***Для цитирования**: Кадиев И.П. Индексные методы формирования комбинаторных конфигураций класса систем различных представительств. Вестник Дагестанского государственного технического университета. Технические науки. 2017;44 (1):94-102. DOI:10.21822/2073-6185-2017-44-1-94-102.*
***For citation:** Kadiev I.P. Indexing methods for forming combinatorial configurations of the class of systems of distinct representatives. Herald of Dagestan State Technical University. Technical Sciences. 2017; 44 (1):94-102. (In Russ.) DOI:10.21822/2073-6185-2017-44-1-94-102*

ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ
ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ

УДК 519.1
DOI:10.21822/2073-6185-2017-44-1-94-102

ИНДЕКСНЫЕ МЕТОДЫ ФОРМИРОВАНИЯ КОМБИНАТОРНЫХ КОНФИГУРАЦИЙ КЛАССА СИСТЕМ РАЗЛИЧНЫХ ПРЕДСТАВИТЕЛЬСТВ

Кадиев И.П.
Национальный банк Республики Дагестан ЦБ РФ
367000, г. Махачкала, ул. Даниялова,29
e-mail: islam-kadi@mail.ru

***Резюме: Цель.** В статье рассмотрены способы решения класса комбинаторных задач, известных как системы различных представительств (с.р.п.). Поставлена задача разработки методов и алгоритмов формирования комбинаторной конфигурации, включающей в себя в качестве строк, столбцов или строк и столбцов подмножества, являющиеся с.р.п., составленных из элементов исходного семейства nxn – множеств, занимающих в исходных множествах различные позиции, а также определить возможное количество предлагаемых конфигураций. **Метод.** Использованы методы индексного упорядочения расположения элементов в формируемых системах различных представительств, сущность которых состоит в формулировке требований к процессу формирования конфигураций, обладающих заданными свойствами, через закономерность индексации в них элементов.*

***Результат.** Рассмотрена общая формулировка задачи построения с.р.п., как задача формирования из элементов совокупности множеств, подмножеств, которые включают в себя по одному элементу из каждого исходного множества, при этом каждый из этих элементов в исходных множествах расположены на различных позициях. Задача в работе переформулирована через особенности требований к индексации элементов этих подмножеств. Каждый элемент в системах множеств имеет двухиндексное обозначение, первый элемент в индексе указывает на его принадлежность определенному исходному множеству, второй – на местоположение. Для выполнения требований, сформулированных в поставленной задаче, необходимо, чтобы индексы элементов, образующих с.р.п., принимали значения от 1 до n. **Вывод.** Предложены два метода решения поставленной задачи: циклическими сдвигами строк и столбцов матричной конфигурации, сформированной исходными множествами и по заданному закону индексации элементов окружения. Определено число возможных вариантов формирования систем представительств. Установлены причины распространения предлагаемых методов решения задачи только для исходных множеств нечетной размерности.*

***Ключевые слова:** система различных представительств, циклические сдвиги, закон, индексация окружения, комбинаторная конфигурация*

http://vestnik.dgtu.ru/ ISSN (Print) 2073-6185 ISSN (On-line) 2542-095X

TECHICAL SCIENCE
COMPUTER SCIENCE, COMPUTER ENGINEERING AND MANAGEMENT

INDEXING METHODS FOR FORMING COMBINATORIAL CONFIGURATIONS OF THE CLASS OF SYSTEMS OF DISTINCT REPRESENTATIVES

Islamudin P. Kadiev
National Bank of the Republic of Dagestan,
Russian Federation Central Bank
29. Daniyalov Str., Makhachkala 367000, Russia
e-mail: islam-kadi@mail.ru

Abstract. Objectives *In this paper, methods for solving of a class of combinatorial tasks, known as systems of distinct representatives (SDR), are considered. The objective is to develop methods and algorithms for the formation of a combinatorial SDR configuration that includes as rows, columns or row- and column subsets, which are composed of elements of the original family of nxn – sets occupying different positions in the initial sets, as well to determine the possible number of proposed configurations.* ***Method*** *Index ordering methods are used for the arrangement of elements in the formed systems of distinct representatives, the essence of which is to formulate requirements for the process of configuration having specified properties through the regularity of indexing elements within these configurations.* ***Results*** *The general formulation of the issue of constructing an SDR is considered in terms of a problem of formation from the elements of sets and subsets, which include one element from each initial set, with each of these elements being located at different positions in the original sets. The task was reformulated in reference to the requirements for indexing the elements of these subsets. Each element in set systems has a two-index designation, with the first element in the index indicating membership of a specific initial set and the second – to its location. In order to fulfil the requirements formulated in the task, it is necessary for indices of the SDR elements to have values from 1 to n.* ***Conclusion*** *Two methods for solving the problem are proposed: cyclic shifts of rows and columns of the matrix configuration formed by the original sets, and by a given law for indexing the elements of the environment. The number of possible options for the formation of representative systems is determined. The reasons for the propagation of the proposed methods for solving the problem are established only for initial sets of odd dimensions.*

Keywords: *system of distinct representatives, cyclic shifts, law of indexing the environment, combinatorial configuration*

Введение. Одним из известных классов комбинаторных задач являются задачи формирования систем различных представительств (с.р.п.). Задачи этого класса разнообразны. Они часто формулируются под определенные свойства, которые должны быть присущи формируемым системам, в некоторых случаях в терминах используемого для их решения математического аппарата [1,2,10].

Общую постановку задач этого класса можно описать на пример задачи Л.Эйлера о 36 офицерах: имеются 36 офицеров 6-ти различных званий, образующих 6 групп, необходимо построить их в каре таким образом, чтобы в каждом ряду и в каждой шеренге были бы по одному офицеру каждого звания. Решение задачи об офицерах Л.Эйлером не было найдено. Позже математики доказали, что она, в той постановке, которая была сформулирована Л.Эйлером, не имеет решения, но может быть решена для системы, состоящих из нечетного числа множеств с нечетным числом элементов.

На наш взгляд, эту задачу можно сформулировать следующим образом: имеется **n** конечных множеств по **n** элементов в каждой, из элементов множеств требуется сформировать подмножества, которые включали бы по одному элементу (представителю) из каждого исходного множества, расположенных на различных в них позициях. Решение задача состоит в ответах на вопросы: как сформировать такие подмножества; сколько таких подмножеств можно сформировать?

Близкая по содержанию задача, связанная с формированием подмножеств из элементов конечного множества, Л.Эйлером была решена для отдельного множества. Им была предложена комбинаторная конфигурация, образованная из подмножеств исходного конечного множества, известная как «латинский квадрат». Название было связано с использованием Л.Эйлером в качестве исходного множества элементов латинского алфавита. В основе построения латинского квадрата было формирование конфигурации, строками которой были символы латинского алфавита, сдвинутые циклически относительно друг друга на одну позицию в одну и ту же сторону. Каждая строка и каждый столбец этой конфигурации содержит все элементы латинского алфавита.

Постановка задачи. Имеются **n** множеств (независимых групп), состоящая каждая из **n** элементов (различных специалистов, экспертов в определенной предметной области), на одноименных позициях находятся элементы, обладающие одинаковыми свойствами (одной специальности или из одной предметной области), предложить методы формирования комбинаторных конфигураций, строки, столбцы или строки и столбцы которых образуют подмножества, включающими в себя по одному представителю из каждого исходного множества и обладающие всеми свойствами, присущими этим множествам, т. е. являющиеся системами различных представительств, элементы которых являются взаимно независимыми, представляющими различные группы, т.е. с.р.п., составленные из элементов, занимающих в исходных множествах различные позиции.

Определить возможное количество предлагаемых конфигураций. В доказательство существования с.р.п. в приведенной постановке задачи предложить алгоритмы их формирования.

Методы исследования. Для решения задачи выбраны методы индексного упорядочения расположения элементов в формируемых с.р.п.. Суть этих методов состоит в формулировке требований к процессу формирования конфигураций, обладающих заданными свойствами, через закономерность индексации в них элементов [11-19]. Для решения поставленной в работе задачи требования могут быть сформулированы на основе следующей аргументации:

1. Если в подмножествах формируемой конфигурации должны быть элементы всех **n** исходных множеств, то первые индексы элементов входящих в любую формируемую систему, должны принимать все значения от 1 до **n**;

2. Если элементы, входящие в подмножества должны занимать в своих подмножествах различные позиции, то значения вторых индексов элементов, при условии, что они занимают в своих подмножествах различные позиции, должны принимать в них все значения от 1 до **n.**

Таким образом, индексным признаком подмножества, образующего систему представительств, является принятие индексами ее элементов всех значений от 1 до **n** независимо от их местоположения.

Поставленная задача может быть решена методами циклических сдвигов элементов столбцов и строк исходной **n**x**n** – конфигурацию или по заданномузакону индексации элементов окружения, предложенными в [3-9].

Можно утверждать, что идея формирования комбинаторной конфигурации циклическими сдвигами элементов конечных множеструвпервые была использована Л.Эйлером и отражена в «латинском квадрате». Отличие данной работы, состоит в том, что циклические сдвиги элементов строк и столбцов использованы для сдвигов строк и столбцов совокупности конечных множеств, образующих исходную **n**x**n**– конфигурацию, образованную из совокупности множеств.

Исходное семейство **n** - множеств, может быть представлено как **n**x**n** - матричная конфигурация, стоками или столбцами которой являются отдельные **n** -множества.

При таком представлении каждый элемент матричной конфигурации имеет двухэлементные индексы. Первый элемент индекса указывает его принадлежность к определенному исходному множеству (группе). Второй элемент индекса указывает на

Вестник Дагестанского государственного технического университета. Технические науки. Том 44, №1, 2017
Herald of Daghestan State Technical University.Technical Sciences. Vol.44, No.1, 2017
http://vestnik.dgtu.ru/ ISSN (Print) 2073-6185 ISSN (On-line) 2542-095X

местоположение элемента в этом множестве, кроме того он обеспечивает различимость элементов в этом множестве. Второй индекс определяет индивидуальные свойства элемента, отличающие его от всех других элементов в этом множестве (специальность, эксперт в определенной предметной области), но характерное (общее) для всех элементов, расположенных на этой же позиции, во всех остальных множествах.

Обсуждение результатов. Класс с.р.п., обладающий указанной системой индексных признаков, может быть сформирован путем циклических сдвигов строк и столбцов в исходной матричной конфигурации, по следующим алгоритмам:

- каждая i–ая строка матричной конфигурации, образованной исходными конечными множествами, сдвигается на (i-1) шагов в одну и ту же сторону;
- каждый j–ый столбец матричной конфигурации, образованной исходными конечными множествами, сдвигается на (j-1) шагов в одну и ту же сторону;
- каждый j–ый столбец матричной конфигурации, образованной исходными конечными множествами, сдвигается (j-1) шагов в одну и ту же сторону, в образованной конфигурации каждая i–ая строка сдвигается на (i-1) шагов в одну и ту же сторону.

$$A_{11}\ A_{12}\ A_{13}\ A_{14}\ A_{15}\ A_{16}\ A_{17}$$
$$A_{21}\ A_{22}\ A_{23}\ A_{24}\ A_{25}\ A_{26}\ A_{27}$$
$$A_{31}\ A_{32}\ A_{33}\ A_{34}\ A_{35}\ A_{36}\ A_{37}$$
$$A_{41}\ A_{42}\ A_{43}\ A_{44}\ A_{45}\ A_{46}\ A_{47}$$
$$A_{51}\ A_{52}\ A_{53}\ A_{54}\ A_{55}\ A_{56}\ A_{57}$$
$$A_{61}\ A_{62}\ A_{63}\ A_{64}\ A_{65}\ A_{66}\ A_{67}$$
$$A_{71}\ A_{72}\ A_{73}\ A_{74}\ A_{75}\ A_{76}A_{77}$$

Рис.1 Исходные множества в 7x7- матричной форме
Fig. 1. The initial sets in the 7x7 matrix form

$$A_{11}\ A_{12}\ A_{13}\ A_{14}\ A_{15}\ A_{16}\ A_{17}$$
$$A_{22}\ A_{23}\ A_{24}\ A_{25}\ A_{26}\ A_{27}\ A_{21}$$
$$A_{33}\ A_{34}\ A_{35}\ A_{36}\ A_{37}\ A_{31}\ A_{32}$$
$$A_{44}\ A_{45}\ A_{46}\ A_{47}\ A_{41}\ A_{42}\ A_{43}$$
$$A_{55}\ A_{56}\ A_{57}\ A_{51}\ A_{52}\ A_{53}\ A_{54}$$
$$A_{66}\ A_{67}\ A_{61}\ A_{62}\ A_{63}\ A_{64}\ A_{65}$$
$$A_{77}\ A_{71}\ A_{72}\ A_{73}\ A_{74}\ A_{75}\ A_{76}$$

Рис.2. Конфигурации, полученные циклическими сдвигами строк по первому алгоритму
Fig.2. Configurations obtained by cyclic shifts of rows according to the first algorithm

$$A_{11}\ A_{22}\ A_{33}\ A_{44}A_{55}\ A_{66}A_{77}$$
$$A_{23}\ A_{34}\ A_{45}\ A_{56}A_{67}\ A_{71}A_{12}$$
$$A_{35}\ A_{46}\ A_{57}\ A_{61}A_{72}\ A_{13}A_{24}$$
$$A_{47}\ A_{51}\ A_{62}\ A_{73}A_{14}\ A_{23}A_{36}$$
$$A_{52}\ A_{63}\ A_{74}\ A_{15}A_{26}\ A_{35}\ A_{41}$$
$$A_{64}\ A_{75}\ A_{16}\ A_{27}A_{31}A_{47}\ A_{53}$$
$$A_{76}\ A_{17}A_{21}\ A_{32}A_{43}\ A_{52}\ A_{65}$$

Рис.3. Конфигурации, полученные циклическими сдвигами строк по второму алгоритму
Fig.3. Configurations obtained by cyclic shifts of rows in the second algorithm

$$A_{11}\ A_{23}\ A_{35}\ A_{47}\ A_{52}\ A_{64}\ A_{76}$$
$$A_{22}\ A_{34}\ A_{46}\ A_{51}\ A_{63}\ A_{75}\ A_{17}$$
$$A_{33}\ A_{45}\ A_{57}\ A_{62}\ A_{74}\ A_{16}\ A_{21}$$
$$A_{44}\ A_{56}\ A_{61}\ A_{73}\ A_{15}\ A_{27}\ A_{32}$$
$$A_{55}\ A_{67}\ A_{72}\ A_{14}\ A_{26}\ A_{31}A_{43}$$
$$A_{66}\ A_{71}A_{13}\ A_{25}\ A_{37}\ A_{42}\ A_{54}$$
$$A_{77}\ A_{12}\ A_{24}\ A_{36}\ A_{41}A_{53}\ A_{65}$$

Рис.4. Конфигурация, образованная последовательными циклическими сдвигами строк и столбцов
Fig.4. The configuration formed by successive cyclic shifts of rows and columns

На рис. 1 приведены, в качестве примера, исходные множества, представленные в **7х7**-матричной форме, из элементов которых формируются с.р.п.

На рис. 2 и рис. 3 приведены конфигурации, полученные циклическими сдвигами ее строк по приведенным выше первому (рис.3) и второму (рис.2) алгоритмам, в которых столбцы и строки соответственно удовлетворяют сформулированному выше требованию к индексации элементов в подмножествах, образующих варианты построения с.р.п. – систем.

На рис.4 приведена конфигурация, образованная последовательными циклическими сдвигами строк и столбцов исходной конфигурации. В ней строки и столбцы, по индексации элементов, соответствуют вариантам построения с.р.п., что подтверждает их существование при сформулированной постанове задач по их построению.

Следует отметить, что третий алгоритм может быть реализован циклическими сдвигами в различной последовательности, как в последовательности «строки – столбцы» (рис.4), так и в последовательности «столбцы – строки». При этом образуются две транспонированные конфигурации.

Требованиями к предлагаемым конфигурациям в комбинаторике являются не только описание алгоритмов формирования, но и определение числа конфигураций предлагаемого типа. При формировании с.р.п. по предлагаемым алгоритмам 1 и 2, это число определяется как возможное число перестановок в строках и столбцах соответственно, так как такие перестановки не меняют свойств конфигураций. Следовательно, их число определяется и в том и в другом случае как **n!**.

При формировании с.р.п. по третьему алгоритму, число вариантов составления с.р.п. определяется общим числом перестановок строк и столбцов в полученной конфигурации, так как эти перестановки не меняют основных свойств конфигурации. Оно равно **n!(n-1)!.**

Необходимо отметить следующие свойства предлагаемых алгоритмов.

Первый и второй алгоритмы формирования с.р.п., основанные на циклических сдвигах только строк или только столбцов, могут быть использованы для формирования вариантов систем при любых значениях размерности исходных множеств **n.** Третий алгоритм позволяет составлять с.р.п. только при нечетных значениях **n.** Это подтверждает невозможность построения каре в задаче Л.Эйлера о 36 офицерах, так как в ней число элементов в исходных **n-**множествах равно четному числу **n= 6**.

Класс с.р.п., в которых оба индекса элементов, входящих в систему, принимают значения от 1 до **n**, может быть построен и алгоритмами, в которых использованы определенные правила индексации окружения элементов в конфигурациях, которые рассмотрены в [4].

Анализ индексации элементов в приведенной выше на рис. 4 конфигурации, строки и столбцы которой представляют собой варианты построения с.р.п., позволил выявить в ней закономерность [4]. Она заключается в том, что, зная индексы любого из элементов конфигурации, независимо от его местоположении в ней, можно определить индексы элементов, а по ним элементы его окружения. Это позволяет выбрать любой элемент из любого исходного множества, расположить его на любой из **nxn** позиций, и, зная правила индексации элементов его окружения, сформировать конфигурацию, состоящую из с.р.п.- систем, т.е. формировать системы по заданному закону индексации, с расположением выбранного элемента на выбранной позиции.

На рис.5 приведена схема, отражающая зависимость индексов элементов окружения элемента $\mathbf{A_{ij}}$, где индексы принимают значения от 1 до **n,** в зависимости от индексов **i** и **j** этого элемента. Суммирование индексов элементов окружения в строках и столбцах выполняется по модулю **n** только при выполнении условия, что полученные суммы больше, чем **n.**

Это обстоятельство позволяет сам метод индексации определить как «*метод модульной индексации **nxn** – комбинаторных конфигураций».* Для алгоритмов, в которых первой операцией циклического сдвига являются сдвиги элементов по столбцам (рис.5), закономерность определения индексов элементов окружения, для строк и столбцов меняются местами.

$$\cdots\ A_{i-1,j-1}\ \cdots$$

$$\downarrow$$

$$\cdots\ A_{i-1,\ j-2} A_{i,j} \longrightarrow \quad \longrightarrow A_{i+1,j+2}\ \cdots$$

$$\downarrow$$

$$\cdots\ A_{i+1,j+1} \cdots$$

(mod n)

Рис.5. Зависимость индексов элементов окружения элемента A_{ij} от индексов i и j этого элемента

Fig.5. Dependence of the indices of the elements of the environment of the element Aij on the indices i and j of this element

Отличительная особенность конфигураций, построенных с заданным правилом индексации элементов окружения, заключается в том, что в них имеется возможность формировать варианты с.р.п. - систем, в которых выбранный элемент из любого исходного множества может быть расположен на любой из **nxn** позиции в формируемых конфигурациях, в любом из формируемых систем.

В работе [4] предложен общий вид функциональной зависимости индексов элемента окружения от индексов каждого элемента, который позволяет формировать комбинаторные конфигурации типа систем с.р.п., отличающиеся от приведенных выше.

Для этого, в предлагаемую функциональную зависимость введена постоянная - коэффициент **k = 1, 2, ..., n-1 (**рис. 6) индексной удаленности элементов окружения, выбор которого позволяет формировать различные системы представительств.

Функциональная зависимость индексов окружения от индексов элемента $\mathbf{A_{ij}}$ имеет вид:

$$\cdots\ A_{i-k,j-k}\ \cdots$$

$$\downarrow$$

$$\cdots\ A_{i-k,\ j-(k+1)} A_{i,j} \longrightarrow \quad \longrightarrow A_{i+k,j+(k+1)}\ \cdots$$

$$\downarrow$$

$$\cdots\ A_{i+k,j+k} \cdots$$

(mod n)

Рис.6. Функциональная зависимость индексов окружения от индексов элемента A_{ij}

Fig.6. The functional dependence of the environment indices on the indices of the element Aij

Анализ процесса формирования с.р.п. по заданному правилу индексации элементов окружения, позволяет выявить одну из причин ограниченности применения предлагаемых алгоритмов третьего типа. Причина эта заключается в том, что с.р.п. может быть сформировано по этому алгоритму только при **n** - нечетном числе.

Причина представляется, в частности при использовании предлагаемого в работе алгоритма, в нарушении правил формирования индексов элементов окружения. Ниже эта причина иллюстрируется примером формирования строк и столбцов конфигураций с четными и нечетными значениями мощности **n** исходных множеств.

Примеры формирование первой строки конфигурации для нечетных и четных размерностей исходных множеств (суммирование индексов при значениях больших **n,** выполняется по модулю **n)**:

n = 5 $A_{11}A_{23}A_{35}A_{42}A_{54}$ n = 6 $A_{11}A_{23}A_{35}\mathbf{A_{41}A_{53}A_{65}}$

n = 7 $A_{11}A_{23}A_{35}A_{47}A_{52}A_{64}A_{76}$ n = 8 $A_{11}A_{23}A_{35}A_{47}\mathbf{A_{51}A_{63}A_{75}A_{87}}$

n = 9 $A_{11}A_{23}A_{35}A_{47}A_{59}A_{62}A_{74}A_{86}A_{98}$ n = 10 $A_{11}A_{23}A_{35}A_{47}A_{59}\mathbf{A_{61}A_{73}A_{85}A_{97}A_{10,9}}$

Сравнение индексации первых строк конфигураций, построенных по приведенным правилам индексации окружения для значений размерности исходных массивов четных и нечетных, показывает, что требование к принятию индексами значений от 1 до **n** по вторым индексам при **n**четном числене выполняются.

При определении значений вторых индексов по модулю **n** образуются модульные остатки, которые указывают на то, что образуются несколько вторых индексов, принадлежащих одному и тому же смежному классу. При нечетных значениях размерности **n** все модульные остатки указывают на их принадлежность к различным **(n-1)** смежным классам. Известно, что требования нечетности модульного числа является базовым требование при его выборе в теории смежных классов.

Этим обстоятельством, в частности, может объясняться отсутствие решения у задачи Л.Эйлера об 36 офицерах.

Вывод. Предлагаемые индексные методы формирования вариантов построения с.р.п., в основе которых индексный принцип упорядочения расположение элементов циклические сдвиги строки и столбцов исходных конфигураций по предложенным алгоритмам и их формирование по заданной закономерности зависимости индексации окружения, могут использоваться при решении задач из различных областей исследований, связанных с формированием и выбором решений из числа альтернативных вариантов. Предлагаемые решения сформулированы без учета особенностей объектов, образующих исходные множества, что обеспечивают их универсальность. Они могут быть использованы при решении таких задач, как составления расписаний, формирования независимых экспертных групп, размещения и распределения ресурсов, криптографии и целом ряде других сфер исследований.

Библиографический список:

1. Виленкин Н.Я. Комбинаторика. - М.: Наука,1969
2. Лазарев А. Комбинаторика. Электронныйресурс. www. hse.ru. Institute of Control Seines of Russian Academy of sienses, 2010
3. Кадиев И.П., Кадиев П.А.Циклические методы индексной сортировки элементов массивов данных. Вестник ДГТУ, Технические науки, 2015, Т.. с.79-83
4. Кадиев И.П., Кадиев П.А. Способ задания правил индексации элементов матричных комбинаторных конфигураций. Вестник ДГТУ, Технические науки, 2016, Т.42. с.93-101
5. Кофман А.Н.Введение в прикладную комбинаторику. - М.: Наука, 1975
6. Носов В.А., Скачков В.Н., Тараканов В.Е. Комбинаторный анализ. (Матричные проблемы теории выбора). – Итоги науки. ВИНИТИ. Серия Теория вероятностей. Математическая статистика. Теоретическая кибернетика. 1981. №18.с.53-83
7. Райзер Г.Дж. Комбинаторная математика. – М.:, Мир, 1966
8. Рыбников К.А. Введение в комбинаторный анализ. – М.: Изд. МГУ, 1985

9. Рыбников К.А.Комбинаторный анализ. Очерки истории. – М.: Изд. МГУ,1998.
10. Сачков В.Н. Введение в комбинаторные методы дискретной математики. М.:Наука,1982
11. Тараканов В.Е. Комбинаторные задачи и {0,1}-матрицы. – М.: Наука, 1985.
12. М. Холл. Глава №5 «Системы различных представителей» // Комбинаторика Combinatorial Theory / пер. с англ. С. А. Широковой; под ред. А. О. Гельфанда и В. Е. Тараканова. – М.: Мир, 1970. – С. 65–78. – 424 с.
13. Alexander Schrijver. Chapter 22 «Transversals», chapter 23 «Common transversals» // Combinatorial optimization. – Springer, 2003.
14. Свами К. Тхуласираман. Графы, сетииалгоритмы /Graphs, Networks, and Algorithms пер. с англ. М. В. Горбатовой, В. Л. Торхова, С. А. Фролова, В. Н. Четверикова; под ред. В. А. Горбатова. – М.: Мир, 1984. – 455 с.
15. Denes J., Keedwell A. D. Latin Squares and their Applications, Budapest, 1974
16. Алекберли Д.М. Критерий существования непрерывного размещения двусимвольных слов в матрице раз- мера L×(2k+1). – Информационные технологии и вычислительные системы. 2010, №2, с. 50-58.
17. Коршунов Ю.М. Гл.11 Задачи теории расписаний и массового обслуживания. /В кН. Математические основы кибернетики. – М.: Энергоиздат, 1987, с.437-465
18. Моисеев Н.Н. Математические задачи системного анализа. – М.: Наука,1981, с.486
19. Айгнер М. Комбинаторная теория. - М.: Мир.1982.

References:

1. Vilenkin N.Ya. Kombinatorika. Moscow: Nauka; 1969. [Vilenkin N.Ya. Combinatorics. Moscow: Nauka; 1969. (in Russ.)]
2. Lazarev A. Kombinatorika. Elektronnyy resurs. www. hse.ru. Institute of Control Seines of Russian Academy of scienses, 2010. [Lazarev A. Combinatorics. Electronic resource. www. hse.ru. Institute of Control Seines of Russian Academy of scienses, 2010. (in Russ.)]
3. Kadiev I.P., Kadiev P.A. Tsiklicheskie metody indeksnoy sortirovki elementov massivov dannykh. Vestnik Dagestanskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta. Tekhnicheskie nauki. 2015; 36:79-83. [Kadiev I.P., Kadiev P.A. Cyclic methods of index sorting of data array elements. Herald of Daghestan State Technical University. Technical Sciences. 2015; 36:79-83. (in Russ.)]
4. Kadiev I.P., Kadiev P.A. Sposob zadaniya pravil indeksatsii elementov matrichnykh kombinatornykh konfiguratsiy. Vestnik Dagestanskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta. Tekhnicheskie nauki, 2016; 42:93-101. [Kadiev I.P., Kadiev P.A. The method of specifying indexing rules for elements of matrix combinatorial configurations. Herald of Daghestan State Technical University. Technical Sciences. 2016; 42:93-101. (in Russ.)]
5. Kofman A.N. Vvedenie v prikladnuyu kombinatoriku. Moscow: Nauka; 1975. [Kofman A.N. Introduction to applied combinatorics. Moscow: Nauka; 1975. (in Russ.)]
6. Nosov V.A., Skachkov V.N. Tarakanov V.E. Kombinatornyy analiz (Matrichnye problemy teorii vybora). Itogi nauki. VINITI. Seriya Teoriya veroyatnostey. Matematicheskaya statistika. Teoreticheskaya kibernetika. 1981; 18:53-83. [Nosov V.A., Skachkov V.N. Tarakanov V.E. Combinatorial analysis (Matrix problems of the decision theory). Journal of Mathematical Sciences. 1981; 18:53-83. (in Russ.)]
7. Rayzer G.Dzh. Kombinatornaya matematika. Moscow: Mir; 1966. [Rayzer G.Dzh. Combinatorial mathematics. Moscow: Mir; 1966. (in Russ.)]
8. Rybnikov K.A. Vvedenie v kombinatornyy analiz. Moscow: Izd. MGU; 1985. [Rybnikov K.A. Introduction to combinatorial analysis. Moscow: MSU; 1985. (in Russ.)]
9. Rybnikov K.A. Kombinatornyy analiz. Ocherki istorii. Moscow: Izd. MGU; 1998. [Rybnikov K.A. Combinatorial analysis. Historical essays. Moscow: MSU; 1998. (in Russ.)]
10. Skachkov V.N. Vvedenie v kombinatornye metody diskretnoy matematiki. Moscow: Nauka; 1982. [Skachkov V.N. Introduction to combinatorial methods of discrete mathematics. Moscow: Nauka; 1982. (in Russ.)]

11. Tarakanov V.E. Kombinatornye zadachi i {0,1}-matritsy. Moscow: Nauka; 1985. [Tarakanov V.E. Combinatorial tasks and {0,1} -matrices. Moscow: Nauka; 1985. (in Russ.)]
12. Holl M. Glava №5 “Sistemy razlichnykh predstaviteley” v “Kombinatorika = Combinatorial Theory” pod red. Gel’fanda A.O. i Tarakanova V.E. Moscow: Mir; 1970. S. 65-78. [Holl M. Chapter №5 “Systems of distinct representatives” in “Combinatorics = Combinatorial Theory” Gel’fand A.O. and Tarakanov V.E. (Eds). Moscow: Mir; 1970. P. 65-78. (in Russ.)]
13. Alexander Schrijver. Chapter 22 «Transversals», chapter 23 «Common transversals» in Combinatorial optimization. Springer; 2003.
14. Svami K.T. Grafy, seti i algoritmy. Pod red. Gorbatova V.A. Moscow: Mir; 1984. 455 s. [Svami K.T. Graphs, Networks, and Algorithms. Gorbatov V.A. (Ed). Moscow: Mir; 1984. 455 p. (in Russ.)]
15. Denes J., Keedwell A. D. Latin Squares and their Applications. Budapest; 1974.
16. Alekberli D.M. Kriteriy sushchestvovaniya nepreryvnogo razmeshcheniya dvusimvol'nykh slov v matritse razmera L×(2k+1). Informatsionnye tekhnologii i vychislitel'nye sistemy. 2010; 2:50-58. [Alekberli D.M. A criterion for the existence of a continuous allocation of two-character words in L×(2k+1)-sized matrix. Informatsionnye tekhnologii i vychislitel'nye sistemy. 2010; 2:50-58.]
17. Korshunov Yu.M. Matematicheskie osnovy kibernetiki. Gl. 11. Zadachi teorii raspisaniy i massovogo obsluzhivaniya. Moscow: Energoizdat; 1987. S.437-465. [Korshunov Yu.M. Mathematical Foundations of Cybernetics. Chapter 11. The problems of scheduling and queueing theory. Moscow: Energoizdat; 1987. S.437-465. (in Russ.)]
18. Moiseev N.N. Matematicheskie zadachi sistemnogo analiza. Moscow: Nauka; 1981. 486 s. [Moiseev N.N. Mathematical problems of system analysis. Moscow: Nauka; 1981. 486 p. (in Russ.)]
19. Aygner M. Kombinatornaya teoriya. Moscow: Mir; 1982. [Aygner M. Combinatorial theory. Moscow: Mir; 1982. (in Russ.)]

Сведения об авторе.

Кадиев Исламудин Пашаевич – ведущий специалист в области защиты информации информационно-аналитического отдела Управления инспектирования коммерческих организаций.

Information about the author.

Islamudin P. Kadiev – the leading specialist in the field of information protection of the information-analytical department of the Office of Inspecting Commercial Organizations.

Конфликт интересов **Conflict of interest**

Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов. The author declare no conflict of interest.

Поступила в редакцию 09.01.2017. **Received** 09.01.2017.
Принята в печать 30.01.2017. **Accepted for publication** 30.01.2017.