УДК 622.276.031

Баламирзоев А.Г., Зербалиев А.М., Иванов В.В.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕСТАЦИОНАРНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ УПРУГОЙ ЖИДКОСТИ В НЕОДНОРОДНОМ ПЛАСТЕ

Balamirzoev A.G., Zerbaliev A.M., Ivanov V.V.

MATHEMATICAL MODELING OF UNSTEADY FILTRATION OF ELASTIC LIQUID IN AN INHOMOGENEOUS RESERVOIR

В статье рассматривается возможность численного решения двумерной задачи нестационарной фильтрации упругой жидкости в неоднородном пласте. Задача о нахождении распределения давления p(x,y,t) в процессе эксплуатации залежи сведено к решению дифференциального уравнения параболического типа с переменными коэффициентами. Задача решена приближенно с использованием метода конечных разностей.

Ключевые слова: *фильтрация, пласт, упругая жидкость, давление, конечные разности.*

The article considers the possibility of numerical solution of two-dimensional problem of unsteady filtration in an inhomogeneous elastic liquid reservoir. The problem of finding the distribution of the pressure p(x,y,t) in the process of exploitation of deposits is reduced to the solution of a differential equation of parabolic type with variable coefficients. The problem is solved approximately by using the method of finite differences.

Key words: *filtration, plastic, elastic fluid pressure, finite difference.*

В последние годы математическим моделированием (в том числе и численным) стали пользоваться как важнейшим инструментом при проектировании и контроле за разработкой нефтегазовых месторождений [1-2]. Применение современных ЭВМ позволяет решать гидродинамические задачи, связанные с разработкой, в очень широкой и полной постановке.

Пусть в горизонтальной плоскости (x,y) имеется область D_l занятая нефтью и содержащая скважины-точечные источники или стоки. Будем считать, что пласт - неоднородный по проницаемости: $k_0 = k_0(x,y)$, а разработка залежи ведется при упругом режиме фильтрации. Для простоты будем предполагать, что область фильтрации D_l имеет форму прямоугольника: $X_1 \le x \le X_2$, $Y_1 \le y \le Y_2$ (рис. 1).

На границах области фильтрации $x = X_1$, $x = X_2$ и $y = Y_2$ задано, соответственно, распределение давлений

$$p = p_1(y,t), \quad p = p_2(y,t), \quad p = p_3(x,t).$$

Подошва пласта $y = y_l$ считается непроницаемой, т . е. на этой границе нормальная составляющая скорости фильтрации (или $\partial p/\partial y$) равна нулю.

Пусть в начальный момент времени t_0 в пласте (область D_l) задано распределение давления по координатам, т.е. $p = p_0(x,y)$ при $t = t_0$.

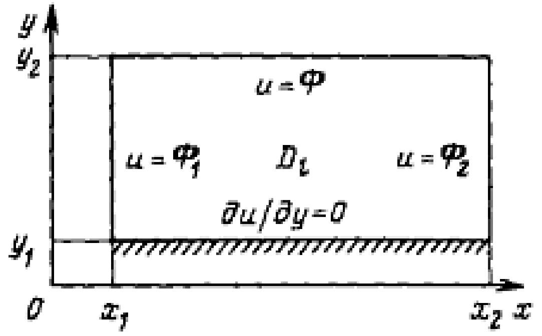

Рисунок 1 - Схема области фильтрации упругой жидкости

Тогда задача о нахождении распределения давления *p(x,y,t)* в процессе эксплуатации залежи сводится к решению (интегрированию) дифференциального уравнения параболического типа (типа теплопроводности) с переменными коэффициентами, которое можно представить в обобщенном виде

$$b\frac{\partial p}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial x}\left(k\frac{\partial p}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(k\frac{\partial p}{\partial y}\right)+f\ ,$$

$$b=b(x,y),\quad k=k(x,y),\quad f=f(x,y,t) \tag{1}$$

в области $D=D_l\times D_T, D_T=\{t\geq t_0\}$

при следующих начальных и граничных условиях:

$$p=\varphi(x,y) \text{ при } t=t_0; \tag{2}$$

$$p=\phi_1(y,t) \text{ при } x=X_1\ ; \tag{3}$$

$$p=\phi_2(y,t) \text{ при } x=X_2\ ; \tag{4}$$

$$\partial p/\partial y=0 \text{ при } y=Y_1; \tag{5}$$

$$p=\psi(x,t) \text{ при } y=Y_2 \tag{6}$$

Здесь искомая функция $p(x,y,t)$ соответствует давлению; $k=k_0(x,y)/\eta$, $b\equiv\beta^*=m\beta_ж+\beta_c$ - коэффициент упругости пласта; f -плотность источников и стоков, моделирующих работу добывающих и нагнетательных скважин.

Будем решать задачу приближенно с использованием метода конечных разностей. Для этого заменим непрерывную область ее дискретным аналогом-квадратной сеточной областью (рис.2):

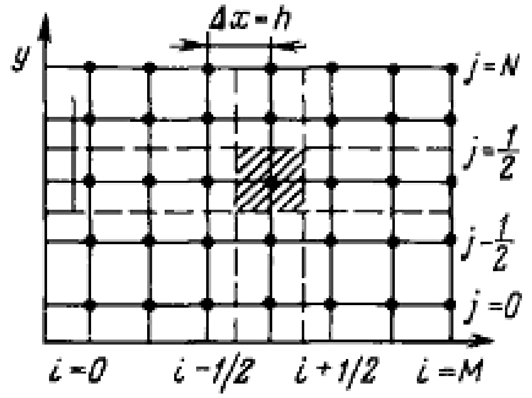

Рисунок 2 - Дискретный аналог непрерывной области фильтрации

$$D_{ih}\{x_i,y_i\};\quad x_i=ih;\quad y_j=jh;\quad \left(i=\overline{0,M},\quad j=\overline{0,N}\right)$$

Построим далее конечно-разностный аналог уравнения (1), используя интегро-интерполяционный метод.

Выделим в области D_l квадрат с центром в точке (x_i,y_j) и сторонами, образованными отрезками линий $x = x_i \pm h/2$, $y = y_j \pm h/2$ (см.рис.2). Рассмотрим тройной интеграл от обеих частей уравнения (1):

$$\int_{t_n}^{n_{n+1}}\int_{x_{i-1/2}}^{x_{i+1/2}}\int_{y_{j-1/2}}^{y_{j+1/2}} b\frac{\partial p}{\partial t}dydxdt = \int_{t_n}^{n_{n+1}}\int_{x_{i-1/2}}^{x_{i+1/2}}\int_{y_{j-1/2}}^{y_{j+1/2}}\left(\frac{\partial}{\partial x}k\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y}k\frac{\partial p}{\partial y} + f\right)dydxdt$$

Выполнив интегрирование по каждому слагаемому в порядке, соответствующем типу производной, получим:

$$\int_{x_{i-1/2}}^{x_{i+1/2}}\int_{y_{j-1/2}}^{y_{j+1/2}} b\left(p^{n+1} - p^n\right)dydx = \int_{t_n}^{t_{n+1}}\int_{y_{j-1/2}}^{y_{j+1/2}}\left[\left(k\frac{\partial p}{\partial x}\right)_{i+1/2} - \left(k\frac{\partial p}{\partial x}\right)_{i-1/2}\right]dydt +$$

$$+\int_{t_n}^{t_{n+1}}\int_{x_{i-1/2}}^{x_{i+1/2}}\left[\left(k\frac{\partial p}{\partial y}\right)_{j+1/2} - \left(k\frac{\partial p}{\partial y}\right)_{j-1/2}\right]dydt + \int_{t_n}^{n_{n+1}}\int_{x_{i-1/2}}^{x_{i+1/2}}\int_{y_{j-1/2}}^{y_{j+1/2}} fdydxdt.$$

Это соотношение - точное. Использовав формулы приближенного интегрирования, представим его в следующем виде

$$\left[b\left(p^{n+1} - p\right)\right]_{\substack{x=x_i^{(1)}\\ y=y_i^{(1)}}}\Delta x\Delta y = \left[\left(k\frac{\partial p}{\partial x}\right)_{i+1/2} - \left(k\frac{\partial p}{\partial x}\right)_{i-1/2}\right]_{\substack{y=y_j^{(2)}\\ t=t_n^{(2)}}}\Delta y\Delta t +$$

$$+\left[\left(k\frac{\partial p}{\partial y}\right)_{j+1/2} - \left(k\frac{\partial p}{\partial y}\right)_{j-1/2}\right]_{\substack{x=x_i^{(3)}\\ t=t_n^{(3)}}}\Delta x\Delta t + f\left(x_i^{(4)}, y_j^{(4)}, t_n^{(4)}\right)\Delta x\Delta y\Delta t, \tag{7}$$

$$x_i \le \left\{x_i^{(\alpha)}\right\} \le x_{i+1};\quad y_j \le \left\{y_j^{(\beta)}\right\} \le y_{j+1};\quad t_n \le \left\{t_n^{(\gamma)}\right\} \le t_{n+1};\quad \left\{\alpha, \beta, \gamma\right\} = 1{,}2{,}3{,}4.$$

Произведения $k\frac{\partial p}{\partial x}$ и $k\frac{\partial p}{\partial y}$ в точках с полуцелыми индексами заменим дискретными аналогами:

$$\left(k\frac{\partial p}{\partial x}\right)_{i+1/2} \approx k_{i+1/2}\frac{p_{i+1} - p_i}{\Delta x};\quad \left(k\frac{\partial p}{\partial x}\right)_{i-1/2} \approx k_{i-1/2}\frac{p_i - p_{i-1}}{\Delta x};$$

$$\left(k\frac{\partial p}{\partial y}\right)_{j+1/2} \approx k_{j+1/2}\frac{p_{j+1} - p_j}{\Delta y};\quad \left(k\frac{\partial p}{\partial y}\right)_{j-1/2} \approx k_{j-1/2}\frac{p_j - p_{j-1}}{\Delta y},$$

где $$k_{i\pm1/2} = \frac{2k_i k_{i\pm1}}{k_i + k_{i\pm1}};\quad k_{j\pm1/2} = \frac{2k_j k_{j\pm1}}{k_j + k_{j\pm1}}.$$

Подставим полученные выражения в (7), предварительно разделив все слагаемые на $\Delta x\Delta y\Delta t$ и положив приближенно $x_i^{(\alpha)} = x_i; y_j^{(\beta)} = y_j; t_n^{(\gamma)} = t_{n+1}$, (т.е. отнеся все средние величины в интегралах к узлу x_i, y_j, t_n+1. В результате получим конечно-разностный аналог двумерного уравнения (1)

$$b_{i,j}\frac{p_{i,j}^{n+1}-p_{i,j}^{n}}{\tau}=k_{i+1/2,j}\frac{p_{i+1,j}^{n+1}-p_{i,j}^{n+1}}{h^2}-k_{i-1/2,j}\frac{p_{i,j}^{n+1}-p_{i,j-1}^{n+1}}{h^2}+$$

$$+k_{i,j+1/2}\frac{p_{i,j+1}^{n+1}-p_{i,j}^{n+1}}{h^2}-k_{i,j-1/2}\frac{p_{i,j}^{n+1}-p_{i,j-1}^{n+1}}{h^2}+f_{i,j}^{n+1}, \qquad (8)$$

$$i=\overline{1,M-1},\quad j=\overline{1,N-1}.$$

Дискретные аналоги начальных и граничных условий строятся по ранее рассмотренным схемам:

$$\text{при } n=0 \;\; p_{i,j}^{0}=\varphi_{i,j}\;\; \left(i=\overline{0,M},\quad j=\overline{0,N}\right); \qquad (9)$$

$$\text{при } i=0 \;\; p_{0,j}^{n}=\phi_{1,j}^{n}\;\; \left(j=\overline{0,N-1},\quad n=1,2,...\right); \qquad (10)$$

$$\text{при } i=M \;\; p_{M,j}^{n}=\phi_{2,j}^{n}\;\; \left(j=\overline{1,N-1},\quad n=1,2,...\right); \qquad (11)$$

$$\text{при } j=0 \;\; p_{i,-1}^{n}=p_{i,1}^{n}\;\; \left(i=\overline{1,M-1},\quad n=1,2,...\right); \qquad (12)$$

$$\text{при } j=N \;\; p_{i,N}^{n}=\psi_{i}^{n}\;\; \left(i=\overline{1,M-1},\quad n=1,2,...\right); \qquad (13)$$

Таким путем вместо исходной краевой задачи (1) — (6) получим конечно-разностную задачу (8) — (13).

Для решения алгебраической системы уравнений (8) —(13) можно использовать различные общие и специальные методы. Из числа последних большое распространение получил метод смены направлений. Сущность его заключается в следующем.

Шаг по времени $\Delta t=t_{n+1}-t_{n}$ разбивается на два половинных шага $t_{n+1}-t_{n+1/2}=t_{n+1/2}-t_{n}=\Delta t/2$. На каждом полушаге вместо системы (8)-(13) решается все модификация, явная по одному направлению и неявная по другому (направления чередуются).

Решаемые системы имеют следующий вид:

на первом полушаге

$$b_{i,j}\frac{p_{i,j}^{n+1/2}-p_{i,j}^{n}}{\tau/2}=k_{i+1/2,j}\frac{p_{i+1,j}^{n+1/2}-p_{i,j}^{n+1/2}}{h^2}-k_{i-1/2,j}\frac{p_{i,j}^{n+1/2}-p_{i-1,j}^{n+1/2}}{h^2}+$$

$$+k_{i,j+1/2}\frac{p_{i,j+1}^{n}-p_{i,j}^{n}}{h^2}-k_{i,j-1/2}\frac{p_{i,j}^{n}-p_{i,j-1}^{n}}{h^2}+f_{i,j}^{n+1/2};$$

$$\text{при } i=0 \;\; p_{i,j}^{n+1/2}=\frac{1}{2}\phi_{1,j}^{+}-\frac{\tau}{4}\Lambda_2\Phi_{1,j}^{-}\quad \left(j=\overline{1,N-1}\right);$$

$$\text{при } i=M \;\; p_{M,j}^{n+1/2}=\frac{1}{2}\Phi_{2,j}^{+}-\frac{\tau}{4}\Lambda_2\Phi_{2,j}^{-}\quad \left(j=\overline{1,N-1}\right),$$

где

$$\Phi^{+}=\frac{1}{2}\left(\Phi^{n+1}+\Phi^{n}\right);\quad \Phi^{-}=\Phi^{n+1}-\Phi^{n-1};$$

$$\Lambda_2\Phi_{j}^{-}=k_{i,j+1/2}\frac{\Phi_{j+1}^{-}-\Phi_{j}^{-}}{h^2}-k_{i,j-1/2}\frac{\Phi_{j}^{-}-\Phi_{j-1}^{-}}{h^2};$$

на втором полушаге

$$b_{i,j}\frac{p_{i,j}^{n+1}-p_{i,j}^{n+1/2}}{\tau/2}=k_{i+1/2}\frac{p_{i+1,j}^{n+1/2}-p_{i,j}^{n+1/2}}{h^2}-k_{i-1/2,j}\frac{p_{i,j}^{n+1/2}-p_{i-1,j}^{n+1/2}}{h^2}+$$

$$+k_{i,j+1/2}\frac{p_{i,j+1}^{n+1}-p_{i,j}^{n+1}}{h^2}-k_{i,j-1/2}\frac{p_{i,j}^{n+1}-p_{i,j-1}^{n+1}}{h^2}+f_{i,j}^{n+1/2};$$

при $j=0\ \ p_{i,-1}^{n+1}=p_{i,1}^{n+1}\ \ \left(i=\overline{1,M-1}\right);$

при $i=N\ \ p_{i,N}^{n+1}=\psi_i^{n+1}\ \ \left(i=\overline{1,M-1}\right).$

Поскольку на каждом полушаге задача оказывается фактически одномерной (неявной), то для ее решения можно использовать метод прогонки. Метод прогонки удобен тем, что требует относительно небольших объемов оперативной памяти и затрат времени на проведение расчетов.

Решив системы дважды, в результате получим решение на очередном шаге $t=t_{n+1}t$.

Библиографический список:

1. Максимов М. М,, Рыбицкая Л. П. Математическое моделирование процессов разработки нефтяных месторождений.-М.: Недра, 1976. 264 с.
2. Басниев К. С, Кочина И. Н., Максимов В. М. Подземная гидромеханика: Учебник для вузов.-М.: Недра, 1993. 416 с.

УДК 62-50:531.3

Рамазанов Г.М.

РАЗРАБОТКА АЛГОРИТМА САМООБУЧЕНИЯ ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫХ СИСТЕМ ПРИ НАЛИЧИИ В СРЕДЕ ПРИЧИННО-СЛЕДСТВЕННЫХ СВЯЗЕЙ

Ramazanov G.M.

DEVELOPMENT OF THE ALGORITHM OF SELF-TRAINING THE INTELLECTUAL SYSTEMS AT PRESENCE IN AMBIENCE OF THE CAUSAL RELATIONSHIPS

Предложен и исследован алгоритм самообучения интеллектуальных систем в априори неописанных проблемных средах при наличии в них причинно-следственных связей между происходящими событиями.

Ключевые слова: *интеллектуальная система, проблемная среда, алгоритм самообучения.*

It is offered and explored algorithm of self-training the intellectual systems in a priori undeclared problem-solving ambience at presence in them causal relationships between occurring events.

Key words: *intellectual system, problem-solving ambience, algorithm of self-training.*

Одной из актуальных проблем современной науки является разработка интеллектуальных систем (ИС) способных автономно функционировать в априори неописанных проблемных средах (ПС). Эффективное решение данной проблемы, прежде всего, связанно с разработкой алгоритмов самообучения (АС) позволяющих ИС выявлять различные закономерности целенаправленного преобразования ситуаций ПС.