

мации в массиве, формула для определения количества информации принимает вид:

$$P = m! / [(m/2)!]^2 * n! / [(n/2)!]^2 \quad (8)$$

$$I_m = \log_b m! / [(m/2)!]^2 + \log_b n! / [(n/2)!]^2 =$$

$$\log_b m! - 2 \log_b (m/2)! + \log_b n! - 2 \log_b (n/2)!$$

В заключение следует отметить, что в данной статье предложен комбинаторный подход к оценке количества информации в сообщениях с учетом их структурной однородности. При этом количество информации в сообщениях источника является не только функцией от объема его алфавита и числа элементов в нем, но зависит и от структуры самого сообщения. Это обстоятельство весьма важно при решении определенного класса задач, в частности, в криптографии при использовании методов перестановок для шифрования информации, число перестановок, в ряде случаев, рассматривается как число ключей шифрования, которые определяют такую характеристику шифра как стойкость.

Библиографический список:

1. Виленкин Н.Я. Комбинаторика. – М.: «Наука», 1969, 340с.
2. Хартли Р. Передача информации // Теория информации и ее приложения: сб. переводов под ред. А.А. Харкевича. - М.: Физматгиз, 1959.- 328 с.

УДК: 528.2/.3

Мамедбеков С.Н.

ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИКИ ИЗМЕНЕНИЯ АБСЦИСС И ОРДИНАТ ТОЧЕК НА КРАЙНЕМ МЕРИДИАНЕ ШЕСТИГРАДУСНОЙ ЗОНЫ В ПРОЕКЦИИ ГАУССА-КРЮГЕРА

Mamedbekov S.N.

THE STUDY OF DYNAMICS OF CHANGE OF THE ABSCISSA AND ORDINATE OF THE POINT AT THE FAR MERIDIAN SIX DEGREE ZONE IN THE PROJECTION GAUSS-KRUGER

В данной работе рассматривается динамика изменения абсцисс и ординат точек на крайнем меридиане шестиградусной зоны в конформной проекции Гаусса-Крюгера. Выполнены вычисления и графическое представление результатов по классическим формулам конформной проекции.

Ключевые слова: проекции Гаусса—Крюгера, конформные проекции, геодезическая система координат, зональная система координат, шести-градусные зоны.

This paper considers the dynamics of the abscissa and ordinate points in the far zone meridian six degree conformal Gauss-Kruger projection. Performed calculations and graphical representation of the classic formulas of conformal projection.

Key words: Gauss-Kruger projection, conformal projection, geodetic coordinate system, zonal coordinate system, six degree zone.

Необходимость перевода координат пунктов из одной системы координат в другую вызвана применением большого количества систем координат, которые продиктованы необходимостью решения различного рода задач, основные из которых, часто применяются на практике. Это геодезическая, связанная с определенной моделью эллипсоида, пространственная прямоугольная геоцентрическая, плоская прямоугольная и др. Задание координат пунктам выполняются методами астрономо-геодезических измерений, которые связаны с направлением касательной к силовой линии гравитационного поля, т.е. с отвесной линией в данной точке. Как видно, эти измерения выполняются на физической поверхности Земли и связаны с геоидом.

Для однозначного математического описания всей поверхности Земли, а также ее отдельных частей необходимо определение положений пунктов на правильной математической модели – эллипсоиде вращения. В геодезии данная задача называют редуccionной. Координаты пунктов на эллипсоиде задаются в геодезической системе координат, что позволяют точно и однозначно определить положение всех пунктов на поверхности эллипсоида. Однако для решения множества топографических, геодезических и других производственных задач необходимо определение положений пунктов на плоскости в определенной картографической проекции.

Из большого множества картографических проекций в данной статье рассматривается характер изменения плоских прямоугольных зональных координат пунктов в проекции Гаусса – Крюгера. При выборе геодезических проекций основными условиями являются величина искажений и простота их учета. Искажения во всякой проекции неизбежны, поэтому главным требованием при выборе геодезической проекции следует считать их минимизацию, легкость и удобство учета.

Наиболее значимым условием конформных проекций является сохранение подобия геометрии бесконечно малых фигур и углов между линиями [1].

Проекция Гаусса — Крюгера определяется следующими условиями:

– конформность, т. е. масштаб изображения постоянен в данной точке и, следовательно, зависит только от координат пункта;

- осевой меридиан каждой зоны изображается на плоскости прямой линией, принимаемой за ось абсцисс; начало координат в каждой зоне выбирается в точке пересечения изображений осевого меридиана с изображением экватора; ось ординат совпадает с изображением экватора;
- масштаб изображения осевого меридиана равен единице, т. е. осевой меридиан изображается на плоскости без искажения;
- начало координат в каждой зоне выбирается в точке пересечения изображения осевого меридиана с изображением экватора;
- ось ординат совпадает с изображением экватора.

Таким образом, для точек осевого меридиана абсциссы равны дугам меридиана, отсчитанным от экватора.

Пункты опорных геодезических сетей переносят с эллипсоида на плоскость в проекции Гаусса—Крюгера в следующем порядке:

- от геодезических координат начального пункта сети переходят к прямоугольным координатам Гаусса — Крюгера, одновременно вычисляют Гауссово сближение меридианов γ ;
- от длины геодезической линии и ее азимута в начальном пункте переходят к длине и дирекционному углу хорды;
- от углов между геодезическими линиями переходят к углам между хордами их изображений на плоскости.

Конформное отображение поверхности земного сфероида на плоскости — значит установить закономерное соответствие между точками поверхности и плоскости так, чтобы соответствующие углы малых геометрических фигур сфероида и плоскости были равны, а стороны пропорциональны.

В проекции Гаусса — Крюгера осевой меридиан изображается прямой линией в натуральную величину, т. е. для точек осевого меридиана абсциссы равны дугам меридиана, а ординаты — нулю.

В теории геодезических проекций главное заключается в установлении указанного точечного соответствия, т. е. в определении координат на плоскости по заданным геодезическим, и наоборот. В проекции Гаусса — Крюгера, поверхность эллипсоида разбивается на трех - или шести - градусные зоны. Причем осевой меридиан зоны и линия экватора изображаются на плоскости зоны в проекции взаимно перпендикулярными линиями. В каждой такой зоне применяют отдельную систему зональных координат, причем в отличие от математической системы, ось абсцисс направлена вдоль осевого меридиана на север (для северного полушария), а ось ординат на восток. Начало этих систем координат расположены на пересечении осевых меридианов каждой зоны с проекцией экватора.

Перевод координат пунктов с геодезической системы на плоскую зональную в проекции выполняют по следующим формулам для шестиградусных зон [2].

$$\begin{aligned}
x &= X + \frac{l''^2}{2\rho''^2} N \cos B \sin B + N \frac{l''^4}{24\rho''^4} \sin B \cos^3 B (5 - t^2 + 9\eta^2 + 4\eta^4) + \\
&+ \frac{l''^6}{720\rho''^6} N \sin B \cos^5 B (61 - 58t^2 + t^4 + 270\eta^2 - 330\eta^2 t^2); \\
y &= \frac{l''}{\rho''} N \cos B + N \frac{l''^3}{6\rho''^3} \cos^3 B (1 - t^2 + \eta^2) + \frac{l''^5}{120\rho''^5} N \cos^5 B (5 - 18t^2 + \\
&+ t^4 + 14\eta^2 - 58\eta^2 t^2 + 13\eta^4 - 64\eta^4 t^2) + \frac{l''^7}{5040\rho''^7} N \cos^7 B (61 - 479t^2 + 179t^4 - t^6)
\end{aligned}$$

Для перевычисления координат в трехградусных зонах применяют упрощенные формулы, которые позволяют рассчитать координаты с необходимой точностью.

Результаты геодезических измерений, за исключением триангуляции 1 класса, обрабатываются в проекции Гаусса—Крюгера с вычислением прямоугольных координат пунктов опорных геодезических сетей. В некоторых случаях уравнивание триангуляции 1 класса также выполняется на плоскости.

Основное достоинство проекции Гаусса — Крюгера для построения системы плоских прямоугольных координат на больших территориях — деление на зоны, простирающиеся полосами от северного полюса до южного, и отвечает требованиям перехода с эллипсоида на плоскость, осуществляется с точностью, удовлетворяющей самым строгим практическим требованиям.

Зональные плоские прямоугольные координаты Гаусса—Крюгера характеризуются следующими важными свойствами для больших территорий:

1. Масштаб изображения и сближение меридианов возрастают к востоку и западу от осевого меридиана сравнительно медленно и являются функциями ординаты точки при заданной широте.

2. Системы координат во всех зонах подобны, при этом число координатных зон для больших территорий и даже для всей поверхности Земли сравнительно невелико.

3. Формулы для решения прямой и обратной задач проекции — простые степенные ряды однообразного вида и являются функциями не более двух аргументов.

С математической точки зрения преимущества координат Гаусса—Крюгера легко обнаруживаются, сравнением основных характеристических функций геодезических проекций.

Из геодезических проекций только проекция Гаусса-Крюгера может применяться для всей поверхности земного шара, если, конечно, во всех странах будет принят один и тот же референц-эллипсоид.

В данной статье поставлена задача графической визуализации динамики изменения абсцисс и ординат точек при линейном изменении ширины местности. Выбор геодезических проекций связан с определением величин искажений и простоты их учета.

Проекция Гаусса–Крюгера является наиболее подходящей, удовлетворяющей вышеперечисленным условиям. Однако этим требованием еще не определяется характер и вид проекции. Более значимым условием конформных проекций является сохранение подобия в бесконечно малых частях. Данная проекция иначе называется равноугольной и поперечно цилиндрической.

Проецирование точек с поверхности эллипсоида на плоскость выполняют в два этапа, сначала проецируют точки с поверхности эллипсоида на боковую поверхность цилиндра с поперек размещенными осями, затем с поверхности цилиндра на плоскость. Вторую процедуру называют разворачиванием.

На краю шестиградусной зоны, где наблюдаются самые большие искажения, значение редукции будет меньше 1, т. е. пренебрегаемо мало по сравнению с ошибками измерения углов. При линейных геодезических измерениях между пунктами триангуляции на краю шестиградусных зон, координаты которых даны в проекции Гаусса –Крюгера, в измеренные длины сторон полигонометрических ходов или других линейных измерений необходимо вводить поправки за переход на плоскость.

На краю шестиградусной зоны при $y = 250$ км эти поправки в относительной мере достигают величины порядка 1:1200 и поэтому не могут считаться пренебрегаемыми и для проектирования различных инженерных сооружений такое масштабное искажение на плане или в геодезических данных не может считаться допустимым. В трехградусных зонах, где разность долгот меридиана и осевого меридиана зоны составляет $l = 1^\circ 30'$, относительные линейные искажения приблизительно равны 1:5000.

Для решения множества топографических задач данной величиной можно пренебрегать. Поэтому в районах крупномасштабных съемок, результаты которых будут использоваться для проектирования и инженерных расчетов, координаты пунктов следует вычислять в трехградусной зоне.

Характер изменения абсцисс и ординат позволяют оценить получаемые результаты и пригодность их для решения тех или иных геодезических задач [3].

В данной статье исследован характер изменений разностей абсцисс и ординат пунктов на крайнем меридиане шестиградусной зоны в зависимости от геодезической широты в диапазоне от экватора до полюса с шагом в один градус.

На рис. 1 и рис. 2 графически представлены результаты вычислений в виде динамики разностей абсцисс и ординат точек в зависимости от широты точки, выполненных по вышеприведенным формулам.

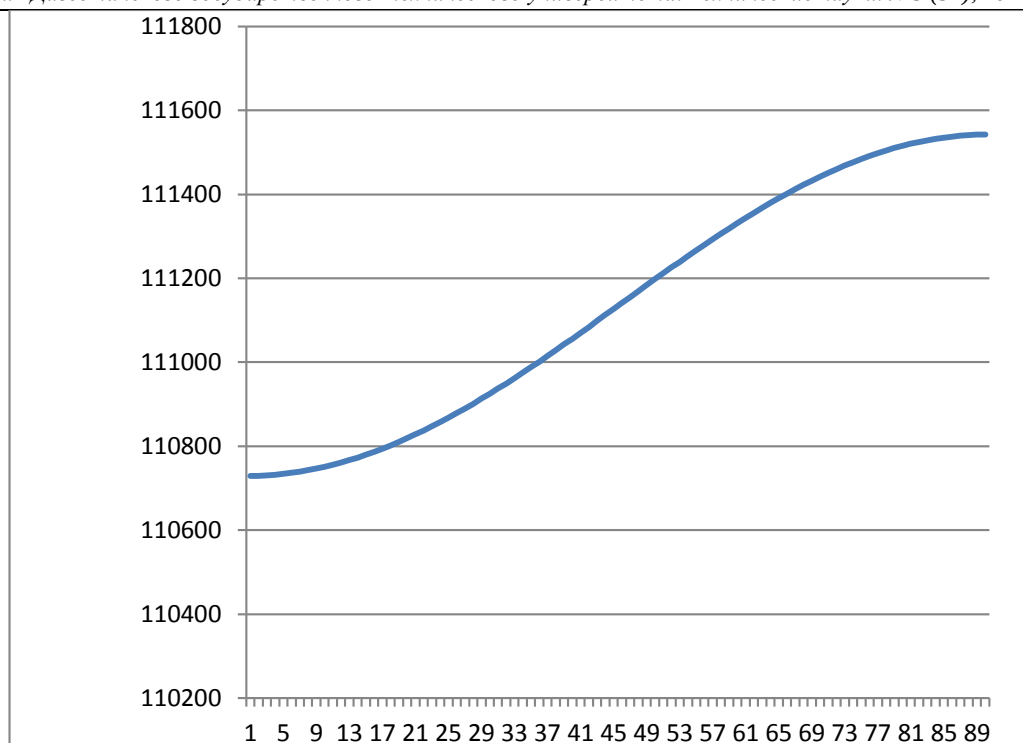


Рисунок 1 -Зависимость значений разностей абсцисс точек от широты $\Delta_i^x = x_i - x_{i-1}$

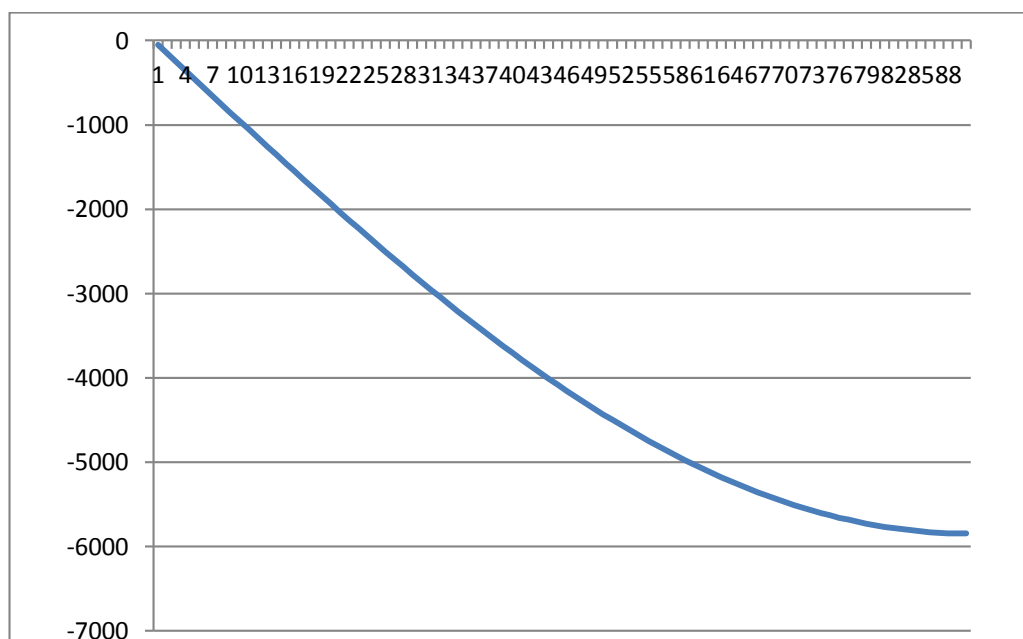


Рисунок 2 -Зависимость значений разностей ординат точек от широты $\Delta_i^y = y_i - y_{i-1}$

При переводе координат с поверхности эллипсоида на плоскость необходимо знание характера получаемых результатов.

На основе этих данных можно сделать следующие выводы:

1. В средних широтах разности абсцисс точек соответствующих одному градусу по широте $\Delta_i^x = x_i - x_{i-1}$ имеют линейную положительную

динамику, абсциссы медленно меняются в приэкваториальной и приполярной зонах;

2. Наибольшие значения динамики разностей ординат тех же точек $\Delta_i^y = y_i - y_{i-1}$ имеют на экваторе, а минимальные на полюсе, разности ординат от экватора до примерно широты 60° имеют линейную отрицательную динамику, и замедляет темп изменения с возрастанием широты к полюсу.

Вышеприведенное представление результатов вычислений можно использовать для перевычисления координат точек на крайнем меридиане шестиградусной зоны методом интерполяции и оценить точность ожидаемых результатов.

Библиографический список:

1. Л.П. Пеллинен. Высшая геодезия. М. «Недра, 1978г.»
2. Г.В. Багратуни. Курс сфероидической геодезии. М. Издательство геодезической литературы. 1962г.