the principle of full viscosity superposition in a turbulent boundary layer. The analysis of the calculated heat transfer and hydroresistivity values for flat rough channels and round rough pipes shows that the increase in heat transfer is always less than the corresponding increase in hydraulic resistance, which is a disadvantage as compared to channels with turbulators, with all else being equal. The results of calculating the heat transfer for channels with rough walls in an extended range of determinant parameters, which differ significantly from the corresponding data for the channels with turbulators, determine the level of heat exchange intensification. **Conclusion** An increase in the calculated values of the relative average heat transfer  $Nu/Nu_{GL}$  for flat rough channels and rough pipes with very high values of the relative roughness is significantly contributed by both an increase in the relative roughness height and an increase in the Reynolds number  $Re$ . In comparison with empirical dependencies, the main advantage of solutions for averaged heat transfer in rough flat channels and round pipes under symmetrical thermal load obtained according to the developed theory is that they allow the calculation of heat exchange in rough pipes to be made in the case of large and very large relative heights of roughness protrusions, including large Reynolds numbers, typical for pipes of small diameters and narrow flat channels. An increase in the relative heat exchange in air due to an increase in the relative height of the roughness or the Reynolds number is accompanied by an even more significant increase in the hydraulic resistance. Calculated data on averaged heat transfer obtained in the work showed that in the range of determinant parameters for flat rough channels with symmetrical thermal loading, the average heat transfer is higher by (4.8÷11.7)% as compared to round rough pipes – all other things being equal.

**Keywords:** multilayer model, flat channel, round pipe, roughness, turbulence, modelling, heat exchange, turbulent, intensification, heating, heat supply, symmetric

**Введение.** Исследование закономерностей теплообмена в каналах с шероховатыми стенками может быть признано актуальным, поскольку использование шероховатых поверхностей является одним из методов интенсификации теплообмена.

Закономерности для теплообмена, например, в прямых круглых шероховатых трубах существенно отличаются от закономерностей теплообмена для труб с турбулизаторами, на что указывали как экспериментальные [1], так и теоретические [2-6] исследования. Теоретические исследования теплообмена в шероховатых каналах, как экспериментальные, так и теоретические имеют в своей основе применение логарифмического профиля скорости, что упрощают математическую модель, особенно для большой относительной шероховатости.

Теплообмен в каналах с большой шероховатостью могут иметь место в узких каналах — аналогия с условиями для труб с турбулизаторами малых диаметров [7].

Теоретические исследования интенсифицированного теплообмена в каналах с шероховатыми стенками относительно невелики [8-10]. Их анализ указывает на то, что теории теплообмена не выходят из рамок логарифмического профиля скорости.

Данная теория позволила получить более сложные, чем существующие, закономерности для числа Нуссельта для плоских шероховатых каналов с симметричным тепловым нагружением и круглых шероховатых труб, поэтому они более обоснованы, более точны и могут использоваться для более широкого диапазона определяющих параметров — аналогия с исследованиями теплообмена для круглых труб с турбулизаторами [2-6] и для плоских каналов с турбулизаторами [19-24], где имеют место более сложные, чем основанные на логарифмическом профиле скорости, математические решения относительно числа Нуссельта.

**Постановка задачи.** Математическое моделирование теплообмена в плоских каналах с симметричным обогревом и круглых трубах с шероховатыми стенками.

**Методы исследования.** Расчёт теплообмена для условий течения теплоносителя в прямых круглых трубах с шероховатыми стенками проводится на основе полученных в работе автора результатов расчёта гидравлического сопротивления в прямых круглых шероховатых трубах [25] для этих условий, поскольку стратификация потока зависит от гидросопротивления. Для плоских каналов с шероховатыми поверхностями при изотермическом течении гидравлическое сопротивление может быть детерминировано посредством использования эквивалентного диаметра, что позволяет свести к сходному с круглой трубой виду определяющих уравнений и стратификации турбулентного пограничного слоя [25].

Косвенным подтверждением вышесказанного может служить предельный переход для плоского канала в формуле для гидравлического сопротивления кольцевого канала при  $r_1/r_2 \rightarrow 1$  ( $r_1$  и  $r_2$  – внутренний и внешний радиусы кольцевого канала соответственно), приведённой в [28]:

$$\frac{\xi_{\text{КОЛЬЦЕВОЙ}}}{\xi_{\text{ТРУБА}}} = \left( \frac{1 - r_1/r_2}{1 + \frac{1 - (r_1/r_2)^2}{\ln(r_1/r_2)^2}} \right)^{\frac{5}{4}}. \quad (1)$$

Определим коэффициент гидравлического сопротивления для плоского канала как:

$$\frac{\xi_{\text{ПЛОСКИЙ}}}{\xi_{\text{ТРУБА}}} = \lim_{r_1/r_2 \rightarrow 1} \left( \frac{\xi_{\text{КОЛЬЦЕВОЙ}}}{\xi_{\text{ТРУБА}}} \right). \quad (2)$$

В предельном переходе имеет место неопределённость, поэтому получим значение предела с помощью метода Лопиталья–Бернулли:

$$\begin{aligned} \frac{\xi_{\text{ПЛОСКИЙ}}}{\xi_{\text{ТРУБА}}} &= \lim_{r_1/r_2 \rightarrow 1} \left( \frac{1 - r_1/r_2}{1 + \frac{1 - (r_1/r_2)^2}{\ln(r_1/r_2)^2}} \right)^{\frac{5}{4}} = \lim_{r_1/r_2 \rightarrow 1} \left( \frac{\ln(r_1/r_2)^2 - (r_1/r_2)\ln(r_1/r_2)^2}{\ln(r_1/r_2)^2 + 1 - (r_1/r_2)^2} \right)^{\frac{5}{4}} = \\ &= \lim_{r_1/r_2 \rightarrow 1} \left( \frac{\frac{d}{d(r_1/r_2)} \ln(r_1/r_2)^2 - \frac{d}{d(r_1/r_2)} (r_1/r_2)\ln(r_1/r_2)^2}{\frac{d}{d(r_1/r_2)} \ln(r_1/r_2)^2 + \frac{d}{d(r_1/r_2)} (1 - (r_1/r_2)^2)} \right)^{\frac{5}{4}} = \lim_{r_1/r_2 \rightarrow 1} \left( \frac{\frac{2}{(r_1/r_2)} - (\ln(r_1/r_2)^2 + 2)}{\frac{2}{(r_1/r_2)} - 2(r_1/r_2)} \right)^{\frac{5}{4}} = \\ &= \lim_{r_1/r_2 \rightarrow 1} \left( \frac{\frac{d}{d(r_1/r_2)} \left( \frac{2}{(r_1/r_2)} - (\ln(r_1/r_2)^2 + 2) \right)}{\frac{d}{d(r_1/r_2)} \left( \frac{2}{(r_1/r_2)} - 2(r_1/r_2) \right)} \right)^{\frac{5}{4}} = \lim_{r_1/r_2 \rightarrow 1} \left( \frac{-\frac{2}{(r_1/r_2)^2} - \frac{2}{(r_1/r_2)}}{-\frac{2}{(r_1/r_2)^2} - 2} \right)^{\frac{5}{4}} = \\ &= \lim_{r_1/r_2 \rightarrow 1} \left( \frac{-2-2}{-2-2} \right)^{\frac{5}{4}} = 1. \quad (3) \end{aligned}$$

Последний результат полностью подтверждается расчётными и измеренными данными разных авторов, приведёнными в [28], для коэффициента сопротивления трения кольцевых и плоских каналов.

Теплообмен при течении теплоносителей с постоянными теплофизическими свойствами для условий интенсифицированного теплообмена в плоских каналах и прямых круглых трубах с шероховатыми стенками моделируется многослойной схемой турбулентного пограничного слоя на основании того, что величина турбулентной вязкости и профили скоростей турбулентного пограничного слоя уже детерминированы при моделировании гидравлического сопротивления для этих условий [25]. Подобная схема расчёта интенсифицированного теплообмена была использована в работах [2-6] для расчёта теплообмена в трубах с турбулизаторами, а также в плоских каналах с турбулизаторами [19-23], что позволяет в дальнейшем её использовать при расчёте теплообмена в трубах с шероховатыми стенками при соблюдении соответствующих ограничений [2-6], поскольку условия протекания процесса теплообмена сходны.

Решение задачи об интенсифицированном теплообмене (числе Нуссельта  $Nu$ ) в плоском канале с шероховатыми стенками в данной работе получим с помощью соответствующего интеграла для плоского канала при симметричном обогреве [17- 18]:

$$Nu = \frac{1}{\int_0^1 \frac{\left( \int_0^R \frac{w_x}{w_x} dR \right)^2}{1 + \frac{Pr}{Pr_T} \frac{v_T}{v}} dR - \frac{1}{2} \int_0^1 \frac{\int_0^R \frac{w_x}{w_x} dR}{1 + \frac{Pr}{Pr_T} \frac{v_T}{v}} dR}, \quad (4)$$

где,  $\frac{Pr}{Pr_T}, \frac{v_T}{v}$  — отношение молекулярного и турбулентного чисел Прандтля, кинематических турбулентной и молекулярной вязкости соответственно;  $R=r/(H/2)$  — безразмерная координата плоского канала (отношение поперечной координаты для плоского канала  $r$  к половине ширины плоского канала  $H$ ).

При принятии допущения  $\frac{w}{w_x} \cong 1$ , которое, как показывают теоретические исследования [2-6; 19-24] для каналов некруглого поперечного сечения с турбулизаторами, незначительно влияет на осреднённый интенсифицированный теплообмен, получим:

$$Nu = \frac{1}{\int_0^1 \frac{R^2}{1 + \frac{Pr}{Pr_T} \frac{v_T}{v}} dR - \frac{1}{2} \int_0^1 \frac{R}{1 + \frac{Pr}{Pr_T} \frac{v_T}{v}} dR}, \quad (5)$$

Как видно из (5), решение для симметрично обогреваемого плоского канала отличается от «интеграла Лайона для плоского канала» [17- 18]:

$$Nu = \frac{2}{\int_0^1 \frac{R^2}{1 + \frac{Pr}{Pr_T} \frac{v_T}{v}} dR}. \quad (6)$$

Решение задачи об интенсифицированном теплообмене в круглой трубе с шероховатыми стенками в данной работе получим с помощью «интеграла Лайона» при принятии допущения  $\frac{w}{w_x} \cong 1$ , которое, как показывают теоретические исследования [2-6] для круглых труб с турбулизаторами, незначительно влияет на осреднённый интенсифицированный теплообмен:

$$\text{Nu} = \frac{2}{\int_0^1 \frac{R^3}{1 + \frac{\text{Pr}}{\text{Pr}_T} \frac{v_T}{v}} dR}, \quad (7)$$

где,  $R=r/R_0$  — безразмерный радиус трубы (отношение расстояния от оси трубы  $r$  к радиусу трубы  $R_0$ ).

Для получения решения относительно теплообмена, как для плоского канала с симметричным обогревом, так и круглой трубы с шероховатыми поверхностями, следует перейти к непосредственному рассмотрению параметров каждого из подслоев, поскольку они будут сходны при выбранных безразмерных координатах. Следует повториться, что для плоских каналов с шероховатыми поверхностями используется эквивалентный диаметр канала.

Непосредственно безразмерные параметры будут выглядеть следующим образом.

I. Вязкий (ламинарный) подслои.

Вязкий подслои располагается в следующей окрестности:  $R \in \left[ 1 - \frac{\eta_1}{\text{Re}} \sqrt{\frac{32}{\xi}}; 1 \right]$ ,  $\eta_1=5$

— постоянная, характеризующая безразмерную толщину вязкого подслоя [14],  $\xi$  — коэффициент сопротивления трению;  $\text{Re}$  — число Рейнольдса по эквивалентному диаметру канала.

В области вязкого подслоя принимается, что [2-6, 14]:

$$\frac{v_T}{v} = \beta \frac{\eta^3}{\eta_1^2} = \frac{\beta}{\eta_1^2} \text{Re}^3 (1-R)^3 \left( \frac{\xi}{32} \right)^{\frac{3}{2}}; \quad (8)$$

где  $v_T/v$  — отношение турбулентной и молекулярной кинематических вязкостей;

$\eta = (1-R) \text{Re} \sqrt{\frac{\xi}{32}}$  — безразмерная координата (модифицированное число Рейнольдса);  $\beta$  —

постоянная в законе "третьей степени" ("степенном законе"):  $\frac{v_T}{v} = \frac{\beta}{\eta_1^2} \eta^3$  [14].

II. Буферный промежуточный подслои.

Промежуточный подслои располагается в следующей окрестности:

$$R \in \left[ 1 - \frac{\eta_2}{\text{Re}} \sqrt{\frac{32}{\xi}}; 1 - \frac{\eta_1}{\text{Re}} \sqrt{\frac{32}{\xi}} \right], \text{ где } \eta_2 = 30 \text{ [14].}$$

В области промежуточного подслоя принимается, что [2-6, 14]:

$$\frac{v_T}{v} = \frac{\eta}{5} - 1 = \frac{\text{Re}}{5} (1-R) \sqrt{\frac{\xi}{32}} - 1. \quad (9)$$

III. Турбулентное ядро потока.

Турбулентное ядро потока располагается в следующей окрестности:

$$R \in \left[ 0; 1 - \frac{\eta_2}{\text{Re}} \sqrt{\frac{32}{\xi}} \right].$$

В области турбулентного ядра принимается, что [2-6, 14]:

$$\frac{v_T}{v} = \frac{\sum_i v_i}{v} = 1 + \frac{\text{Re}}{4} \sqrt{\frac{\xi}{2}} a(\bar{y} + \bar{h} - 2\bar{\delta}) \sqrt{(1-\bar{y})(1-k_0^2 \bar{y})}, \quad (10)$$

$\bar{y}$  — относительная поперечная координата ( $\bar{y} = \frac{y}{R_0}$ );  $\bar{\delta} = \frac{\delta_0}{R_0} = \delta \frac{4}{\text{Re}} \sqrt{\frac{2}{\xi}}$  ( $\delta_0$  — граница вязкого подслоя);  $\delta$  — константа [11—13].

Учитывая, что  $R = 1 - \bar{y}$  или  $\bar{y} = 1 - R$ , после преобразований получим:

$$\frac{v_T}{v} = \frac{\sum_i v_i}{v} = 1 + \frac{\text{Re}}{4} \sqrt{\frac{\xi}{2}} a \left( 1 - R + \bar{h} - \delta \frac{8}{\text{Re}} \sqrt{\frac{2}{\xi}} \right) \sqrt{R(1 - k_0^2(1 - R))}, \quad (11)$$

где  $a = 0,39$  и  $k_0 = 0,97$  — постоянные [11-13].

Если дисперсия средних значений высот выступов шероховатости  $\bar{\sigma}$  отлична от нуля и при нормальном законе распределения высот шероховатости, то формула для турбулентной кинематической вязкости в круглой шероховатой трубе будет выглядеть следующим образом:

$$\frac{v_T}{v} = \frac{\sum_i v_i}{v} = \left[ 1 + \frac{\text{Re}}{4} \sqrt{\frac{\xi}{2}} a \left( 1 - R + \bar{h} - \delta \frac{8}{\text{Re}} \sqrt{\frac{2}{\xi}} + \bar{\sigma} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{\exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{\delta \frac{4}{\text{Re}} \sqrt{\frac{2}{\xi}} - \bar{h}}{\bar{\sigma}} \right)^2 \right]}{1 - \text{erf} \left[ \frac{\delta \frac{4}{\text{Re}} \sqrt{\frac{2}{\xi}} - \bar{h}}{\sqrt{2} \bar{\sigma}} \right]} \right) \right] \sqrt{R(1 - k_0^2(1 - R))}. \quad (12)$$

В дальнейшем необходимо провести расчёты теплообмена для плоских каналов с симметричным обогревом и круглых труб с шероховатыми стенками по полученной в исследовании методике с использованием формул (5) и (7) совместно с соотношениями для подслоев (9), (10), (11) для различных относительных высот шероховатости и чисел Рейнольдса по эквивалентному диаметру канала.

Для сравнения необходимо привести расчётные значения относительного теплообмена  $\text{Nu}/\text{Nu}_{\text{ГЛ}}$  ( $\text{Nu}_{\text{ГЛ}}$  — число Нуссельта для гладких труб, полученное по формуле Диттуса-Боэлтера [14]) при прочих равных условиях (равные числа Рейнольдса по эквивалентному диаметру канала).

**Обсуждение результатов.** В табл. 1 приведены расчётные данные для теплообмена в плоских каналах с симметричным обогревом с шероховатыми поверхностями и в прямых круглых шероховатых трубах, полученные из решения по сгенерированной теории для относительных высот турбулизаторов  $h/R_0=1/70=1,43 \cdot 10^{-2}$  и  $h/R_0=1/50=2 \cdot 10^{-2}$ , для которых ранее были рассчитаны гидравлические сопротивления (для сравнения здесь же приведены соответствующие значения теплообмена для гладких труб по формуле Диттуса-Боэлтера).

Из представленных данных видно, что увеличение теплообмена в круглых трубах вследствие шероховатости происходит определено меньше, чем увеличение гидравлического сопротивления, что особенно заметно при больших числах Рейнольдса и больших относительных высотах шероховатости. Если сравнить представленные результаты для теплообмена в шероховатых трубах при  $h/R_0=0,02$  с теплообменом в трубах с турбулизаторами ( $d/D=0,98$ ) из [1] при прочих равных условиях, то можно сказать следующее: при средних числах Рейнольдса ( $\text{Re}=4 \cdot 10^4$ ) теплообмен в шероховатых трубах приблизительно равен теплообмену в трубах с турбулизаторами с большими относительными шагами между турбулизаторами ( $\text{Nu}/\text{Nu}_{\text{ГЛ}}=1,60; 1,45; 1,30$  для  $t/D=0,25; 0,50; 1,00$  соответственно) при увеличении числа Рейнольдса до  $\text{Re}=10^5$  теплообмен в шероховатых трубах приближается к теплообмену в трубах с турбулизаторами со средними относительными шагами между ними ( $\text{Nu}/\text{Nu}_{\text{ГЛ}}=1,62; 1,48; 1,34$  для  $t/D=0,25; 0,50; 1,00$  соответственно).

**Таблица 1. Теплообмен на воздухе в плоских каналах с шероховатыми стенками с симметричным обогревом (нижние значения), а также в круглых шероховатых трубах (верхние значения), рассчитанный по формулам (5), (7)-(12) для относительных высот турбулизаторов  $h/R_0=1/70$  и  $h/R_0=1/50$**

**Table 1. Heat exchange in air in flat channels with rough walls with symmetric heating (lower values), as well as in round rough pipes (upper values) calculated according to formulas (5), (7) - (12) for relative heights turbulence  $h/R_0=1/70$  и  $h/R_0=1/50$**

$h/R_0 \downarrow$	Nu ↓	Re → $4 \cdot 10^4$	$6 \cdot 10^4$	$8 \cdot 10^4$	$10^5$	$10^6$	$10^7$
		формула Диттуса—Боэлтера	96,90	134,02	168,71	201,68	1272,51
$1/70 = 1,43 \cdot 10^{-2}$	теоретическое решение	113,98	167,05	219,58	271,87	2509,00	22124,58
	Nu/Nu <sub>ГЛ</sub>	1,18	1,25	1,30	1,35	1,97	2,76
		1,27	1,33	1,39	1,44	2,10	2,93
$1/50 = 2,00 \cdot 10^{-2}$	теоретическое решение	124,04	181,74	239,12	296,40	2705,26	27015,57
	Nu/Nu <sub>ГЛ</sub>	1,28	1,36	1,42	1,47	2,13	3,36
		1,37	1,45	1,52	1,57	2,27	3,59

Из табл. 1 также видно, что теплообмен в плоских каналах с симметричным обогревом с шероховатыми стенками для этих условий, рассчитанный по интегральному соотношению (5), больше примерно на  $(6,2 \div 7,6)\%$ , чем в шероховатых трубах при прочих равных условиях, в то время как для гладких каналов вышеуказанное увеличение общеизвестно и составляет для воздуха при  $Re=5 \cdot 10^3 \div 5 \cdot 10^5$  —  $(6,1 \div 3,5)\%$  [1,11-14, 17- 18, 26, 27].

Можно сделать вывод о том, что увеличение теплообмена в круглых трубах вследствие шероховатости происходит ощутимо меньше, чем увеличение гидравлического сопротивления, особенно при увеличении числа Рейнольдса и относительной высоты шероховатости, который останется справедливым и для гораздо более широкого диапазона высот шероховатости.

Вышесказанное подтверждают данные по теплообмену на воздухе при  $Re=10^4 \div 10^6$  для круглых шероховатых труб с  $h/R_0=1/15; 1/30,6; 1/60; 1/126; 1/252; 1/507$ , приведённые в табл. 2, в сравнении с соответствующими данными по гидравлическому сопротивлению  $((Nu/Nu_{ГЛ})/(\xi/\xi_{ГЛ})=0,58 \div 0,84)$ . В таблице 2 приводятся соответствующие данные и для плоских шероховатых каналов с симметричным тепловым нагружением, для которых соотношение между теплообменом и гидросопротивлением повышенные по отношению к круглой трубе  $((Nu/Nu_{ГЛ})/(\xi/\xi_{ГЛ})=0,63 \div 0,91)$ .

Соответствующие данные для условий табл. 1 составили  $(Nu/Nu_{ГЛ})/(\xi/\xi_{ГЛ})=0,64 \div 0,81$ , а для условий табл. 2 для плоских каналов с симметричным тепловым нагружением составили  $(Nu/Nu_{ГЛ})/(\xi/\xi_{ГЛ})=0,68 \div 0,87$ , что на  $(4 \div 6)\%$  больше, чем для аналогичных данных для шероховатых труб.

Теплообмен в плоских каналах с шероховатыми поверхностями с симметричным тепловым нагружением при прочих равных условиях для  $h/R_0=1/15; 1/30,6; 1/60; 1/126; 1/252; 1/507$  увеличивается по отношению к круглым трубам с шероховатыми стенками на  $(4,8 \div 11,7)\%$  (табл. 2), что также больше, чем аналогичное значение увеличения для гладких плоских каналов.

В дальнейшем необходимо провести расчёты теплообмена для плоских каналов с шероховатыми поверхностями при симметричном тепловом нагружении и шероховатых труб, полученные по зависимостям (5), (7)–(12), для очень больших значений относительных высот шероховатости:  $h/R_0=0,15 \div 0,30$ .

**Таблица 2. Теплообмен в плоских каналах с шероховатыми стенками с симметричным обогревом (нижние значения) и в круглых шероховатых трубах (верхние значения) на воздухе в зависимости от числа Рейнольдса, рассчитанный теоретически на основании решений (5), (7)-(12) для широкого диапазона относительных высот турбулизаторов**  
**Table 2. Heat transfer in planar channels with rough walls with symmetrical heating (lower values) and in round rough pipes (upper values) in air, depending on the Reynolds number, calculated theoretically on the basis of solutions (5), (7) - (12) For a wide range of relative heights of turbulators**

$h/R_0$	Nu Nu/Nu <sub>гЛ</sub>	Re										
		10 <sup>4</sup>	1,58·10 <sup>4</sup>	2,51·10 <sup>4</sup>	3,98·10 <sup>4</sup>	6,31·10 <sup>4</sup>	10 <sup>5</sup>	1,58·10 <sup>5</sup>	2,51·10 <sup>5</sup>	3,98·10 <sup>5</sup>	6,31·10 <sup>5</sup>	10 <sup>6</sup>
1,97× ×10 <sup>-3</sup>	абсолютное	—	—	—	—	—	—	—	434,01 482,51	650,97 707,80	1020,08 1075,31	1599,58 1684,51
	относительное	—	—	—	—	—	—	—	1,03 1,15	1,07 1,16	1,16 1,22	1,26 1,32
3,97× ×10 <sup>-3</sup>	абсолютное	—	—	—	—	—	—	310,79 336,02	485,95 514,85	759,90 803,94	1191,49 1259,37	1873,53 1978,98
	относительное	—	—	—	—	—	—	1,07 1,15	1,15 1,22	1,25 1,32	1,35 1,43	1,47 1,56
7,94× ×10 <sup>-3</sup>	абсолютное	—	—	—	—	—	235,27 250,72	366,26 389,55	572,24 607,83	897,44 952,41	1411,90 1497,51	2221,23 2354,99
	относительное	—	—	—	—	—	1,17 1,24	1,26 1,34	1,36 1,44	1,47 1,56	1,60 1,70	1,75 1,85
1,67× ×10 <sup>-2</sup>	абсолютное	—	—	—	117,99 126,59	182,05 194,81	282,71 301,97	441,59 471,10	692,91 738,63	1090,78 1162,16	1681,95 1791,41	2595,86 2764,23
	относительное	—	—	—	1,22 1,31	1,30 1,40	1,40 1,50	1,51 1,62	1,64 1,75	1,79 1,91	1,91 2,03	2,04 2,17
3,27× ×10 <sup>-2</sup>	абсолютное	—	60,10 64,99	91,13 98,13	139,79 150,23	216,55 232,14	337,90 361,80	530,05 567,11	823,39 880,52	1271,93 1359,78	1957,73 2092,56	3040,21 3249,17
	относительное	—	1,30 1,41	1,36 1,47	1,45 1,56	1,55 1,66	1,68 1,79	1,82 1,95	1,95 2,09	2,09 2,23	2,22 2,38	2,39 2,55
6,67× ×10 <sup>-2</sup>	абсолютное	47,66 51,67	71,33 76,98	108,93 117,22	168,27 180,76	262,22 281,94	408,52 438,04	631,68 677,03	978,02 1047,94	1515,52 1623,59	2350,09 2517,40	3646,15 3905,46
	относительное	1,49 1,62	1,54 1,67	1,63 1,76	1,74 1,87	1,88 2,02	2,03 2,17	2,17 2,32	2,32 2,49	2,49 2,67	2,67 2,86	2,87 3,07
0	Диттус—Бозлтер	31,96	46,20	66,78	96,53	139,53	201,68	291,51	421,37	609,06	880,36	1272,51

В таблице 3 приведены расчётные значения теплообмена на воздухе для плоских каналов с симметричным обогревом и круглых труб с шероховатыми поверхностями для очень больших относительных высот шероховатости ( $h/R_0=0,15\div0,30$ ) для характерного диапазона чисел Рейнольдса ( $Re=10^4\div10^6$ ), при расчёте которого были использованы значения гидравлического сопротивления по [25]; для сравнения приведены соответствующие значения теплообмена на воздухе для гладкой трубы  $Nu_{гЛ}$  ( $h/R_0=0$ ).

Из таблицы 3 видно, что теплообмен в шероховатых трубах на воздухе для больших высот шероховатости увеличивается при малых числах Рейнольдса примерно с 1,8 до 2,1 раз по сравнению с гладкой трубой при увеличении относительной высоты шероховатости с  $h/R_0=0,15$  до  $h/R_0=0,30$ , для средних чисел Рейнольдса это увеличение составляет уже примерно 2,5 и 2,9 раз соответственно, для больших – с 3,6 до 4,2 раз.

При увеличении числа Рейнольдса с  $10^4$  до  $10^6$  теплообмен в шероховатых трубах на воздухе по сравнению с гладкой трубой увеличивается примерно в 2,0 раза для всего рассматриваемого диапазона относительных высот шероховатостей; при увеличении очень большой относительной высоты шероховатости в два раза (с  $h/R_0=0,15$  до  $h/R_0=0,30$ ) соответствующее увеличение относительного гидравлического сопротивления составляет примерно  $1,15\div1,19$  раз, т.е. несколько меньше, чем соответствующее повышение гидравлического сопротивления.

**Таблица 3. Теплообмен (число Нуссельта) на воздухе в плоских каналах с симметричным обогревом с шероховатыми стенками (нижние значения) и в круглых шероховатых трубах (верхние значения), рассчитанный теоретически на основании решений (5), (7) – (12) для очень больших относительных высот шероховатости ( $h/R_0=0,15\div 0,30$ ) в зависимости от числа Рейнольдса.**

**Table 3. Heat transfer (Nusselt number) in air in planar channels with symmetrical heating with rough walls (lower values) and in round rough pipes (upper values), calculated theoretically on the basis of solutions (5), (7) – (12) for very high relative roughness heights ( $h/R_0=0,15\div 0,30$ ), depending on the Reynolds number.**

$h/R_0$	Re				
	$10^4$	$5 \cdot 10^4$	$10^5$	$5 \cdot 10^5$	$10^6$
0,15	57,01	255,79	495,62	2320,26	4521,46
	61,38	273,81	530,16	2480,70	4833,81
0,20	60,52	272,55	529,10	2494,82	4873,51
	64,93	290,99	564,61	2670,05	5198,06
0,25	63,26	285,81	556,11	2634,74	5156,57
	67,65	304,50	591,92	2803,38	5486,39
0,30	65,48	296,68	578,30	2750,43	5391,79
	69,81	315,12	614,00	2919,30	5722,62
0	31,96	115,83	201,68	730,86	1272,51

Теплообмен в плоских каналах с шероховатыми поверхностями с симметричным тепловым нагружением при прочих равных условиях для очень больших относительных высот шероховатости ( $h/R_0=0,15\div 0,30$ ) увеличивается по отношению к круглым шероховатым трубам на  $(6,1\div 7,7)\%$ .

Следовательно, как увеличение относительной высоты шероховатости, так и увеличение числа Рейнольдса вызывает существенное повышение теплообмена в круглых шероховатых трубах на воздухе по отношению к гладким трубам. Для плоских каналов с шероховатыми стенками при симметричном обогреве соответствующее увеличение теплоотдачи ещё более существенно, чем для круглых шероховатых труб.

При очень высоких относительных высотах шероховатости увеличение теплообмена в плоских каналах с шероховатыми стенками с симметричным обогревом и в шероховатых трубах сопровождается гораздо большим увеличением гидравлического сопротивления, чем для меньших относительных высот шероховатости, особенно с ростом числа Рейнольдса.

Далее необходимо провести сравнительный анализ расчётных значений теплообмена на воздухе, полученных по разработанной в данной работе методике, основанной на зависимостях (5), (7)-(12), для плоских каналов с шероховатыми стенками при симметричном тепловом нагружении, для шероховатых труб и для труб с турбулизаторами при прочих равных условиях (равенство относительных высот шероховатости и турбулизаторов, чисел Рейнольдса).

С этой целью в таблице 4 приведены для удобства значения относительного теплообмена  $Nu/Nu_{гд}$  для плоских каналов с шероховатыми стенками при симметричном обогреве, круглых шероховатых труб на воздухе, рассчитанных как по разработанной в исследовании теории, которые сравниваются с экспериментальными данными для труб с периодическими поперечно расположенными турбулизаторами потока в круглых трубах [1] при условии  $h/R_0 = idem$  и  $Re = idem$  ( $h/R_0=0,01\div 0,13$ ;  $t/D=0,25\div 1,00$ ;  $Re=10^4\div 2 \cdot 10^5$ ).

Сравнение полученных расчётных данных по теплообмену на воздухе в шероховатых трубах и трубах с турбулизаторами при прочих равных условиях, представленное в таблице 4, показывает, что при малых относительных высотах шероховатости ( $h/R_0=1/100$ ) теплообмен в шероховатых трубах при небольших числах Рейнольдса немного меньше, чем в трубах с турбулизаторами с большими относительными шагами.

При увеличении числа Рейнольдса теплообмен приближается к теплообмену в трубах с турбулизаторами средних и малых относительных шагов соответственно; а при больших числах Рейнольдса теплообмен в шероховатых трубах примерно на 15% больше чем в трубах с турбулизаторами.

**Таблица 4. Сравнительный анализ значений относительного теплообмена на воздухе  $Nu/Nu_{ГЛ}$  для плоских каналов с симметричным обогревом с шероховатыми стенками (нижние значения) и круглых шероховатых труб (верхние значения), рассчитанных по разработанной теории с экспериментальными данными [1] для труб с периодическими поперечно расположенными турбулизаторами в круглых трубах для  $h/R_0=0,01\div 0,13$ ;  $t/D=0,25\div 1,00$ ;  $Re=10^4\div 4\cdot 10^5$ .**

**Table 4. Comparative analysis of the values of relative heat transfer in air  $Nu / Nu_{GL}$  for flat channels with symmetric heating with rough walls (lower values) and round rough pipes (upper values) calculated from the developed theory with experimental data [1] for tubes with transverse transverse arranged by turbulators in round tubes for  $h/R_0=0,01\div 0,13$ ;  $t/D=0,25\div 1,00$ ;  $Re=10^4\div 4\cdot 10^5$ .**

$h/R_0$	$t/D$	$\frac{Nu}{Nu_{ГЛ}}$	Re								
			$10^4$	$2\cdot 10^4$	$4\cdot 10^4$	$10^5$	$2\cdot 10^5$	$4\cdot 10^5$	$10^6$	$10^7$	$10^9$
0,01	0,25	Калинин	1,25	1,30	1,32	1,35	1,37	1,38	—	—	—
	0,50	Калинин	1,23	1,28	1,22	1,25	1,28	1,32	—	—	—
	1,00	Калинин	1,13	1,13	1,15	1,15	1,16	1,12	—	—	—
	—	теория	—	—	1,08 1,19	1,23 1,32	1,38 1,47	1,56 1,66	1,83 1,94	2,54 2,69	5,15 5,47
0,05	0,25	Калинин	2,14	2,20	2,28	2,28	2,37	2,45	—	—	—
	0,50	Калинин	2,05	2,08	2,06	2,12	2,24	2,28	—	—	—
	1,00	Калинин	1,69	1,65	1,73	1,85	1,82	1,75	—	—	—
	—	теория	1,40 1,51	1,48 1,59	1,62 1,74	1,88 2,02	2,09 2,23	2,31 2,48	2,66 2,85	3,79 4,06	7,93 8,49
0,10	0,25	Калинин	2,65	2,80	2,80	2,82	2,88	3,08	—	—	—
	0,50	Калинин	2,54	2,69	2,68	2,67	2,77	2,92	—	—	—
	1,00	Калинин	2,27	2,38	2,35	2,41	2,40	2,47	—	—	—
	—	теория	1,63 1,76	1,75 1,88	1,94 2,08	2,23 2,38	2,48 2,67	2,75 2,94	3,19 3,41	4,61 4,94	9,86 10,56
0,11	0,25	Калинин	2,65	2,85	2,80	2,82	2,92	3,12	—	—	—
	—	теория	1,67 1,80	1,79 1,92	1,99 2,14	2,28 2,44	2,54 2,72	2,83 3,04	3,27 3,50	4,74 5,08	10,17 10,89
0,12	0,50	Калинин	2,28	2,72	2,70	2,70	2,85	3,00	—	—	—
	—	теория	1,70 1,83	1,83 1,97	2,03 2,18	2,33 2,48	2,59 2,78	2,89 3,09	3,35 3,59	4,86 5,20	10,46 11,40
0,13	1,00	Калинин	2,54	2,70	2,66	2,67	2,68	2,74	—	—	—
	—	теория	1,73 1,86	1,86 2,00	2,07 2,22	2,37 2,53	2,64 2,83	2,95 3,15	3,42 3,66	4,98 5,33	10,74 11,49

При средних относительных высотах шероховатости ( $h/R_0=1/20$ ) значения теплообмена в шероховатых трубах находится между значениями теплообмена в трубах с турбулизаторами с большим ( $t/D=1$ ) и средним ( $t/D=1/2$ ) относительным шагом при небольших и средних числах Рейнольдса; при больших числах Рейнольдса теплообмен в шероховатых трубах приблизительно соответствует теплообмену в трубах с турбулизаторами со средним относительным шагом.

При больших относительных высотах шероховатости ( $h/R_0=1/10$ ) теплообмен в шероховатых трубах для небольших и средних числах Рейнольдса несколько меньше, чем для труб с турбулизаторами; при увеличении числа Рейнольдса теплообмен в шероховатых трубах приблизительно равен теплообмену в трубах с турбулизаторами с большим относительным шагом; при больших числах Рейнольдса значение теплообмена в шероховатых трубах находится примерно посередине между значениями теплообмена для труб с турбулизаторами со средним и большим относительным шагом.

Для очень высоких относительных высот шероховатости ( $h/R_0>1/10$ ) теплообмен в шероховатых трубах при небольших и средних числах Рейнольдса, в среднем, приблизительно наполовину меньше, чем для труб с турбулизаторами; при больших числах Рейнольдса теплообмен в шероховатых трубах приближается к теплообмену в трубах с турбулизаторами и даже немного превосходит его с увеличением значения относительной высоты.

Для плоских каналов с шероховатыми поверхностями при симметричном тепловом нагружении имеет место увеличение теплообмена по сравнению с прямыми круглыми шероховатыми трубами при прочих равных условиях для данного диапазона определяющих параметров примерно на  $(6\div 8)\%$  (табл. 4).

Данные по теплообмену на воздухе для плоских каналов с шероховатыми стенками при симметричном обогреве и шероховатых труб для очень высоких чисел Рейнольдса ( $Re \geq 10^6$ ), приведённые в таблице 4, указывают на то, с увеличением числа Рейнольдса сначала (после  $Re > 10^6$ ) происходит довольно небольшое снижение относительного теплообмена— гидросопротивления  $(Nu/Nu_{г\text{л}})/(\xi/\xi_{г\text{л}})$ , после чего (ближе к  $Re \approx 10^9$ ) оно несколько возрастает, что характерно, например, для т.н. предельного теплообмена третьего рода при турбулентном течении в круглых трубах, но при более низких числах Рейнольдса [2-7, 15 – 16, 29].

Относительный теплообмен в шероховатых трубах при очень высоких числах Рейнольдса ( $Re = 10^6 \div 10^9$ ) возрастает при увеличении числа Рейнольдса и при увеличении относительной высоты шероховатости; для плоских каналов с шероховатыми стенками при симметричном тепловом нагружении увеличение теплообмена для этих условий выше приблизительно на  $(6\div 9)\%$ , чем для круглых шероховатых труб (таблица 4).

#### **Вывод:**

1. Разработана методика теоретического расчётного детерминирования осреднённого теплообмена для плоских каналов с шероховатыми поверхностями с симметричным тепловым нагружением и круглых труб с шероховатыми стенками на основе принципа суперпозиции полной вязкости в турбулентном пограничном слое, преимущественно отличающаяся от существующих теорий; ее необходимо применять при расчёте теплообмена, несмотря на определено более высокую сложность.

2. Теоретические решения, полученные в данном исследовании, показали, что в увеличение расчётных значений относительного осреднённого теплообмена  $Nu/Nu_{г\text{л}}$  для плоских шероховатых каналов и шероховатых труб с очень большими значениями относительной шероховатости существенный вклад дает как увеличение относительной высоты шероховатости  $h/R_0$ , так и увеличение числа Рейнольдса  $Re$ .

3. Сравнительный анализ расчётных значений относительного осреднённого теплообмена в шероховатых трубах с аналогичными экспериментальными значениями для труб с периодическими поперечно расположенными турбулизаторами потока показал, что в очень больших относительных высот шероховатости осреднённый теплообмен в шероховатых трубах почти во всех случаях несколько ниже, чем для труб с турбулизаторами при прочих равных условиях и приблизительно равен при больших числах Рейнольдса; для малых, средних и больших относительных высот найдены границы их приблизительного соответствия при прочих равных условиях: чем больше число Рейнольдса  $Re$ , тем меньше должен быть относительный шаг между турбулизаторами  $h/R_0$ .

4. Главное преимущество решений для осреднённого теплообмена для шероховатых плоских каналов с симметричным тепловым нагружением и круглых труб, полученных по разработанной теории, по сравнению с эмпирическими зависимостями заключается в том, что они позволяют рассчитать теплообмен в шероховатых трубах в случае больших и очень больших относительных высот выступов шероховатости в том числе и для больших чисел Рейнольдса, что характерно, например, для труб малых диаметров и узких плоских каналов.

5. Расчёты по относительному теплообмену—гидросопротивлению для шероховатых плоских каналов с симметричным тепловым нагружением и круглых труб показали, что повышение относительного теплообмена на воздухе вследствие увеличения относительной высоты шероховатости или числа Рейнольдса сопровождается еще более существенным повышением гидравлического сопротивления.

6. Анализ полученных расчётных значений теплообмена—гидросопротивления для плоских шероховатых каналов с симметричным обогревом и круглых шероховатых труб показывает, что повышение теплообмена всегда меньше, чем соответствующее повышение гидрав-

лического сопротивления, что является недостатком по сравнению с каналами с турбулизаторами при прочих равных условиях.

7. На основании приведённых расчётов по относительному теплообмену— гидросопротивлению для плоских шероховатых каналов с симметричным обогревом и круглых шероховатых труб можно заключить, что они могут иметь преимущество по сравнению с трубами с турбулизаторами с точки зрения вышеуказанного параметра при прочих равных условиях в области высоких значений относительной высоты шероховатости при высоких числах Рейнольдса.

8. Полученные в работе расчётные данные по осреднённому теплообмену показали, что в рассматриваемом диапазоне определяющих параметров для плоских шероховатых каналов с симметричным тепловым нагружением при прочих равных условиях осреднённый теплообмен выше на  $(4,8 \div 11,7)\%$  по сравнению с круглыми шероховатыми трубами.

### **Библиографический список:**

1. Эффективные поверхности теплообмена / Э.К.Калинин, Г.А.Дрейцер, И.З. Копп и др. – М.: Энергоатомиздат, 1998. – 408 с.

2. Лобанов И.Е. Математическое моделирование интенсифицированного теплообмена при турбулентном течении в каналах: Диссертация на соискание ученой степени доктора технических наук. – М., 2005. – 632 с.

3. Лобанов И.Е., Штейн Л.М. Перспективные теплообменные аппараты с интенсифицированным теплообменом для металлургического производства. (Общая теория интенсифицированного теплообмена для теплообменных аппаратов, применяемых в современном металлургическом производстве.) В 4-х томах. Том I. Математическое моделирование интенсифицированного теплообмена при турбулентном течении в каналах с применением основных аналитических и численных методов. – М.: Издательство Ассоциации строительных вузов, 2009. – 405 с.

4. Лобанов И.Е., Штейн Л.М. Перспективные теплообменные аппараты с интенсифицированным теплообменом для металлургического производства. (Общая теория интенсифицированного теплообмена для теплообменных аппаратов, применяемых в современном металлургическом производстве.) В 4-х томах. Том II. Математическое моделирование интенсифицированного теплообмена при турбулентном течении в каналах с применением неосновных аналитических и численных методов. – М.: Издательство Ассоциации строительных вузов, 2010. – 290 с.

5. Лобанов И.Е., Штейн Л.М. Перспективные теплообменные аппараты с интенсифицированным теплообменом для металлургического производства. (Общая теория интенсифицированного теплообмена для теплообменных аппаратов, применяемых в современном металлургическом производстве.) В 4-х томах. Том III. Математическое моделирование интенсифицированного теплообмена при турбулентном течении в каналах с применением многослойных, супермногослойных и композитных моделей турбулентного пограничного слоя. – М.: МГАКХиС, 2010. – 288 с.

6. Лобанов И.Е., Штейн Л.М. Перспективные теплообменные аппараты с интенсифицированным теплообменом для металлургического производства. (Общая теория интенсифицированного теплообмена для теплообменных аппаратов, применяемых в современном металлургическом производстве.) В 4-х томах Том IV. Специальные аспекты математического моделирования гидродинамики, теплообмена, а также теплопередачи в теплообменных аппаратах с интенсифицированным теплообменом. – М.: МГАКХиС, 2011. – 343 с.

7. Лобанов И.Е., Доценко А.И. Математическое моделирование предельного теплообмена для турбулизированного потока в каналах. – М.: МИКХиС, 2008. – 194 с.

8. Иевлев В.М. Численное моделирование турбулентных течений. – М.: Наука, 1990. – 215 с.

9. Ляхов В.К. Метод относительного соответствия при расчётах турбулентных пристеночных потоков. – Саратов: Издательство Саратовского университета, 1975. – 123 с.

10. Ляхов В.К., Мигалин В.К. Эффект тепловой, или диффузионной, шероховатости. – Саратов: Издательство Саратовского университета, 1989. — 176 с.

11. Миллионщиков М.Д. Турбулентные течения в пограничном слое и в трубах. – М.: Наука, 1969. – 52 с.

12. Миллионщиков М.Д. Турбулентные течения в пристеночном слое и в трубах // Атомная энергия. – 1970. – Т. 28. – Вып. 3. – С. 207–220.

13. Миллионщиков М.Д. Турбулентный тепло- и массообмен в трубах с гладкими и шероховатыми стенками // Атомная энергия. – 1971. – Т. 31. – Вып. 3. – С. 199–204.
14. Кутателадзе С.С. Основы теории теплообмена. – М.: Атомиздат, 1979. – 416 с.
15. Дрейцер Г.А., Лобанов И.Е. Исследование предельной интенсификации теплообмена в трубах за счёт искусственной турбулизации потока // Теплофизика высоких температур. – 2002–Т. 40. – № 6. – С. 958–963.
16. Дрейцер Г.А., Лобанов И.Е. Предельная интенсификация теплообмена в трубах за счёт искусственной турбулизации потока // Инженерно-физический журнал. – 2003. – Т. 76. – № 1. – С. 46–51.
17. Новиков И.И., Воскресенский К.Д. Прикладная термодинамика и теплопередача. – М.: Госатомиздат, 1961. – 548 с.
18. Новиков И.И., Воскресенский К.Д. Прикладная термодинамика и теплопередача. – М.: Атомиздат, 1977. – 349 с.
19. Лобанов И.Е. математическое моделирование предельного теплообмена за счёт турбулизации потока при турбулентном течении в плоских каналах с турбулизаторами // актуальные проблемы российской космонавтики: материалы ххiv академических чтений по космонавтике. москва, январь 2010 г. / под общей редакцией А.К.Медведевой. – М.: комиссия ран по разработке научного наследия пионеров освоения космического пространства, 2010. – С. 200–202.
20. Лобанов И.Е., Флейтлих Б.Б. Моделирование интенсифицированного теплообмена при турбулентном течении в плоских каналах с периодически поверхностно расположенными турбулизаторами потока на базе семислойной модели турбулентного пограничного слоя // Фундаментальные и прикладные проблемы техники и технологии. – 2011. – № 2 (286). – С. 42–50.
21. Лобанов И.Е., Флейтлих Б.Б. Моделирование интенсифицированного теплообмена при турбулентном течении в плоских каналах с периодически поверхностно расположенными турбулизаторами потока на базе семислойной модели турбулентного пограничного слоя // Проблемы газодинамики и теплообмена в энергетических технологиях: тезисы Международной научной школы (Москва, 5–7 сентября 2011 г.). – М.: Издательский дом МЭИ, 2011. – С. 50–52.
22. Лобанов И.Е. Теория теплообмена при турбулентном течении в плоских каналах с поверхностно расположенными односторонними турбулизаторами потока на базе семислойной модели турбулентного пограничного слоя // Московское научное обозрение. – 2012. – № 4. – Ч. 1. – С. 7–12.
23. Лобанов И.Е. Аналитическое решение задачи об интенсифицированном теплообмене при турбулентном течении в плоских каналах с периодически поверхностно расположенными турбулизаторами потока на базе семислойной модели турбулентного пограничного слоя // Научное обозрение. – 2012. – № 2. – С. 375–387.
24. Лобанов И.Е. Теплообмен при турбулентном течении в плоских каналах с равномерно расположенными поверхностными односторонними турбулизаторами потока // Вестник машиностроения. – 2012. – № 8. – С. 13–17.
25. Лобанов И.Е. Теория гидравлического сопротивления в шероховатых трубах // Вестник машиностроения. – 2013. – № 7. – С. 27–33.
26. Теплообмен в энергетических установках космических аппаратов / Под ред. В.К.Кошкина. – М.: Машиностроение, 1975. – 272 с.
27. Жукаускас А.А. Конвективный перенос в теплообменниках. – М.: Наука, 1982. – 472 с.
28. Субботин В.И., Ушаков Н.А. Приближённые расчёты гидродинамических характеристик турбулентного потока жидкости в кольцевых каналах // Теплофизика высоких температур. – 1972. – Т. 10. – № 5. – С. 1025–1030.
29. Лобанов И.Е., Парамонов Н.В. Предельный теплообмен при интенсифицированном турбулентном течении в каналах. – М.: Издательство МАИ, 2013. — 168 с.

#### References:

1. Kalinin E.K., Dreytser G.A., Kopp I.Z. i dr. Effektivnyye poverkhnosti teploobmena. M.: Energoatomizdat; 1998. 408 s. [Kalinin E.K., Dreytser G.A., Kopp I.Z. et al. Effective heat-exchange surfaces. Moscow: Energoatomizdat; 1998. 408 p. (in Russ.)]
2. Lobanov I.E. Matematicheskoe modelirovanie intensifitsirovannogo teploobmena pri turbulentnom techenii v kanalah. Dissertatsiya na soiskanie uchenoy stepeni doktora tekhnicheskikh nauk. Mos-

kva; 2005. 632 s. [Lobanov I.E. Mathematical modeling of intensified heat-exchange under the turbulent flow in the channels. Doctor of technical sciences dissertation. Moscow; 2005. 632 p. (in Russ.)]

3. Lobanov I.E., Shteyn L.M. Perspektivnye teploobmennye apparaty s intensivitsirovannym teploobmenom dlya metallurgicheskogo proizvodstva. (Obshchaya teoriya intensivitsirovannogo teploobmena dlya teploobmennyykh apparatov, primenyaemykh v sovremennom metallurgicheskom proizvodstve.) V 4-kh tomakh. Tom I. Matematicheskoe modelirovanie intensivitsirovannogo teploobmena pri turbulentnom techenii v kanalakh s primeneniem osnovnykh analiticheskikh i chislennykh metodov. M.: Izdatel'stvo Assotsiatsii stroitel'nykh vuzov; 2009. 405 s. [Lobanov I.E., Shteyn L.M. Perspective heat-exchange apparatus with intensified heat-exchange for metallurgical production. (General theory of intensified heat-exchange for heat-exchange apparatus used in modern metallurgical production). In 4 volumes. Volume I. Mathematical modeling of intensified heat-exchange under the turbulent flow in channels using major analytical and numeric methods. Moscow: Izdatel'stvo Assotsiatsii stroitel'nykh vuzov; 2009. 405 p. (in Russ.)]

4. Lobanov I.E., Shteyn L.M. Perspektivnye teploobmennye apparaty s intensivitsirovannym teploobmenom dlya metallurgicheskogo proizvodstva. (Obshchaya teoriya intensivitsirovannogo teploobmena dlya teploobmennyykh apparatov, primenyaemykh v sovremennom metallurgicheskom proizvodstve.) V 4-kh tomakh. Tom II. Matematicheskoe modelirovanie intensivitsirovannogo teploobmena pri turbulentnom techenii v kanalakh s primeneniem neosnovnykh analiticheskikh i chislennykh metodov. M.: Izdatel'stvo Assotsiatsii stroitel'nykh vuzov; 2010. 290 s. [Lobanov I.E., Shteyn L.M. Perspective heat-exchange apparatus with intensified heat-exchange for metallurgical production. (General theory of intensified heat-exchange for heat-exchange apparatus used in modern metallurgical production). In 4 volumes. Volume II. Mathematical modeling of intensified heat-exchange under the turbulent flow in channels using minor analytical and numeric methods. Moscow: Izdatel'stvo Assotsiatsii stroitel'nykh vuzov; 2010. 290 p. (in Russ.)]

5. Lobanov I.E., Shteyn L.M. Perspektivnye teploobmennye apparaty s intensivitsirovannym teploobmenom dlya metallurgicheskogo proizvodstva. (Obshchaya teoriya intensivitsirovannogo teploobmena dlya teploobmennyykh apparatov, primenyaemykh v sovremennom metallurgicheskom proizvodstve.) V 4-kh tomakh. Tom III. Matematicheskoe modelirovanie intensivitsirovannogo teploobmena pri turbulentnom techenii v kanalakh s primeneniem mnogosloynnykh, supermnogosloynnykh i kompaundnykh modeley turbulentnogo pogranichnogo sloya. M.: MGAKKHiS; 2010. 288 s. [Lobanov I.E., Shteyn L.M. Perspective heat-exchange apparatus with intensified heat-exchange for metallurgical production. (General theory of intensified heat-exchange for heat-exchange apparatus used in modern metallurgical production). In 4 volumes. Volume III. Mathematical modeling of intensified heat-exchange under the turbulent flow in channels using multi-layer, super-multi-layer and compound models of turbulent boundary layer. Moscow: MGAKKHiS; 2010. 288 p. (in Russ.)]

6. Lobanov I.E., Shteyn L.M. Perspektivnye teploobmennye apparaty s intensivitsirovannym teploobmenom dlya metallurgicheskogo proizvodstva. (Obshchaya teoriya intensivitsirovannogo teploobmena dlya teploobmennyykh apparatov, primenyaemykh v sovremennom metallurgicheskom proizvodstve.) V 4-kh tomakh Tom IV. Spetsial'nye aspekty matematicheskogo modelirovaniya gidrogazodinamiki, teploobmena, a takzhe teploperedachi v teploobmennyykh apparatakh s intensivitsirovannym teploobmenom. M.: MGAKKHiS; 2011. 343 s. [Lobanov I.E., Shteyn L.M. Perspective heat-exchange apparatus with intensified heat-exchange for metallurgical production. (General theory of intensified heat-exchange for heat-exchange apparatus used in modern metallurgical production). In 4 volumes. Volume IV. Special aspects of mathematical modeling of hydro-gas-dynamics, heat-exchange, and heat transfer in heat-exchange apparatus with intensified heat-exchange. Moscow: MGAKKHiS; 2011. 343 p. (in Russ.)]

7. Lobanov I.E., Dotsenko A.I. Matematicheskoe modelirovanie predel'nogo teploobmena dlya turbulizirovannogo potoka v kanalakh. M.: MIKKHiS; 2008. 194 s. [Lobanov I.E., Dotsenko A.I. Mathematical modeling of terminal heat-exchange for turbulated flow in channels. Moscow: MIKKHiS; 2008. 194 p. (in Russ.)]

8. Ievlev V.M. Chislennoe modelirovanie turbulentnykh techeniy. M.: Nauka; 1990. 215 s. [Ievlev V.M. Numeric modeling of turbulent flows. Moscow: Nauka; 1990. 215 p. (in Russ.)]

9. Lyakhov V.K. Metod otnositel'nogo sootvetstviya pri raschetakh turbulentnykh pristenochnykh potokov. Saratov: Izdatel'stvo Saratovskogo universiteta; 1975. 123 s. [Lyakhov V.K. Method of relative correspondence during the calculations of turbulent near-wall flows. Saratov: Izdatel'stvo Saratovskogo universiteta; 1975. 123 p. (in Russ.)]

10. Lyakhov V.K., Migalin V.K. Effekt teplovoy, ili diffuzionnoy, sherokhovatosti. Saratov: Izdatel'stvo Saratovskogo universiteta; 1989. 176 s. [Lyakhov V.K., Migalin V.K. Effect of heat, or diffusion roughness. Saratov: Izdatel'stvo Saratovskogo universiteta; 1989. 176 p. (in Russ.)]
11. Millionshchikov M.D. Turbulentnye techeniya v pogranichnom sloe i v trubakh. M.: Nauka; 1969. 52 s. [Millionshchikov M.D. Turbulent flows in boundary layer and in pipes. Moscow: Nauka; 1969. 52 p. (in Russ.)]
12. Millionshchikov M.D. Turbulentnye techeniya v pristenochnom sloe i v trubakh. Atomnaya energiya. 1970; 28(3):207-220. [Millionshchikov M.D. Turbulent flows in near-wall layer and in pipes. Atomic Energy. 1970; 28(3):207-220. (in Russ.)]
13. Millionshchikov M.D. Turbulentnyy teplo- i massoobmen v trubakh s gladkimi i sherokhovatyimi stenkami. Atomnaya energiya. 1971; 31(3):199-204. [Millionshchikov M.D. Turbulent heat and mass-exchange in pipes with smooth and rough walls. Atomic Energy. 1971; 31(3):199-204. (in Russ.)]
14. Kutateladze S.S. Osnovy teorii teploobmena. M.: Atomizdat; 1979. 416 s. [Kutateladze S.S. Fundamentals of heat-exchange theory. Moscow: Atomizdat; 1979. 416 p. (in Russ.)]
15. Dreytser G.A., Lobanov I.E. Issledovanie predel'noy intensivatsii teploobmena v trubakh za schet iskusstvennoy turbulizatsii potoka. Teplofizika vysokikh temperatur. 2002;40(6):958-963. [Dreytser G.A., Lobanov I.E. Study of terminal heat-exchange intensification in pipes with artificial flow turbulisation. High Temperature. 2002;40(6):958-963. (in Russ.)]
16. Dreytser G.A., Lobanov I.E. Predel'naya intensivatsiya teploobmena v trubakh za schet iskusstvennoy turbulizatsii potoka. Inzhenerno-fizicheskiy zhurnal. 2003;76(1):46-51. [Dreytser G.A., Lobanov I.E. Terminal heat-exchange intensification in pipes with artificial flow turbulisation. Journal of Engineering Physics and Thermophysics. 2003;76(1):46-51. (in Russ.)]
17. Novikov I.I., Voskresenskiy K.D. Prikladnaya termodinamika i teploperedacha. M.: Gosatomizdat; 1961. 548 s. [Novikov I.I., Voskresenskiy K.D. Applied thermodynamics and heat transfer. Moscow: Gosatomizdat; 1961. 548 p. (in Russ.)]
18. Novikov I.I., Voskresenskiy K.D. Prikladnaya termodinamika i teploperedacha. M.: Atomizdat; 1977. 349 s. [Novikov I.I., Voskresenskiy K.D. Applied thermodynamics and heat transfer. Moscow: Atomizdat; 1977. 349 p. (in Russ.)]
19. Lobanov I.E. Matematicheskoe modelirovanie predel'nogo teploobmena za schet turbulizatsii potoka pri turbulentnom techenii v ploskikh kanalakh s turbulizatorami. Materialy XXXIV Akademicheskikh chteniy po kosmonavtike "Aktual'nye problemy rossiyskoy kosmonavtiki". Moskva; 2010. S. 200-202. [Lobanov I.E. Mathematical modeling of terminal heat-exchange with flow turbulisation under the turbulent flow in the flat channels with turbulizators. Materials of XXXIV Academic readings about cosmonautics "Relevant problems of Russian cosmonautics". Moscow; 2010. P. 200-202. (in Russ.)]
20. Lobanov I.E., Fleytlikh B.B. Modelirovanie intensivirovannogo teploobmena pri turbulentnom techenii v ploskikh kanalakh s periodicheski poverkhnostno raspolozhennymi turbulizatorami potoka na baze semisloynoy modeli turbulentnogo pogranichnogo sloya. Fundamental'nye i prikladnye problemy tekhniki i tekhnologii. 2011;2(286):42-50. [Lobanov I.E., Fleytlikh B.B. Modeling of intensified heat-exchange under the turbulent flow in the flat channels with flow turbulizators, periodically situated on the surface, based on 7-layer model of turbulent boundary layer. Fundamental and Applied Problems of Technics and technology. 2011;2(286):42-50. (in Russ.)]
21. Lobanov I.E., Fleytlikh B.B. Modelirovanie intensivirovannogo teploobmena pri turbulentnom techenii v ploskikh kanalakh s periodicheski poverkhnostno raspolozhennymi turbulizatorami potoka na baze semisloynoy modeli turbulentnogo pogranichnogo sloya. Tezisy Mezhdunarodnoy nauchnoy shkoly "Problemy gazodinamiki i teploobmena v energeticheskikh tekhnologiyakh". Moskva; 2011. S. 50-52. [Lobanov I.E., Fleytlikh B.B. Modeling of intensified heat-exchange under the turbulent flow in the flat channels with flow turbulizators, periodically situated on the surface, based on 7-layer model of turbulent boundary layer. Abstracts of International scientific school "Problems of gas dynamics and heat-exchange in energetic technologies". Moscow; 2011. P. 50-52. (in Russ.)]
22. Lobanov I.E. Teoriya teploobmena pri turbulentnom techenii v ploskikh kanalakh s poverkhnostno raspolozhennymi odnostoronnnimi turbulizatorami potoka na baze semisloynoy modeli turbulentnogo pogranichnogo sloya. Moskovskoe nauchnoe obozrenie. 2012;4(1):7-12. [Lobanov I.E. Theory of heat exchange under turbulent flow in flat channels with with single-sided flow turbulizators, situated on

the surface, based on 7-layer model of turbulent boundary layer. *Moskovskoe nauchnoe obozrenie*. 2012;4(1):7-12. (in Russ.)]

23. Lobanov I.E. Analiticheskoe reshenie zadachi ob intensivitsirovannom teploobmene pri turbulentnom techenii v ploskikh kanalakh s periodicheski poverkhnostno raspolozhennymi turbulizatorami potoka na baze semisloynoy modeli turbulentnogo pogranichnogo sloya. *Nauchnoe obozrenie*. 2012;2:375-387. [Lobanov I.E. Analytical solution of the problem of intensified heat exchange under turbulent flow in flat channels with flow turbulizators, periodically situated on the surface, based on 7-layer model of turbulent boundary layer. *Science review*. 2012;2:375-387. (in Russ.)]

24. Lobanov I.E. Teploobmen pri turbulentnom techenii v ploskikh kanalakh s ravnomerno raspolozhennymi poverkhnostnymi odносторонними turbulizatorami potoka. *Vestnik mashinostroeniya*. 2012;8:13-17. [Lobanov I.E. Heat exchange under turbulent flow in flat channels with evenly situated surface single-sided flow turbulizators. *Russian Engineering Research*. 2012;8:13-17. (in Russ.)]

25. Lobanov I.E. Teoriya gidravlicheskogo soprotivleniya v sherokhovatykh trubakh. *Vestnik mashinostroeniya*. 2013;7:27-33. [Lobanov I.E. Theory of hydraulic resistanse in rough pipes. *Russian Engineering Research*. 2013;7:27-33. (in Russ.)]

26. Teploobmen v energeticheskikh ustanovkakh kosmicheskikh apparatov. Pod red. V.K. Koshkina. M.: Mashinostroenie; 1975. 272 s. [Heat exchange in energetic installations of cosmic apparatus. Koshkin V.K. (Ed.). Moscow: Mashinostroenie; 1975. 272 p. (in Russ.)]

27. Zhukauskas A.A. Konvektivnyy perenos v teploobmennikakh. M.: Nauka; 1982. 472 s. [Zhukauskas A.A. Convective transfer in heat-exchangers. Moscow: Nauka; 1982. 472 p. (in Russ.)]

28. Subbotin V.I., Ushakov N.A. Priblizhennyye raschety gidrodinamicheskikh kharakteristik turbulentnogo potoka zhidkosti v kol'tsevykh kanalakh. *Teplofizika vysokikh temperatur*. 1972; 10(5):1025-1030. [Subbotin V.I., Ushakov N.A. Approximate calculations of hydrodynamic characteristics of liquid turbulent flow in ring channels. *High Temperature*. 1972; 10(5):1025-1030. (in Russ.)]

29. Lobanov I.E., Paramonov N.V. Predel'nyy teploobmen pri intensivitsirovannom turbulentnom techenii v kanalakh. M.: Izdatel'stvo MAI; 2013. 168 s. [Lobanov I.E., Paramonov N.V. Terminal heat exchange under intensified turbulent flow in channels. Moscow: Izdatel'stvo MAI; 2013. 168 p. (in Russ.)]

**Сведения об авторе:**

**Игорь Евгеньевич Лобанов** – доктор технических наук, ведущий научный сотрудник Проблемной научно-исследовательской лаборатории (ПНИЛ) – 204.

**Information about the author:**

**Igor' E.Lobanov** – Dr. Sci. (Technical), Leading researcher, Problematic scientific-research Laboratory – 204.

**Конфликт интересов.**

Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов. The author declare no conflict of interest.

**Поступила в редакцию** 24.05.2017.

**Received** 24.05.2017.

**Принята в печать** 16.06.2017.

**Accepted for publication** 16.06.2017.