Для цитирования: *Баламирзоев А.Г., Баламирзоева Э.Р., Магомедова М.Р. Математическое моделирование процесса растворения и выноса солей при фильтрации в трещиноватых породах. Вестник Дагестанского государственного технического университета. Технические науки. 2016;43(4):85-94.DOI:10.21822/2073-6185-2016-43-4-85-94*

For citation: *Balamirzoev A.G., Balamirzoeva E.R., Magomedova M.R. Mathematical modeling of the process of resorption and salt depletion by filtration in fissured rock strata. Herald of Dagestan State Technical University. Technical Sciences. 2016;43(4):85-94. (In Russ.) DOI:10.21822/2073-6185-2016-43-4-85-94*

ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ
ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ

УДК 624.131.54
DOI:10.21822/2073-6185-2016-43-4-85-94

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА РАСТВОРЕНИЯ И ВЫНОСА СОЛЕЙ ПРИ ФИЛЬТРАЦИИ В ТРЕЩИНОВАТЫХ ПОРОДАХ

Баламирзоев А.Г.[1], Баламирзоева Э.Р.[2], Магомедова М.Р[3].
[1-3]Дагестанский государственный технический университет,
[1-3]367015 г. Махачкала, пр. И. Шамиля, 70,
[1]e-mail: abdul2000@yandex.ru, [2]e-mail: b.esmira@yandex.ru, [3]e-mail n-guseinova@mail.ru

Резюме: Цель*. Применить методы математического моделирования процесса растворения и выноса солей при фильтрации в трещиноватых загипсованных породах. Поскольку увеличение раскрытия трещин за счет растворения их стенок происходит при движении воды по трещинам пород, содержащих растворимые включения, то за счет изменения пористости и трещиноватости пород увеличиваются фильтрационные расходы и скорость фильтрации, что может привести к просадкам оснований.* ***Метод****. Рассмотрен процесс для наиболее простой схемы одиночной заполненной дисперсным материалом трещины длиной l и шириной $2h$; скорость фильтрации считается постоянной и равной v. Для решения полученного параболического уравнения используется экономичная разностная схема переменных направлений (продольно-поперечная схема), которая является абсолютно устойчивой и требует на каждом временном шаге решения системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) с трехдиагональной матрицей.* ***Результат****. Приведен алгоритм, составлена и отлажена программа для расчета распределения концентраций по трещине в среде DELFI. Обобщены численные результаты расчета распределений концентраций раствора в заполненной трещине.* ***Вывод****. Наряду с известными методами, приведенный алгоритм может быть использован при моделировании процесса растворения и выноса солей при фильтрации в трещиноватых породах.*

Ключевые слова: *фильтрация, трещина, диффузия, математическая модель, расчетная схема, устойчивость*

TECHICAL SCIENCE
COMPUTER SCIENCE, COMPUTER ENGINEERING AND MANAGEMENT

MATHEMATICAL MODELING OF THE PROCESS OF RESORPTION AND SALT DEPLETION BY FILTRATION IN FISSURED ROCK STRATA

***Abdul G. Balamirzoev* [1], *Esmira R. Balamirzoeva* [2], *Milada R.Magomedova*[3]**
[1-3] Daghestan State Technical University,
[1-3]70 I. Shamil Ave., Makhachkala 367015, Russia,
[1]e-mail abdul2000@yandex.ru, [2]e-mail b.esmira@yandex.ru, [3]e-mail n-guseinova@mail.ru

Abstract: Objectives. *A mathematical modeling method is used to describe the process of resorption and salt depletion by filtration through fractured gypsified rock strata.Since the increase in the opening of crevasses due to resorption of their walls from water percolating through rock fractures containing soluble contaminants, a change in the porosity and fracturing of rocks increases filtration rate and Darcy flux leading to foundation subsidence.* ***Method.*** *A process for the simplest schema with a single particulate material filling a fissure of length l and width 2h is examined; the filtration rate is considered constant and equal to v. To solve the resulting parabolic equation the economical difference scheme of alternating directions (convergence formula) is used; this is totally stable and requires simultaneous linear algebraic equations (SLAE) equations with a tridiagonal matrix at each stage of the solution.* ***Results.*** *An algorithm, compiled and programmed to calculate the distribution of concentrations in the fissure using DELPHI programming language, is proposed. Numerical results are summarised due to dissolution concentration distinction in the filled fissure.* ***Conclusion.*** *Using a modified algorithm, the compiled and debugged program using DELPHI programming language allows the distribution of concentrations to be calculated.*
Keywords: *filtering, fissure, diffusion, mathematical model, formula, stability*

Введение. При строительстве плотин на гипсоносных породах необходимо проводить тщательные инженерно-геологические изыскания, в том числе, предусматривающие математическое моделирование обоснования противофильтрационных мероприятий и необходимость защиты основания гидротехнического сооружения.

Постановка задачи. Возникает объективная потребность в постановке новых или совершенствовании известных методов математического моделирования гидрогеологии при оценке структуры и геометрических особенностей трещиноватости скальных пород.

Методы исследования. В данное время математическое моделирование является основным инструментом для поиска оптимального сценария эксплуатации гидротехнических сооружений на различных этапах проектирования. Это связано с дороговизной проведения натурных экспериментов, а также большим количеством факторов, которые влияют на результат [1,5,6,13,14].

Увеличение раскрытия трещин за счет растворения их стенок происходит при движении воды по трещинам пород, содержащих растворимые включения. При этом за счет изменения пористости и трещиноватости пород увеличиваются фильтрационные расходы и скорость фильтрации, что может привести к просадкам оснований.

Рассмотрим процесс для наиболее простой схемы одиночной, заполненной дисперсным материалом, трещины длиной l и шириной $2h$; скорость фильтрации считается постоянной и равной v [2,3]. В прямоугольной области описывается уравнением нестационарной конвективной диффузии процесс растворения и выноса солей из трещины в имеющихся условиях [4,7,9]:

$$D_1 \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + D_2 \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} - v \frac{\partial C}{\partial x} = n_0 \frac{\partial C}{\partial t} \qquad (1)$$

с краевыми условиями:

$$C(x,y,0)=C(x,0,t)=C_{0,} \tag{2}$$

$$C(0,y,t)=\partial C(l,y,t)/\partial x=0\,, \tag{3}$$

$$\partial C(x,h,t)/\partial y=0 \tag{4}$$

Применяя к (1) интегральное преобразование Лапласа по переменной t и учитывая начальное условие (2), будем иметь

$$D_1\frac{\partial^2\overline{c}}{\partial x^2}+D_2\frac{\partial^2\overline{c}}{\partial y^2}-v\frac{\partial\overline{c}}{\partial x}-n_0 p\left(\overline{c}-\frac{c_0}{p}\right)=0\,, \tag{5}$$

причем $\overline{c}(x,y,p)=\int\limits_0^\infty c(x,y,t)e^{-pt}dt$; p— параметр преобразования.

Граничные условия (2)-(4) также могут быть представлены в форме изображений:

$$\overline{c}(0,y,p)=\overline{c}(l,y,p)=0\,; \tag{6}$$

$$\overline{c}(x,0,p)=c_0/p; \qquad \partial\overline{c}(x,h,p)/\partial y=0 \tag{7}$$

Последующее упрощение хода решения задачи может быть достигнуто при помощи конечного синус-преобразования Фурье по переменной y в форме

$$u(x,\lambda_n,p)=\int\limits_0^h u(\xi)\sin\lambda_n\xi d\xi\,.$$

В то же время, параметр преобразования может принимать ряд значений, которые определяются из уравнения $\cos\lambda_n h=0$, т. е.

$$\lambda_n=\frac{2n-1}{h}\frac{\pi}{2}\quad. \tag{8}$$

Определив изображения постоянной $n_0c_0\div n_0c_0/\lambda_n$ и второй производной $\partial^2\overline{c}/\partial y^2\div-\lambda_n^2u(\lambda_n)+c_0\,\lambda_n/p$, которые включают граничные условия (6), получим следующее одномерное уравнение для $u(x,\lambda_n,p)$:

$$\frac{d^2u}{dx^2}-\frac{v}{D_1}\frac{du}{dx}-\frac{n_0}{D_1}\left(p+\frac{D_2}{h_0}\lambda_n^2\right)\left(u-\frac{c_0}{p\lambda_n}\right)=0\,. \tag{9}$$

Данное выражение должно решаться при следующих граничных условиях

$$u(0,\lambda_n,p)=u(l,\lambda_n,p=0)\,. \tag{10}$$

Общее решение (9) представим в следующем виде

$$u-\frac{c_0}{p\lambda_n}=A_1e^{\eta_1x}+A_2e^{-\eta_2x}\,, \tag{11}$$

где, $$\eta_{1,2}=\frac{1}{2}\left[\sqrt{\frac{4n_0}{D_1}\left(p+\frac{D_2}{n_0}\lambda_n^2\right)+\frac{v^2}{D_1^2}}\pm\frac{v}{D_1}\right].$$

Подстановка (11) в условия (10) дает возможность определить постоянные

$$A_1 = -\frac{c_0}{p\lambda_n}\frac{1-e^{-\eta_2 l}}{e^{\eta_1 l}-e^{-\eta_2 l}}; \quad A_2 = \frac{c_0}{p\lambda_n}\frac{1-e^{-\eta_1 l}}{e^{\eta_1 l}-e^{-\eta_2 l}}.$$

С учетом имеющихся значений постоянных, частное решение (9) представляется в виде

$$u = \frac{c_0}{p\lambda_n}\left[1 - e^{-v(l-x)/2D_1}\frac{\mathrm{sh}\sqrt{n_0(p+a)/D_1}\,x}{\mathrm{sh}\sqrt{n_0(p+a)/D_1}\,l} - e^{vx/2D_1}\frac{\mathrm{sh}\sqrt{n_0(p+a)/D_1}\,(l-x)}{\mathrm{sh}\sqrt{n_0(p+a)/D_1}\,l}\right], \tag{12}$$

где, $a = \frac{D_2}{n_0}\lambda_n^2 + \frac{v^2}{4D_1 n_0}$.

Обратный переход к функции c осуществляется по формуле обращения

$$\bar{c}(x,y,p) = \frac{2}{h}\sum_{n=1}^{\infty} u(\lambda_n)\sin\lambda_n y$$

Считаем, что $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sin\lambda_n y}{\lambda_n} = \frac{h}{2}$,

тогда, имеем

$$\frac{\bar{c}}{c_0} = \frac{1}{p} - \frac{2}{h}e^{vx/2D_1}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\left[e^{-vl/\ 2D_1}\mathrm{sh}\sqrt{n_0(p+a)/D_1}\,x + \mathrm{sh}\sqrt{n_0(p+a)/D_1}\,(l-x)\right]\sin\lambda_n y}{p\lambda_n \mathrm{sh}\sqrt{n_0(p+a)/D_1}\,l}. \tag{13}$$

Благодаря теореме разложения можно перейти к оригиналу в последнем выражении, что дает окончательное решение для распределения концентраций в сечении трещины.

Опуская промежуточные выкладки, представим это выражение в следующем виде [10,11,12,15]:

$$\frac{c}{c_0} = 1 - \frac{2}{h^0}e^{\xi x^0}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\left[\mathrm{sh}\nu_n x^0 e^{-\xi} + \mathrm{sh}\nu_n\left(1-x^0\right)\right]\sin\zeta_n h^0 y^0}{\zeta_n \mathrm{sh}\nu_n} -$$

$$-\frac{4}{h^0}e^{\xi x^0}\sum_{\substack{n=1\\k=1}}^{\infty}\frac{(-1)^{k+1}\mu_k\left[\sin\mu_k x^0 e + \sin\mu_k\left(1-x^0\right)\right]\sin\zeta_n h^0 y^0}{\zeta_n\left(\mu_n^2+\nu_n^2\right)}\times$$

$$\times\exp\left[\frac{1}{2}\left(\mu_k^2+\nu_n^2\right)\frac{\vartheta}{\xi}\right]. \tag{14}$$

Здесь,

$\zeta_n = \frac{2n-1}{2h^0}\pi$; $\nu_n = \sqrt{D^0\zeta_n^2+\xi}$; $\mu_k = k\pi$; $h^0 = h/l$; $x^0 = x/l$; $y^0 = y/h$;

$D^0 = D_2/D_1$; $\xi = vl/2D_1$ – критерий Пекле; $\vartheta = vt/l\,n_0$ – критерий Струхаля или кратность обмена жидкости в трещине.

Обсуждение результатов. Для построения расчетной схемы выполним «обезразмеривание» уравнения (1). Связь между размерными и безразмерными величинами зададим в виде:

$$\bar{x} = x/l\,,\ \bar{y} = y/h\,,\ \bar{t} = t/t_0\,,\ \bar{C} = C/C_0$$

где l, h, t_0, C_0 - характерные масштабы. В новых «безразмерных» переменных уравнение (1) примет вид:

$$\frac{n_0 C_0}{t_0}\frac{\partial \bar{C}}{\partial \bar{t}} = \frac{D_1 C_0}{l^2}\frac{\partial^2 \bar{C}}{\partial \bar{x}^2} + \frac{D_2 C_0}{h^2}\frac{\partial^2 \bar{C}}{\partial \bar{y}^2} - \frac{\nu C_0}{l}\frac{\partial \bar{C}}{\partial \bar{x}}. \qquad (15)$$

Его решение мы ищем в квадратной области $0 \le \bar{x} \le 1,\ 0 \le \bar{y} \le 1$.

Преобразуем (15), умножив на $\dfrac{t_0}{n_0 C_0}$

$$\frac{\partial \bar{C}}{\partial \bar{t}} = \frac{D_1 t_0}{n_0 l^2}\frac{\partial^2 \bar{C}}{\partial \bar{x}^2} + \frac{D_2 t_0}{n_0 h^2}\frac{\partial^2 \bar{C}}{\partial \bar{y}^2} - \frac{\nu t_0}{n_0 l}\frac{\partial \bar{C}}{\partial \bar{x}}.$$

Масштаб по времени t_0 определим из дополнительного условия: $\dfrac{D_1 t_0}{n_0 l^2} = 1$.

Откуда $t_0 = \dfrac{n_0 l^2}{D_1}$. С учетом этого, имеем:

$$\frac{\partial \bar{C}}{\partial \bar{t}} = \frac{\partial^2 \bar{C}}{\partial \bar{x}^2} + D_0\frac{\partial^2 \bar{C}}{\partial \bar{y}^2} - \nu_0\frac{\partial \bar{C}}{\partial \bar{x}}, \qquad (16)$$

где, $D_0 = \dfrac{D_2 l^2}{D_1 h^2}$, $\nu_0 = \dfrac{l\nu}{D_1}$.

Начальное условие в «безразмерных» переменных принимает вид:

$$\bar{C}(\bar{x}, \bar{y}, 0) = 1 \qquad (17а)$$

А краевые условия:

$$\bar{C}(0, \bar{y}, \bar{t}) = 0 \qquad (17б)$$

$$\frac{\partial \bar{C}(1, \bar{y}, \bar{t})}{\partial \bar{x}} = 0 \qquad (17в)$$

$$\bar{C}(\bar{x}, 0, \bar{t}) = 1 \qquad (17г)$$

$$\frac{\partial \bar{C}(\bar{x}, 1, \bar{t})}{\partial \bar{y}} = 0 \qquad (17д)$$

При выборе схемы решения (16),(17) будем исходить из следующих соображений:

– устойчивость расчетной схемы;
– вычислительная эффективность;
– простота алгоритма.

Поскольку в «безразмерных» переменных расчетная область имеет вид параллелипипеда $1 \times 1 \times T$, естественным является использование метода сеток.

Как известно из литературы [8], явная схема для параболического уравнения (16) устойчива при ограничении на шаг по времени $\tau \le \frac{\max(h_x^2, h_y^2)}{2\max(D_0, 1)}$, а неявная схема – абсолютно устойчива, но требует на каждом временном шаге решения системы из $N_x \times N_y$ линейных алгебраических уравнений. Что при использовании метода Гаусса требует $O\left(\left(N_x N_y\right)^3\right)$ шагов. Выходом является использование экономичной разностной схемы переменных направлений (продольно-поперечная схема), которая является абсолютно устойчивой и требует на каждом временном шаге решения системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) с трехдиагональной матрицей.

Для его применения к нашей задаче построим в расчетной области равномерную сетку:

$$\bar{x}_i = ih_x,\ i = 0,...,N_x,\quad h_x = \frac{1}{N_x}$$

$$\bar{y}_j = jh_y,\ j = 0,...,N_y,\quad h_y = \frac{1}{N_y}$$

$$\bar{t}_k = k\tau,\ k = 0,...,N_t,\quad \tau = \frac{t_{end}}{t_0 N_t}$$

Запишем на данной сетке аппроксимацию производных по координатам на k-м временном слое:

$$\frac{\partial \overline{C}^k}{\partial \bar{x}} = \frac{\overline{C}^k_{i+1,j} - \overline{C}^k_{i-1,j}}{2h_x}$$

$$\frac{\partial^2 \overline{C}^k}{\partial \bar{x}^2} = \frac{\overline{C}^k_{i+1,j} - 2\overline{C}^k_{i,j} + \overline{C}^k_{i-1,j}}{h_x^2}$$

$$\frac{\partial^2 \overline{C}^k}{\partial \bar{y}^2} = \frac{\overline{C}^k_{i,j+1} - 2\overline{C}^k_{i,j} + \overline{C}^k_{i,j-1}}{h_y^2}$$

Следуя [1] проведем декомпозицию диференциального оператора в правой части к двум операторам $\Delta_x = \frac{\partial^2}{\partial \bar{x}^2} - \nu_0 \frac{\partial}{\partial \bar{x}}$ и $\Delta_y = D_0 \frac{\partial^2}{\partial \bar{y}^2}$ и будем осуществлять переход от k-го временного слоя к $k+1$ через промежуточный слой $k+\frac{1}{2}$:

$$\frac{\overline{C}_{ij}^{k+\frac{1}{2}} - \overline{C}_{ij}^{k}}{0{,}5\tau} = \frac{\overline{C}_{i+1j}^{k+\frac{1}{2}} - 2\overline{C}_{ij}^{k+\frac{1}{2}} + \overline{C}_{i-1j}^{k+\frac{1}{2}}}{h_x^2} - \nu_0 \frac{\overline{C}_{i+1j}^{k+\frac{1}{2}} - \overline{C}_{i-1j}^{k+\frac{1}{2}}}{2h_x} + D_0 \frac{\overline{C}_{ij+1}^{k} - 2\overline{C}_{ij}^{k} + \overline{C}_{ij-1}^{k}}{h_y^2} \tag{18а}$$

$$\frac{\overline{C}_{ij}^{k+1} - \overline{C}_{ij}^{k+\frac{1}{2}}}{0{,}5\tau} = \frac{\overline{C}_{i+1j}^{k+\frac{1}{2}} - 2\overline{C}_{ij}^{k+\frac{1}{2}} + \overline{C}_{i-1j}^{k+\frac{1}{2}}}{h_x^2} - \nu_0 \frac{\overline{C}_{i+1j}^{k+\frac{1}{2}} - \overline{C}_{i-1j}^{k+\frac{1}{2}}}{2h_x} + D_0 \frac{\overline{C}_{ij+1}^{k+1} - 2\overline{C}_{ij}^{k+1} + \overline{C}_{ij-1}^{k+1}}{h_y^2} \tag{18б}$$

Перегруппировав слагаемые получаем две СЛАУ с трехдиагональной матрицей:

$$\left(\frac{\nu_0\tau}{4h_x} + \frac{\tau}{2h_x^2}\right)\overline{C}_{i-1,j}^{k+\frac{1}{2}} - \left(1 + \frac{\tau}{h_x^2}\right)\overline{C}_{i,j}^{k+\frac{1}{2}} + \left(\frac{\tau}{2h_x^2} - \frac{\nu_0\tau}{4h_x}\right)\overline{C}_{i+1,j}^{k+\frac{1}{2}} = -\overline{C}_{ij}^{k} - \frac{D_0\tau}{2h_y^2}\left(\overline{C}_{i,j+1}^{k} - 2\overline{C}_{i,j}^{k} + \overline{C}_{i,j-1}^{k}\right) \tag{19а}$$

$$\frac{D_0\tau}{2h_y^2}\overline{C}_{i,j-1}^{k+1}-\left(1+\frac{D_0\tau}{h_y^2}\right)\overline{C}_{i,j}^{k+1}+\frac{D_0\tau}{2h_y^2}\overline{C}_{i,j+1}^{k+1}=-\overline{C}_{ij}^{k+\frac{1}{2}}-\frac{\tau}{2h_x^2}\left(\overline{C}_{i+1,j}^{k+\frac{1}{2}}-2\overline{C}_{i,j}^{k+\frac{1}{2}}+\overline{C}_{i-1,j}^{k+\frac{1}{2}}\right)+ \\ +\frac{\nu_0\tau}{4h_x}\left(\overline{C}_{i+1,j}^{k+\frac{1}{2}}-\overline{C}_{i-1,j}^{k+\frac{1}{2}}\right) \tag{19б}$$

С краевыми условиями

$$\overline{C}_{0,j}^{k+\frac{1}{2}}=0 \quad \overline{C}_{N_x,j}^{k+\frac{1}{2}}-\overline{C}_{N_x-1,j}^{k+\frac{1}{2}}=0, \tag{20а}$$

$$\overline{C}_{i,0}^{k+1}=1 \qquad \overline{C}_{i,N_y}^{k+1}-\overline{C}_{i,N_y-1}^{k+1}=0 \tag{20б}$$

Для решения СЛАУ с трехдиагональной матрицей наиболее экономичным является метод прогонки [8], который требует O(N) действий для нахождения решения. Для сравнения, метод Гаусса требует O(N^3) действий, а различные итерационные методы, как то метод Зейделя или метод верхних релаксаций требуют O(N^2) действий.

Алгоритм метода прогонки для трехточечного разностного уравнения вида

$$A_i y_{i-1}-C_i y_i+B_i y_{i+1}=-F_i \tag{21}$$

с краевыми условиями

$$y_0=\chi_1 y_1+\lambda_1, \qquad y_N=\chi_2 y_{N-1}+\lambda_2 \tag{22}$$

имеет вид:

1. Задаем начальные значения прогоночных коэффициентов
   a. $\alpha_1=\chi_1,\ \beta_1=\lambda_1$.
2. Определяем прогоночные коэффициенты из рекуррентных соотношений
   a. $\alpha_{i+1}=\dfrac{B_i}{C_i-\alpha_i A_i}, \qquad \beta_{i+1}=\dfrac{A_i\beta_i+F_i}{C_i-\alpha_i A_i},\ i=0,...,N-1$.
3. Определяем $y_N=\dfrac{\lambda_2+\xi_2\beta_N}{1-\xi_2\alpha_N}$.
4. Выполняем обратную прогонку и находим
   $$y_i=\alpha_{i+1}y_{i+1}+\beta_{i+1}, \qquad i=N-1,...,0.$$

Общий алгоритм решения (19)-(20) имеет вид:

Шаг 1. Задаем начальные условия $\overline{C}_{ij}^0=1$

Шаг 2. Находим $\overline{C}_{ij}^{k+\frac{1}{2}}$, решая (19а) и (20а) методом прогонки.
Коэффициенты для уравнений (21), (22) имеют вид

$$A_i=\left(\frac{\tau}{2h_x^2}+\frac{\nu_0\tau}{4h_x}\right),\ B_i=\left(\frac{\tau}{2h_x^2}-\frac{\nu_0\tau}{4h_x}\right),\ C_i=\left(1+\frac{\tau}{h_x^2}\right),\ F_i=\overline{C}_{ij}^k+\frac{D_0\tau}{2h_y^2}\left(\overline{C}_{ij+1}^k-2\overline{C}_{ij}^k+\overline{C}_{ij-1}^k\right),$$

$$\chi_1=0,\ \lambda_1=0,\ \chi_2=1,\ \lambda_2=0.$$

Шаг 3. Находим $\overline{C}_{ij}^{k+1}$, решая (19б) и (20б) методом прогонки.
Коэффициенты для уравнений (21), (22) имеют вид

$$A_j = \frac{D_0\tau}{2h_y^2},\quad B_j = \frac{D_0\tau}{2h_y^2},\quad C_j = \left(1+\frac{D_0\tau}{h_y^2}\right),\quad \chi_1 = 0,\quad \lambda_1 = 1,\quad \chi_2 = 1,$$

$$\lambda_2 = 0,\quad F_j = \overline{C}_{ij}^{k+\frac{1}{2}} + \frac{\tau}{2h_x^2}\left(\overline{C}_{i+1j}^{k+\frac{1}{2}} - 2\overline{C}_{ij}^{k+\frac{1}{2}} + \overline{C}_{i-1j}^{k+\frac{1}{2}}\right) - \frac{\nu_0\tau}{4h_x}\left(\overline{C}_{i+1j}^{k+\frac{1}{2}} - \overline{C}_{i-1j}^{k+\frac{1}{2}}\right).$$

Шаг 4. Увеличиваем k на 1 и повторяем с шага 2.

Вывод: По приведенному алгоритму составлена и отлажена программа для определения распределения концентраций по трещине в среде DELFI.

В таблице 1 приведены численные результаты расчета распределений концентраций раствора в заполненной трещине по упомянутой программе в сопоставлении с численными результатами, которые были найдены по методу А.С.Малышева [9].

Таблица1. Распределение концентраций раствора в заполненной трещине при h^0=0.1, D^0=0.1, ξ=1.

Table 1. The concentration of the concrepancies in the fractured cracks at h^0=0.1, D^0=0.1, ξ=1.

x_0 / y_0	По методу А.С.Малышева					По предлагаемому методу				
	0.0	0.2	0.4	0.6	0.8	0.0	0.2	0.4	0.6	0.8
0.0	0.0	1.0	1.0	1.0	1.0	0.0	1.0	1.0	1.0	1.0
0.2	0.0	0.896	0.935	0.927	0.831	0.0	0.795	0.943	0.891	0.827
0.4	0.0	0.658	0.857	0.869	0.695	0.0	0.646	0.866	0.786	0.712
0.6	0.0	0.591	0.805	0.810	0.603	0.0	0.614	0.794	0.715	0.660

Результатом сравнительного анализа является удовлетворительное соответствие численных результатов, полученных по приведенной программе, с результатами, которые были определены по методу А.С. Малышева.

Библиографический список:

1. Баламирзоев А.Г. Развитие теории и методов прогнозирования суффозионных деформации при фильтрации в трещиноватых основаниях гидротехнических сооружений//дис. докт. техн. наук (05.23.07): защищена 25.05.06: утв.13.10.06/ Баламирзоев Абдул Гаджибалаевич.-Махачкала, 2006.-409 с.
2. Баламирзоев А.Г., Агаханов С.А., Азизова Л.Н., Гаджиагаев Ш.С. Задачи нестационарной концентрации солей в трещине произвольного сечения// Фундаментальные исследования – 2014. –№11(12) - С.2575-2579; URL: www.rae.ru/fs/?section=content&op=show_article&article_id=10004817 (дата обращения: 14.09.2016).
3. Жиленков В.Н., Магомедов К.Г. Гидравлические факторы суффозии трещиноватого песчаника на гипсовом цементе./Гидротехн.стр-во.-1991.- N 10.- с.49-54.
4. Магомедова А.В., Иванов В.В.Численное решение уравнений растворения и выноса солей при фильтрации в трещиноватых породах// Фундаментальные исследования, № 6, 2013, С.546-550.
5. Мамедов К.М., Исмаилов Ф.М. Об одном методе решения уравнений конвективной диффузии для случая фильтрации в пористой среде ограниченной мощности —Учен. зап. вузов МВиССО АзербССР Сер. X, 1973, с. 41— 47

6. Мустафаев А.А., Крупник М.Я., Асланов Г.К., Исмаилов Ф.М. О моделировании процесса растворения и вымывания солей из грунтов – Вопросы механики грунтов и фундаментостроения –Учен. зап. /АзПИ, Баку, 1972, с 186–190.
7. Нумеров С.Н. Приближенный способ расчета напорной фильтрации в основании гидротехнический сооружений.//Изв.ВНИИГ,1953, т.50, с.71–90.
8. Самарский А.А. Введение в теорию разностных схем, М.Наука, 1988.
9. Полубаринова-Кочина П.Я. Теория движения грунтовых вод – М.: Наука, 1977. – 676с.
10. Harleman D.R. P., Rumer R.R., The dynamics of Salt-Water Intrusion in porous media. Rept. Mass. Inst. Techn. Hydrodvn. Lab. Dept. Civil. Eng 1962, № 55.
11. Hoopes John A., Harleman Donald R. F. Dispersion in Radial Flow from a Recharge Well. J. of Geophysical Research, Vol.72, N 14, July 15, 1967.
12. Houben, G. Regenerierung und sanierung von Brunnen / G. Houben, C. Treskatis. – Munchen: Oldenbourg industriever, 2003. – 280 s.
13. James A.N., Lupton A.R.R. Jypsum and anhydrite in found-tions of hydraulic Structures-Geotehnique.1978.28,N 3.
14. James A.N., Kirpatrich I.M. Design of foundations of damps containing soluble rocks and soils-Quart J.Eng.Ge-ol.,1980.13.N 3.
15. Ogata Akio. Theory of Dispersion in a Granular Medium.— Geologycal Survey Professional, paper 411—1, 1970, p. 1—34.

References:

1. BalamirzoevA.G. Razvitie teorii i metodov prognozirovaniya suffozionnykh deformatsii pri filtratsii v treshchinovatykh osnovaniyakh gidrotekhnicheskikh sooruzheniy. Dis. dokt. tekhn. nauk. Makhachkala; 2006. 409 s. [Balamirzoev A.G. Development of the theory and forecasting the suffosion deformation at deep seepage of hydrotechnical constructions. Doctoral dissertation. Makhachkala; 2006. 409 p. (In Russ.)]
2. Balamirzoev A.G., Agakhanov S.A., Azizova L.N., Gadzhiagaev Sh.S. Zadachi nestatsiarnoy kontsentratsii soley v treshchine proizvolnogo secheniya. Fundamentalnyye issledovaniya. 2014;11(12):2575-2579. [cited: 14.09.2016]. [Balamirzoev A.G., Agakhanov S.A., Azizova L.N., Gadzhiagaev Sh.S.Problems of temporary consistence of salts in a crack of random section. Basic research. 2014;11(12):2575-2579. [cited: 14.09.2016]. (In Russ.)]
Available from:www.rae.ru/fs/?section=content&op=show_article&article_id=10004817.
3. Zhilenkov B.H., Magomedov K.G. Gidravlicheskie faktory suffozii treshchinovatogo peschanika na gipsovom tsemente. Gidrotekhn. str-vo. 1991;10:49-54. [Zhilenkov B.H., Magomedov K.G. Hydraulic factors of a suffosion of fissured sandstone on plaster cement.Hydrotechnical construction. 1991;10:49-54. (In Russ.)]
4. Magomedova A.B., Ivanov B.B. Chislennoye reshenie uravneniy rastvoreniya i vynosa soley pri filtratsii v treshchinovatykh porodakh. Fundamentalnyye issledovaniya. 2013;6:546-550. [Magomedova A.B., Ivanov B.B.The numerical solution of the equations of dissolution and carrying out of salts at filtration in fissured ground. Fundamental research. 2013;6:546-550. (In Russ.)]
5. Mamedov K.M., Ismailov F.M. Ob odnom metode pesheniya uravneniy konvektivnoy diffuzii dlya sluchaya filtratsii v poristoy crede ogranichennoy moshchnosti. Uchen. zap. vuzov MBiSSO AzerbCCP. 1973;10. 41-47. [Mamedov K.M., Ismailov F.M. About the solution method of the diffusion-convection equation for a filtration case in the porous environment of limited power. Proceedings of MBiSSO Higher Institutions. Azeyrbadzhan SSR. 1973;10:41-47. (In Russ.)]
6. Mustafaev A.A., Krupnik M.Ya., Aslanov G.K., Ismailov F.M. O modelirovanii protsessa rastvoreniya i vymyvaniya soley iz gruntov. Voprosy mekhaniki gruntov i fundamentostroeniya. Uchen. zap. Baku: AzPI; 1972. 186-190. [Mustafaev A.A., Krupnik M.Ya., Asla-

nov G.K., Ismailov F.M. About the modeling of solution process and washing of salts from soil. Questions of soil mechanics and foundation engineering.Proceedings. Baku: AzPI; 1972. 186-190. (In Russ.)]

7. Numerov C. H. Priblizhennyy sposob podcheta napornoy filtratsii v osnovanii gidrotekhnicheckikh sooruzheniy. Izv. BNIIG. 1953;50:71–90. [Numerov, C. H. Approximate way of pressure filtration calculation in the structure base of the hydraulic constructions. News of All-Russian Scientific Research Institute of Hydraulic Engineering. 1953;50:71–90. (In Russ.)]
8. Samarskiy A.A. Vvedenie v teoriyu raznostnykh skhem. M: Nauka; 1988. [Samarskiy A.A. Introduction to the theory of difference schemes. Moscow: Nauka; 1988. (In Russ.)]
9. Polubapinova-Kochina P.Ya. Teopiya dvizheniya gpuntovyx vod. M.: Nauka; 1977. 676 s. [Polubapinova-Kochina P.Ya. Theory of ground water motion. Moscow: Nauka; 1977. 676 p. (In Russ.)]
10. Harleman D.R.P., Rumer R.R. The dynamics of Salt-Water Intrusion in Porous Media. Rept. Mass. Inst. Techn. Hydrodvn. Lab. Dept. Civil. Eng. 1962;55.
11. Hoopes J.A., Harleman D.R.F. Dispersion in Radial Flow from a Recharge Well. Journal of Geophysical Research. 15 July 1967;72(14,15).
12. Houben G., Treskatis C. Regenerierung und sanierung von Brunnen. Munchen: Oldenbourg industriever; 2003. 280 p.
13. James A.N., Lupton A.R.R. Jypsum and anhydrite in foundtions of hydraulic structures. Geotehnique.1978;28(3).
14. James A.N., Kirpatrich I.M. Design of foundations of damps containing soluble rocks and soils. Quarterly Journal of Engineering Geology and Hydrogeology.1980;13(3).
15. Akio O. Theory of Dispersion in a Granular Medium. Geologycal Survey Profes-sional. 1970; (411-1):1-34.

Сведения об авторах.

Баламирзоев Абдул Гаджибалаевич – доктор технически наук, профессор.

Баламирзоева Эсмира Рамизовна – магистрант

Магомедова Милада Руслановна – кандидат технических наук, декан факультета нефти, газа и природообустройства, докторант кафедры строительных конструкций и гидротехнических сооружений архитектурно-строительного факультета.

Information about the authors.

Abdul G. Balamirzoev – Dr. Sc. (Technical), Prof.

Esmira R. Balamirzoeva – Graduate student.

Milada R.Magomedova–Cand. Sc.(Technical), Dean.

Конфликт интересов **Conflict of interest**

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.The authors declare no conflict of interest.

Поступила в редакцию 30.09.2016. **Received** 30.09.2016.

Принята в печать 30.11.2016. **Accepted for publication** 30.11.2016.