

Расчет температурных полей и напряжений при возведении стенки резервуара для хранения сжиженного природного газа

В.С. Тюрина

Донской государственный технический университет,
344000, г. Ростов-на-Дону, площадь Гагарина, 1, Россия

Резюме. Цель. Целью исследования является разработка методики расчета термонапряженного состояния в железобетонной стенке резервуара при непрерывном бетонировании в скользящей опалубке с учетом теплофизических и механических характеристик, а также кинетики тепловыделения и набора прочности бетона. **Метод.** Исследование выполнено в двумерной осесимметричной постановке методом конечных элементов. Учтены конвективный теплообмен с окружающей средой, внутреннее тепловыделение по эмпирической кривой, температурные деформации, усадка, а также изменение модуля упругости и прочности бетона во времени. Расчет реализован в среде MATLAB с последовательной активацией элементов по мере бетонирования. **Результат.** Для двух сезонов (июль и сентябрь) получены распределения температур и напряжений. Максимальный перепад температуры по толщине стенки составил 18–19°C. Установлено, что в приопорной зоне жесткого сопряжения стенки с фундаментом окружные напряжения при расчете в упругой постановке достигают 5 МПа при прочности бетона на растяжение 3,2 МПа, а напряжения по оси z – 15,4 МПа, что приводит к высокому риску образования вертикальных и горизонтальных трещин. Снижение тепловыделения бетона на 40% уменьшает напряжения лишь на 22–40%, не устраняя риск. **Вывод.** Основная причина трещинообразования связана с жестким соединением стенки с фундаментом. Для снижения риска рекомендовано уменьшение темпа бетонирования на начальном этапе до 1 м/сут. В остальных сечениях стенки вероятность трещин незначительна.

Ключевые слова: осесимметричные задачи, термонапряженное состояние, тепловыделение бетона, раннее трещинообразование, массивные конструкции, метод конечных элементов.

Для цитирования: В.С. Тюрина. Расчет температурных полей и напряжений при возведении стенки резервуара для хранения сжиженного природного газа. Вестник Дагестанского государственного технического университета. Технические науки. 2026;53(2):236-250. DOI:10.21822/2073-6185-2026-53-2-236-250

Calculation of Temperature fields and Stresses during the Construction of a tank wall for Storing Liquefied natural Gas

V.S. Tyurina

Don State Technical University,
1 Gagarin Square, Rostov-on-Don 344000, Russia

Abstract. Objective. Development of a method for calculating the thermal stress state in a reinforced concrete tank wall during continuous concreting in slipform, taking into account the thermophysical and mechanical characteristics, as well as the kinetics of heat generation and concrete strength gain. **Method.** The study was conducted in a two-dimensional axisymmetric formulation using the finite element method. Convective heat exchange with the environment, internal heat release according to the empirical curve, temperature deformations, shrinkage, and changes in the elastic modulus and strength of concrete over time are considered. The calculations

were implemented in MATLAB with sequential activation of elements during concreting. **Result.** Temperature and stress distributions were obtained for two seasons (July and September). The maximum temperature difference across the wall thickness was 18–19°C. It was found that in the support zone of the rigid connection between the wall and the foundation, the hoop stresses in the elastic calculations reach 5 MPa with a concrete tensile strength of 3.2 MPa, while the z-axis stresses reach 15.4 MPa, leading to a high risk of vertical and horizontal cracks. Reducing the heat release of concrete by 40% reduces the stresses by only 22–40%, without eliminating the risk. **Conclusion.** The main cause of cracking is related to the rigid connection between the wall and the foundation. To reduce the risk, it is recommended to reduce the concreting rate at the initial stage to 1 m/day. In other sections of the wall, the likelihood of cracks is negligible.

Keywords: axisymmetric problems, thermal stress state, heat release of concrete, early cracking, massive structures, finite element method.

For citation: V.S. Tyurina. Calculation of Temperature fields and Stresses during the Construction of a tank wall for Storing Liquefied natural Gas. Herald of Daghestan State Technical University. Technical Sciences. 2026;53(2):236-250. (In Russ) DOI:10.21822/2073-6185-2026-53-2-236-250

Введение. При возведении массивных монолитных железобетонных конструкций, к числу которых относятся толстостенные цилиндрические оболочки, проблема раннего трещинообразования остается одной из наиболее актуальных в современной строительной науке и практике. Основной причиной возникновения трещин на ранней стадии твердения бетона является экзотермический разогрев цементного камня, приводящий к формированию неоднородных температурных полей и, как следствие, значительных термонапряжений [1]. Ключевая сложность прогнозирования этого процесса заключается в многофакторности задачи: на распределение температур и напряжений влияют не только массивность конструкции и условия теплообмена, но и кинетика тепловыделения бетона, скорость набора его прочности, изменение модуля упругости во времени, температурные деформации и усадка [2].

Особую опасность раннее трещинообразование представляет для высокоответственных сооружений, таких как резервуары для хранения СПГ, где нарушение сплошности бетона может поставить под угрозу герметичность и долговечность всей конструкции [3]. В этой связи разработка и совершенствование методов численного прогнозирования термонапряженного состояния твердеющего бетона является неотъемлемой частью выбора рациональных технологических режимов бетонирования и мер по уходу за бетоном [4]. Современные исследования, такие как работа А.Н. Болгова и др. [5], подчеркивают важность учета как теплофизических, так и механических характеристик бетона. В свою очередь, в исследовании Несветаева Г.В. и соавторов [6] приведены количественные критерии безопасных температурных градиентов, показано, что разность температур между ядром массива и его поверхностью не должна превышать 15–25 °С, а градиент по сечению – 50 °С/м.

Постановка задачи. Значительный прогресс в данной области достигнут благодаря применению численных методов, в первую очередь метода конечных элементов. Он позволяет учесть нелинейную кинетику тепловыделения на основе эмпирических данных [7], изменяющиеся во времени механические характеристики, а также различные схемы активации элементов для моделирования процесса возведения [8].

Так, в работе Zhang Y. [9] проанализировано влияние конструкционных температур на напряженно-деформированное состояние массивного бетона. Апробация различных составов бетона выполнена в исследовании Kim H.S. и др. [10], где было показано, что использование низкотепловыделяющих смесей позволяет существенно снизить риски трещинообразования. Эффективность применения таких составов подтверждена и в работе Г.В. Несветаева с соавторами [11], в которой рассмотрены подходы к регулированию усадочных деформаций и температурных напряжений при бетонировании массивных

фундаментных плит В то же время, результаты численного моделирования, выполненного в работе [12], показывают, что для некоторых конструкций снижение тепловыделения бетона, само по себе, может оказаться недостаточным для полного устранения риска образования трещин, особенно в условиях жесткого защемления конструкции в фундаменте.

Таким образом, несмотря на наличие широкого круга исследований, задача разработки эффективной методики расчета термонапряженного состояния для специфических условий непрерывного бетонирования высоких цилиндрических стенок резервуаров в скользящей опалубке, с учетом теплофизических и механических характеристик, а также кинетики тепловыделения и набора прочности, остается не до конца решенной.

Целью настоящей работы является разработка методики расчета термонапряженного состояния в железобетонной стенке резервуара при непрерывном бетонировании в скользящей опалубке с учетом теплофизических и механических характеристик, а также кинетики тепловыделения и набора прочности бетона.

Методы исследования. Рассматриваемый резервуар закрытого типа для хранения СПГ представляет собой толстостенную цилиндрическую оболочку толщиной 800 мм, высотой 43,1 м наружным радиусом 39,3 м. Стенка резервуара изготавливается из бетона B55 W8F(1)300 с использованием скользящей опалубки.

Темп бетонирования: 2 м в сутки. Процесс бетонирования при моделировании предполагается непрерывным. Стенка резервуара жестко соединена с фундаментной плитой класса B45 радиусом 41,1 м и толщиной 975 мм.

Конечно-элементный анализ температурных полей и напряжений нами выполняется в двумерной осесимметричной постановке. Уравнение теплопроводности при наличии осевой симметрии в цилиндрических координатах r и z имеет вид [13]:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \lambda \frac{\partial T}{\partial r} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right] + W = \rho c \frac{\partial T}{\partial t}. \quad (1)$$

Здесь λ , ρ и c теплофизические характеристики материала (коэффициент теплопроводности, плотность и удельная теплоемкость), $T = T(r, z, t)$ – функция температуры в конструкции, t – время твердения бетона, $W = \frac{\partial Q}{\partial t}$ – мощность внутреннего тепловыделения, приходящаяся на 1 м³ бетонной смеси (Вт/м³).

Параметр λ в уравнении (1) в общем случае зависит от r, z, t , так как гидратация бетона приводит к снижению его влажности, и как следствие, уменьшению коэффициента теплопроводности [14]. Однако, как показано в работах [15, 16], влияние изменения во времени теплофизических характеристик бетона на результирующие температурные поля не превышает 5%. Граничное условие конвективного теплообмена в цилиндрических координатах для произвольно ориентированной грани записывается в виде:

$$\lambda \left(\frac{\partial T}{\partial r} l_r + \frac{\partial T}{\partial z} l_z \right) + h_{surf} (T - T_{\infty}) = 0, \quad (2)$$

где $l_r = \cos(r, n)$, $l_z = \cos(z, n)$ – направляющие косинусы площадки, на которой происходит конвективный теплообмен, h_{surf} – коэффициент теплоотдачи на поверхности, T_{∞} – температура окружающей среды.

В точках фундамента, весьма удаленных от бетонируемой стенки, принимаются граничные условия первого рода (температура постоянна и равна заданному значению T_{f0}):

$$T_f(t) = T_{f0} = const. \quad (3)$$

Решение уравнения (1) с граничными условиями (2) и (3) сводится к поиску минимума функционала [17]:

$$\chi = \int_V \frac{1}{2} \left[\lambda \left(\left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)^2 + \left(\frac{\partial T}{\partial z} \right)^2 \right) - 2 \left(W - \rho c \frac{\partial T}{\partial t} \right) T \right] dV + \frac{1}{2} \int_S h_{surf} (T^2 - 2TT_\infty + T_\infty^2) dS. \quad (4)$$

После выполнения конечно-элементной дискретизации из условия минимума функционала (4) получается система дифференциальных уравнений следующего вида:

$$[C] \frac{\partial \{T\}}{\partial t} + [K] \{T\} + \{F\} = 0. \quad (5)$$

В формуле (5) матрицы $[C]$ и $[K]$ представляют собой матрицу демпфирования и теплопроводности соответственно, $\{F\}$ – вектор узловых тепловых нагрузок.

Чтобы получить фигурирующие в системе (5) матрицы и вектор, необходимо просуммировать матрицы $[C^e]$, $[K^e]$ и векторы $\{F^e\}$, построенные для каждого конечного элемента в отдельности. Эти локальные матрицы и векторы вычисляются как [17]:

$$\begin{aligned} [C^e] &= \int_V \rho c [N]^T [N] dV, \\ [K^e] &= \int_V [B]^T [D] [B] dV + \int_S h_{surf} [N]^T [N] dS, \\ \{F^e\} &= - \int_V W [N]^T dV - \int_S h_{surf} T_\infty [N]^T dS. \end{aligned} \quad (6)$$

Здесь $[N]$ обозначает матрицу аппроксимирующих функций для конечного элемента, $[D] = \begin{bmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda \end{bmatrix}$ – матрицу коэффициентов теплопроводности, а $[B]$ – матрицу, составленную из частных производных аппроксимирующих функций по координатам.

Для расчета рассматриваемой конструкции используются прямоугольные осесимметричные конечные элементы (КЭ) (рис. 1).

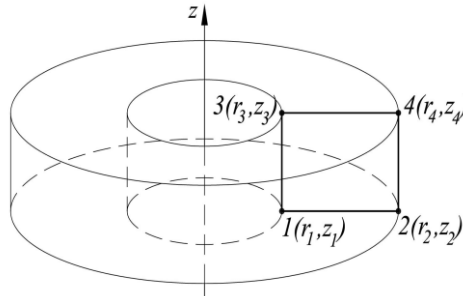


Рис. 1 – Прямоугольный осесимметричный конечный элемент

Fig. 1 – Rectangular axisymmetric finite element

Аппроксимирующие функции для прямоугольного конечного элемента приняты в следующей форме:

$$\begin{aligned} [N] &= [N_1 \ N_2 \ N_3 \ N_4]; \\ N_1 &= \frac{(r-r_2)(z-z_3)}{(r_1-r_2)(z_1-z_3)}; N_2 = -\frac{(r-r_1)(z-z_3)}{(r_1-r_2)(z_1-z_3)}; \\ N_3 &= -\frac{(r-r_2)(z-z_1)}{(r_1-r_2)(z_1-z_3)}; N_4 = \frac{(r-r_1)(z-z_1)}{(r_1-r_2)(z_1-z_3)}. \end{aligned} \quad (7)$$

Применительно к осесимметричной постановке задачи теплопроводности, для выбранного конечного элемента матрица производных функций формы $[B]$ представляется в следующем виде:

$$[B] = \begin{bmatrix} \frac{\partial [N]}{\partial r} \\ \frac{\partial [N]}{\partial z} \end{bmatrix} = \frac{1}{(r_1 - r_2)(z_1 - z_3)} \begin{bmatrix} z - z_3 & z_3 - z & z_1 - z & z - z_1 \\ r - r_2 & r_1 - r & r_2 - r & r - r_1 \end{bmatrix}. \quad (8)$$

При принятых функциях формы матрицы $[K^{(e)}]$, $[C^{(e)}]$ и вектор $\{F^{(e)}\}$ из формулы (6) допускают точное интегрирование с помощью символьных расчётов в среде MATLAB (Symbolic Math Toolbox), либо с использованием библиотеки SymPy языка Python и т.п. Из-за громоздкости итоговых формул мы ограничимся записью лишь тех членов, которые отражают влияние внутренних источников тепла, а также условий конвективного теплообмена:

$$\int_V W [N]^T dV = \frac{\pi W}{6} \begin{Bmatrix} (r_1 - r_2)(2r_1 + r_2)(z_1 - z_3) \\ (r_1 - r_2)(r_1 + 2r_2)(z_1 - z_3) \\ (r_1 - r_2)(2r_1 + r_2)(z_1 - z_3) \\ (r_1 - r_2)(r_1 + 2r_2)(z_1 - z_3) \end{Bmatrix}. \quad (9)$$

Если сторона 1-2 (3-4) конечного элемента, совпадает с поверхностью тела, на которой имеет место конвективный теплообмен, поверхностные интегралы в этом случае запишутся в виде:

$$\int_S h_{surf} [N]^T [N] dS = \frac{\pi h_{surf}}{6} \begin{bmatrix} (r_2 - r_1)(3r_1 + r_2) & r_2^2 - r_1^2 \\ r_2^2 - r_1^2 & (r_2 - r_1)(r_1 + 3r_2) \end{bmatrix};$$

$$\int_S h_{surf} T_{\infty} [N]^T dS = \frac{\pi h_{surf} T_{\infty}}{3} \begin{Bmatrix} -2r_1^2 + r_1 r_2 + r_2^2 \\ (r_2 - r_1)(r_1 + 2r_2) \end{Bmatrix}.$$

Аналогично для стороны 1-3:

$$\int_S h_{surf} [N]^T [N] dS = \frac{2\pi r h_{surf}}{3} \begin{bmatrix} z_3 - z_1 & 2(z_3 - z_1) \\ 2(z_3 - z_1) & z_3 - z_1 \end{bmatrix};$$

$$\int_S h_{surf} T_{\infty} [N]^T dS = \pi h_{surf} T_{\infty} r (z_3 - z_1) \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \end{Bmatrix}, \quad (11)$$

где r – координата вертикального ребра.

При расчете напряженно-деформированного состояния поле перемещений 4-узловой КЭ представляется в виде:

$$\{U\} = \begin{Bmatrix} u_1 \\ w_1 \\ u_2 \\ w_2 \\ u_3 \\ w_3 \\ u_4 \\ w_4 \end{Bmatrix}, \quad (12)$$

где u_i – перемещения по направлению r , w_i – перемещения по z .

Вектора приращений напряжений $\{\Delta\sigma\}$ и приращений деформаций $\{\Delta\varepsilon\}$ в случае двумерной осесимметричной задачи содержат 4 компонента:

$$\{\Delta\sigma\} = \begin{Bmatrix} \Delta\sigma_r \\ \Delta\sigma_z \\ \Delta\sigma_\theta \\ \Delta\tau_{rz} \end{Bmatrix}; \{\Delta\varepsilon\} = \begin{Bmatrix} \Delta\varepsilon_r \\ \Delta\varepsilon_z \\ \Delta\varepsilon_\theta \\ \Delta\gamma_{rz} \end{Bmatrix}. \quad (13)$$

Соотношения между приращениями напряжений и приращениями полных деформаций с учетом наличия вынужденных деформаций записываются в виде:

$$\{\Delta\sigma\} = [D](\{\Delta\varepsilon\} - \{\Delta\varepsilon_f\}), \quad (14)$$

$$\text{где } [D] = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & \nu & 0 \\ \nu & 1-\nu & \nu & 0 \\ \nu & \nu & 1-\nu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} \end{bmatrix} - \text{матрица связи между напряжениями}$$

и деформациями, E – упруго-мгновенный модуль деформации бетона, ν – коэффициент

$$\text{поперечной деформации, } \{\Delta\varepsilon_f\} = (\alpha\Delta T + \Delta\varepsilon_{sh}) \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{Bmatrix} - \text{вектор инкрементов вынужденных}$$

деформаций, α – температурный коэффициент линейного расширения, ΔT и $\Delta\varepsilon_{sh}$ – соответственно температурный инкремент и прирост деформации усадки в рассматриваемой точке за время Δt .

Матрица градиентов $[B]$ в задаче расчета НДС определяется выражением:

$$[B] = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial r} & 0 & \frac{\partial N_2}{\partial r} & 0 & \frac{\partial N_3}{\partial r} & 0 & \frac{\partial N_4}{\partial r} & 0 \\ \frac{N_1}{r} & 0 & \frac{N_2}{r} & 0 & \frac{N_3}{r} & 0 & \frac{N_4}{r} & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_1}{\partial z} & 0 & \frac{\partial N_2}{\partial z} & 0 & \frac{\partial N_3}{\partial z} & 0 & \frac{\partial N_4}{\partial z} \\ \frac{\partial N_1}{\partial z} & \frac{\partial N_1}{\partial r} & \frac{\partial N_2}{\partial z} & \frac{\partial N_2}{\partial r} & \frac{\partial N_3}{\partial z} & \frac{\partial N_3}{\partial r} & \frac{\partial N_4}{\partial z} & \frac{\partial N_4}{\partial r} \end{bmatrix} = \frac{1}{(r_1 - r_2)(z_1 - z_3)} \cdot \quad (15)$$

$$\cdot \begin{bmatrix} z - z_3 & 0 & z_3 - z & 0 & z_1 - z & 0 & z - z_1 & 0 \\ \frac{r - r_2}{r}(z - z_3) & 0 & \frac{r_1 - r}{r}(z - z_3) & 0 & \frac{r_2 - r}{r}(z - z_1) & 0 & \frac{r - r_1}{r}(z - z_1) & 0 \\ 0 & r - r_2 & 0 & r_1 - r & 0 & r_2 - r & 0 & r - r_1 \\ r - r_2 & z - z_3 & r_1 - r & z_3 - z & r_2 - r & z_1 - z & r - r_1 & z - z_1 \end{bmatrix}.$$

Для каждого шага интегрирования по времени решается система линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) в инкрементах:

$$[K]\{\Delta U\} = \{\Delta F\}. \quad (16)$$

Здесь $[K]$ обозначает матрицу жёсткости; $\{\Delta U\}$ – вектор, составленный из инкрементов перемещений в узлах; $\{\Delta F\}$ – вектор инкрементов узловых сил, обусловленных температурой, усадочными деформациями, ползучестью и прочими факторами.

Выражения, задающие матрицу $[K]$ и вектор $\{\Delta F\}$ для каждого отдельного конечного элемента, имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} [K^{(e)}] &= \int_V [B]^T [D] [B] dV; \\ \{\Delta F^{(e)}\} &= \int_V [B]^T [D] \{\Delta \varepsilon_f\}. \end{aligned} \quad (17)$$

Интегралы в (17) могут быть вычислены точно путем символьного интегрирования.

Расчет термонапряженного состояния стенки резервуара выполняется для двух случаев: при ее возможном возведении в июле месяце (средняя температура воздуха 15 °С) и в сентябре (средняя температура воздуха 6 °С). В первом случае начальная температура бетонной смеси принималась равной 15 °С, а во втором – 10 °С.

Коэффициент теплоотдачи на боковых поверхностях в первые 3,5 суток после бетонирования $h_{side} = 12 \text{ Вт} / (\text{м}^2 \cdot ^\circ\text{С})$, далее боковые поверхности открыты для теплообмена с окружающей средой ($h_{side} = 25 \text{ Вт} / (\text{м}^2 \cdot ^\circ\text{С})$). Коэффициент теплоотдачи на верхней поверхности до завершения процесса бетонирования $h_{up} = 25 \text{ Вт} / (\text{м}^2 \cdot ^\circ\text{С})$. Далее верхняя поверхность укрывается, и коэффициент теплоотдачи снижается до $h_{up} = 12 \text{ Вт} / (\text{м}^2 \cdot ^\circ\text{С})$.

Для описания кинетики тепловыделения бетона используется уравнение [18]:

$$Q(t) = Q_{28} \cdot \exp \left[k \cdot \left(1 - \left(\frac{28}{t} \right)^x \right) \right], \quad (18)$$

где t – время в сутках, Q_{28} – выделившееся количество теплоты за первые 28 суток твердения, МДж/м³, коэффициенты k и x зависят от скорости твердения бетона.

Коэффициенты в уравнении (18) получены путем аппроксимации усреднённых данных по тепловыделению бетонов аналогичных составов. Ввиду отсутствия фактических данных о тепловыделении использованного при возведении резервуара цемента и бетона использованы данные [19], согласно которым значения тепловыделения 26 партий цементов различных производителей в возрасте 3 суток ориентировочно составляют от 343 до 447 кДж/кг. В расчетах на первом этапе принято 380 кДж/кг. Тепловыделение твердеющего бетона с учетом расхода цемента 420 кг/м³ принято на первом этапе 159,6 МДж/м³ в возрасте 3 сут, 214,2 МДж/м³ в возрасте 28 сут.

Кривая тепловыделения твердеющего бетона в первые 3 суток представлена на рис. 2. Маркерами на данном графике отмечены усредненные экспериментальные данные по тепловыделению. Влияние добавок в составе бетонной смеси на тепловыделение не учитывалось.

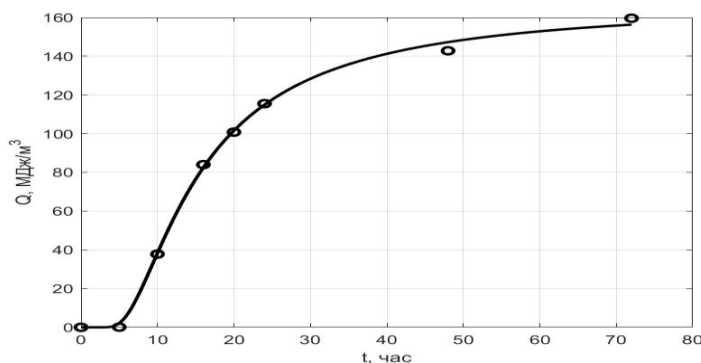


Рис. 2 – Кривая тепловыделения бетона
 Fig. 2 – Heat release curve of concrete

Расчетные теплофизические параметры бетона: плотность $\rho = 2500 \text{ кг/м}^3$, удельная теплоемкость $c = 1000 \text{ Дж} / (\text{кг} \cdot ^\circ\text{С})$, коэффициент теплопроводности $\lambda = 2,67 \text{ Вт} / (\text{м} \cdot ^\circ\text{С})$.

Размеры конечных элементов для стенки принимаются 0,08х0,1 м. Температурные поля и напряжения в стенке рассчитываются с учётом влияния фундамента. Для нижней

границы фундамента значение температуры фиксируется и приравнивается к температуре внешней среды. Теплообмен на верхней и боковых поверхностях фундамента описывается условиями конвекции с коэффициентом теплоотдачи $h_{surf} = 25 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot ^\circ\text{C})$. При расчете напряженного состояния фундамент снизу считается закрепленным по z .

При расчете распределения температуры и напряженно-деформированного состояния конструкции учитывается время ее возведения путем последовательного добавления конечных элементов по мере бетонирования. Расчет реализован в разработанной автором программе на языке MATLAB/GNU Octave.

В расчете учитывается рост прочностных и деформационных характеристик бетона в процессе гидратации. Свойства бетона ставятся в зависимость от степени его зрелости

$DM = \int_0^t T(\tau) d\tau$ (градусо-часы) и вычисляются по следующим эмпирическим формулам, полученным в работах [20,21]:

$$\frac{R}{R_{28}} = \exp \left(0,35 \left[1 - \left(\frac{15800 - 122,5\bar{T}}{\bar{T}t} \right)^{0,55} \right] \right);$$

$$E(R) = 1000 \frac{0,04R + 57}{1 + \frac{29}{3,8 + 0,8R}}, \text{ МПа} \quad (19)$$

Здесь приняты следующие обозначения: R_{28} – кубиковая прочность бетона при сжатии в проектном возрасте 28 суток, R – прочность при сжатии в рассматриваемый момент времени, $\bar{T} = DM / t$ – средняя температура твердения, t – время твердения бетона в часах. При возрасте бетона менее 1 суток временная зависимость модуля упругости задается эмпирической формулой [22]:

$$E(t) = E_{24} \cdot \exp \left(1,348 \left[1 - \left(\frac{24}{t} \right)^{1,438} \right] \right). \quad (20)$$

Здесь E_{24} – упруго-мгновенный модуль деформации бетона, определяемый в возрасте 1 суток твердения по формулам (19) с учётом продолжительности и температурного режима твердения. Кроме температурных деформаций, в вычислениях учитывается аутогенная (химическая) усадка бетона согласно формуле [22]:

$$\varepsilon_{sh}(t) = -(0,2B - 2)(a \ln t - b) \cdot 10^{-5} \leq 0, \quad (21)$$

где B – класс бетона по прочности на сжатие ($R_{28} = B + 12$), $a = 0,31$ и $b = 0,4$ – эмпирические коэффициенты.

Температурный коэффициент линейного расширения бетона принимается $\alpha = 10^{-5} 1/^\circ\text{C}$. Коэффициент Пуассона бетона взят в соответствии с СП 63.13330.2018 равным $\nu = 0,2$. Соппротивление бетона растяжению R_t задается через функциональную зависимость от кубиковой прочности R по формуле [11]:

$$R_t = 0,29 \cdot R^{0,6}. \quad (22)$$

Обсуждение результатов. На рис. 3 показано, как меняется температура во времени в центральной части стенки и на её боковой поверхности для различных сечений по высоте в процессе строительства, при его проведении в июле. При этом максимальная разность температур между ядром и боковой гранью достигает 18°C .

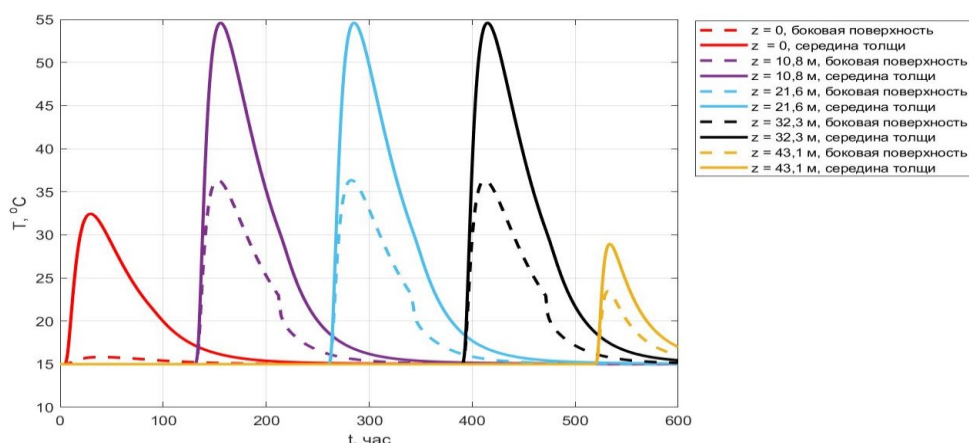


Рис. 3 – Изменение во времени температур в середине толщи и на боковой поверхности стенки в различных сечениях по высоте при ее возведении в июле

Fig. 3 – Changes in temperature over time in the middle of the thickness and on the side surface of the wall in different sections along the height during its construction in July

На рис. 4 отображена динамика изменения температуры в центральной зоне стенки и на её боковой грани для разных высотных отметок в процессе бетонирования, выполняющегося в сентябре. Наибольшая разница температур между внутренней частью и поверхностью составляет 19 °С. Закономерности распределения температур аналогичны приведённым на рис. 3, отличия заключаются лишь в экстремальных (максимальных и минимальных) значениях температур.

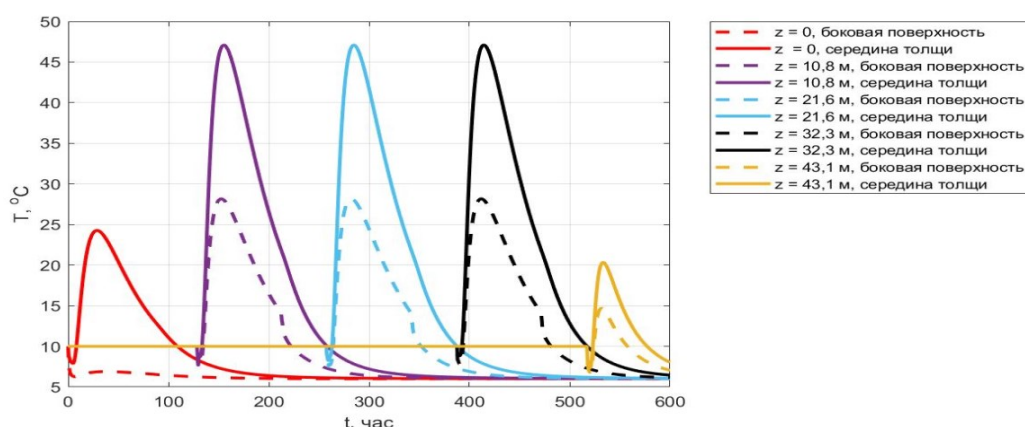


Рис. 4 – Динамика изменения температуры в центральной зоне стенки и на её боковой грани в различных сечениях по высоте при ее возведении в сентябре

Fig. 4 – Dynamics of temperature changes in the central zone of the wall and on its side face in various sections along the height during its construction in September

На рис. 5–10 показаны кривые изменения во времени кольцевых и продольных (по оси z) напряжений для разных высотных сечений стенки, вычисленные при температуре внешней среды 15 °С. Пунктирными линиями на графиках обозначена текущая прочность бетона на растяжение R_t . Напряжения по z вычислены с учетом собственного веса бетона.

Согласно представленным графикам, за исключением приопорной области ($z = 0$), растягивающие напряжения в стенке резервуара не достигают предельных значений по прочности на растяжение.

В приопорной зоне возможно раскрытие вертикальных трещин на внешней поверхности после 90 ч с начала возведения стенки, а также горизонтальной трещины на стыке стенки и фундамента с внешней стороны резервуара в момент времени $t = 100$ ч. Трещинообразование в приопорной зоне вызвано принятым конструктивным решением, а именно жёстким соединением стенки с фундаментом.

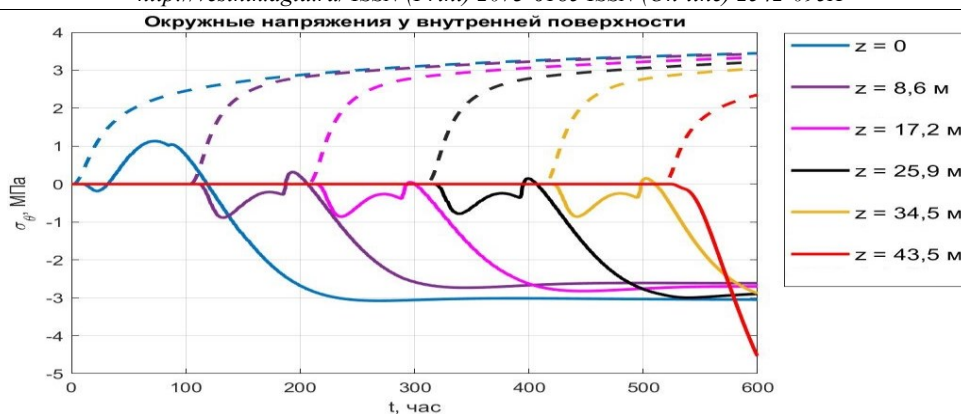


Рис. 5 – Динамика изменения кольцевых напряжений на внутренней грани стенки в условиях среднесуточной температуры воздуха 15 °С (пунктирными линиями отмечена текущая прочность бетона при растяжении)

Fig. 5– Dynamics of changes in hoop stresses on the inner face of the wall under conditions of an average daily air temperature of 15 °С (the dashed lines indicate the current tensile strength of concrete)

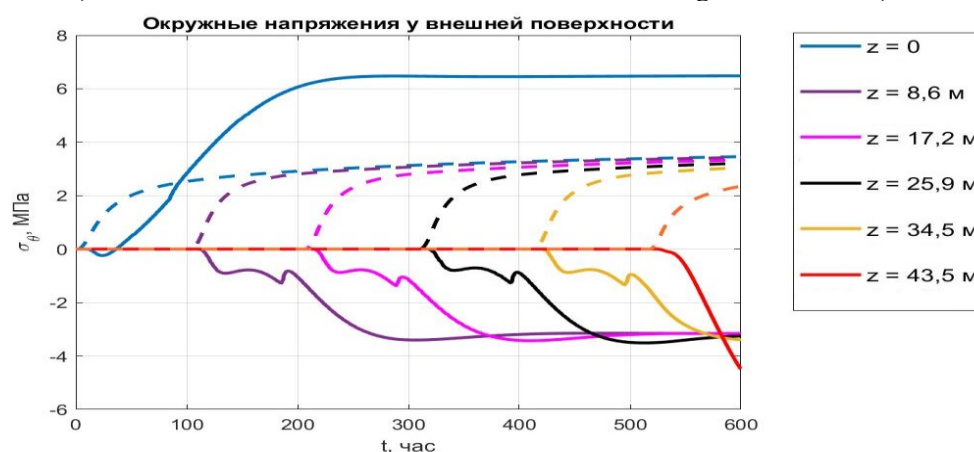


Рис. 6 – Изменение во времени окружных напряжений у внешней поверхности при температуре воздуха 15 °С

Fig. 6 – Change in circumferential stresses at the outer surface over time at an air temperature of 15 °С

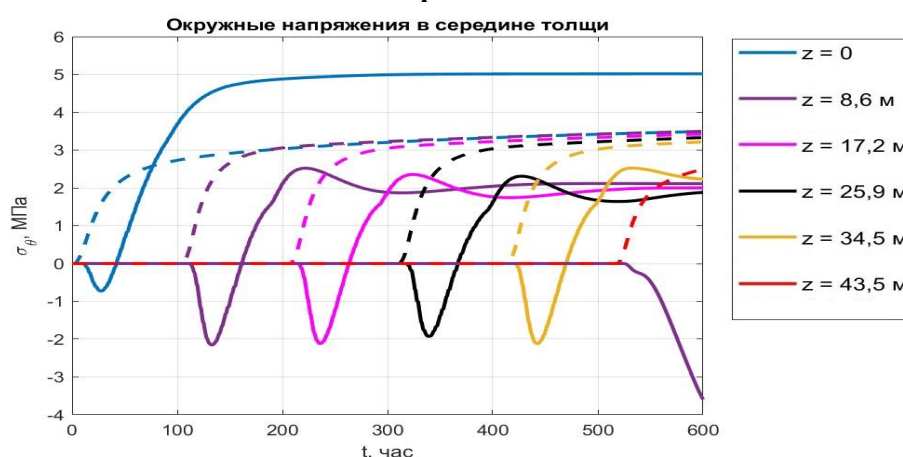


Рис. 7 – Изменение во времени окружных напряжений в середине толщи при температуре воздуха 15 °С

Fig. 7 – Change in circumferential stresses in the middle of the thickness over time at an air temperature of 15 °С

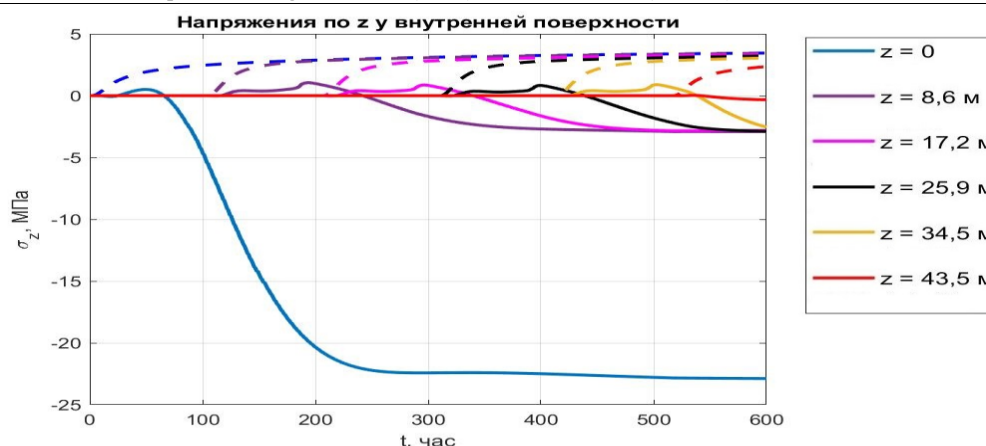


Рис. 8 – Изменение во времени напряжений по z у внутренней поверхности при температуре воздуха 15 °С

Fig. 8 – Change in stresses along the z-axis at the inner surface over time at an air temperature of 15 °С

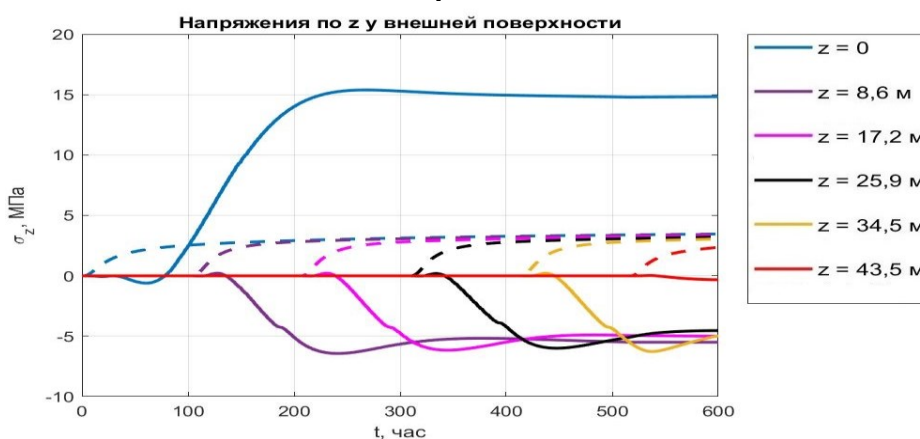


Рис. 9 – Изменение во времени напряжений по z у внешней поверхности при температуре воздуха 15 °С

Fig. 9 – Change in stresses along the z-axis over time at the outer surface at an air temperature of 15 °С

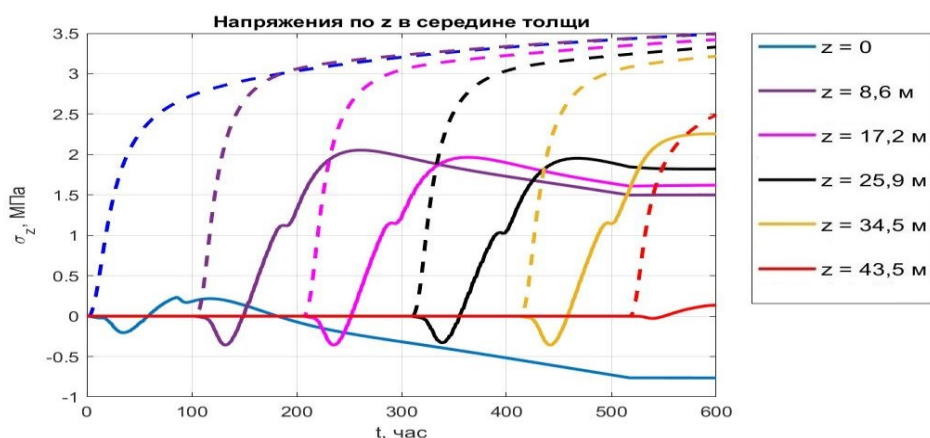


Рис. 10 – Изменение во времени напряжений по z в середине толщи при температуре воздуха 15 °С

Fig. 10 – Change in stresses over time along the z-axis in the middle of the thickness at an air temperature of 15 °С

В случае среднесуточной температуры воздуха 6 °С характер графиков напряжений и максимальные их величины несущественно отличаются от рассмотренного выше варианта расчета при температуре воздуха 15 °С.

Для анализа возможности устранения технологических трещин за счет снижения тепловыделения твердеющего бетона, например, за счет применения различных добавок, на втором этапе выполнен расчет со сниженным тепловыделением твердеющего бетона при всех остальных неизменных параметрах. Согласно представленным в [19] данным отношение минимальное/максимальное тепловыделение цементов в возрасте 3 сут составляет 0,77.

Расчет на втором этапе выполнен со снижением тепловыделения бетона на 40%. На рис. 11-12 представлены кривые временной динамики кольцевых и продольных (по оси z) напряжений, возникающих на внешней поверхности в зоне заземления. При этом наибольшие значения кольцевых напряжений уменьшаются с 5 до 3,9 МПа, а максимальные напряжения по z с 15,4 МПа до 9,3 МПа, но это не решает проблему трещинообразования в этой зоне стенки резервуара в процессе возведения.

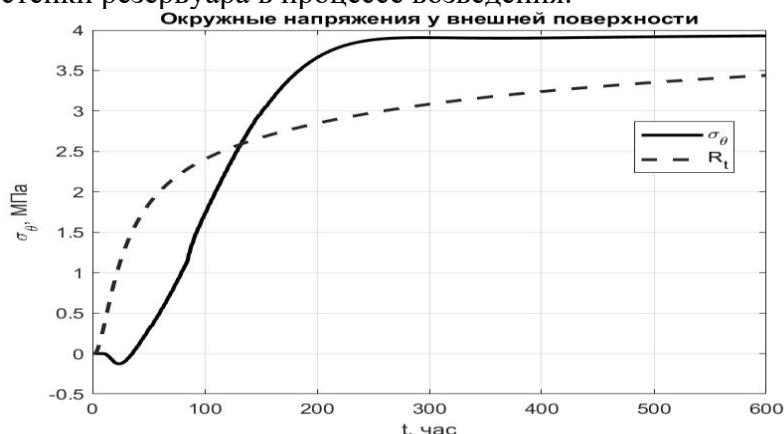


Рис. 11 – Изменение во времени окружных напряжений у внешней поверхности при $z = 0$ в случае снижения тепловыделения бетона на 40%

Fig. 11 – Change in circumferential stresses at the outer surface over time at $z = 0$ in the case of a 40% reduction in concrete heat release

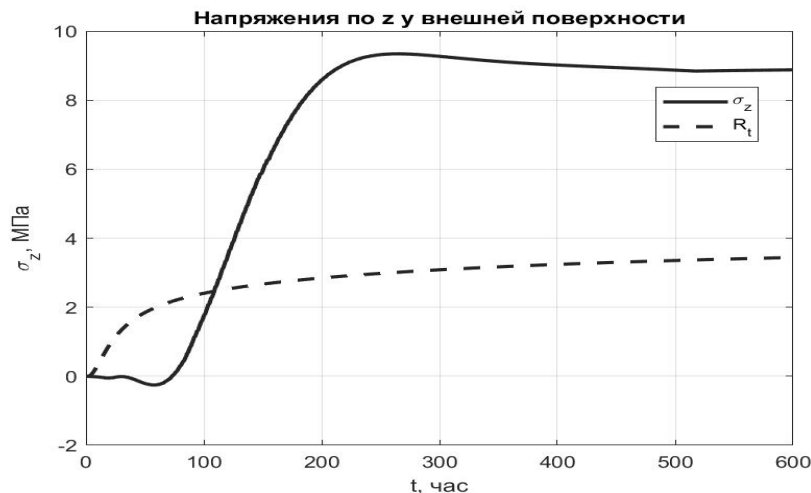


Рис. 12 – Динамика изменения продольных напряжений (по оси z) на внешней поверхности при $z = 0$ в условиях уменьшения тепловыделения бетона на 40%

Fig. 12 – Dynamics of changes in longitudinal stresses (along the z -axis) on the outer surface at $z = 0$ under conditions of a 40% reduction in heat release of concrete

Вывод. Разработан алгоритм расчета термонапряженного состояния в твердеющих массивных монолитных конструкциях при их непрерывном бетонировании в скользящей опалубке в осесимметричной постановке. Выполнена апробация на примере расчета стенки резервуара для хранения сжиженного природного газа. Из представленных результатов расчета следует, что в приопорной зоне стенки резервуара существует риск раскрытия вертикальных трещин на внешней поверхности примерно через 90 ч после начала ее возведения. Максимальные окружные напряжения в этой зоне составляют 5 МПа при пределе

прочности бетона на растяжение 3,2 МПа.

Также с высокой вероятностью возможно раскрытие горизонтальной трещины на стыке фундамента и стенки у ее внешней поверхности через 100 ч после начала бетонирования (максимальные напряжения по z составляют 15,4 МПа). При снижении тепловыделения бетона на 40% максимальные окружные напряжения в заземлении снижаются на 22%, а напряжения по z – на 40%, что недостаточно для устранения возможности раскрытия трещин. За исключением приопорной зоны риск раскрытия трещин в стенке в процессе возведения незначителен.

Раскрытие трещин в приопорной зоне связано с принятым конструктивным решением – жестким соединением стенки с фундаментом. В качестве мероприятия по снижению риска трещинообразования в приопорной зоне рекомендуется снижение темпа бетонирования на начальном этапе до 1 м в сутки.

Благодарности. Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 25-19-00164, <https://rscf.ru/project/25-19-00164/>

Acknowledgements. The study was supported by the grant of the Russian Science Foundation No. 25-19-00164, <https://rscf.ru/project/25-19-00164/>

Библиографический список:

1. Ковшар С.Н., Рябчиков П.В., Гушин С.В. Оценка термонапряженного состояния бетонного массива // Наука и техника. 2021. № 3. С. 207-215. DOI: 10.21122/2227-1031-2021-20-3-207-215
2. Несветаев Г.В., Чепурненко, А.С., Корянова, Ю.И., Сухин, Д.П. Оценка некоторых методик для расчета температурных напряжений при бетонировании массивных железобетонных фундаментных плит // Инженерный вестник Дона. 2022. №. 7 (91). URL: <https://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n7y2022/7817>
3. Roetzer J., Baumann T. Outer Concrete Containments of LNG-Tanks–Design against Thermal Shock// Tailor Made Concrete Structures. Taylor & Francis Group, London, 2008. Pp. 877-882. URL: <http://abece.com.br/web/restrito/restrito/pdf/ch131.pdf>
4. Иванов Э.Н., Семенов К.В., Титов Н.С. Тепловыделение бетона в расчётах термонапряжённого состояния массивных бетонных и железобетонных конструкций // Неделя науки ИСИ: сборник материалов Всероссийской конференции. СПб.: ПОЛИТЕХ-ПРЕСС, 2023. С. 406-408. URL: https://ice.spbstu.ru/userfiles/files/pdf_21_22/ISI-CHast-2--v-polnom-sbore.pdf
5. Болгов А.Н., Невский А.В., Иванов С.И., Сокуров А.З. Численное моделирование температурных напряжений в бетоне массивных конструкций в период твердения // Промышленное и гражданское строительство. 2022. №. 4. С. 6-13. DOI: 10.33622/0869-7019.2022.04.06-13
6. Несветаев Г.В., Корянова, Ю.И., Чепурненко А.С., Сухин Д.П. О влиянии некоторых технологических факторов на качество бетона монолитных железобетонных конструкций // Инженерный вестник Дона. 2021. №. 11 (83). URL: <https://www.ivdon.ru/ru/magazine/archive/n11y2021/7256>
7. Семенов К.В., Павлова И.В. Термонапряженное состояние массивной фундаментной конструкции ветроэнергетической установки // Неделя науки ИСИ: сборник материалов Всероссийской конференции. СПб.: Политех-пресс, 2023. С. 402-405. https://ice.spbstu.ru/userfiles/files/pdf_21_22/ISI-CHast-2--v-polnom-sbore.pdf
8. Bui A.K., Nguyen T.C., Nguyen T.T. B. Using Advanced" Birth and Death" APDL Code to Analyze the Thermal Transient Problem of Mass Concrete during Construction Phases // Engineering, Technology & Applied Science Research. 2024. Т. 14. №. 3. С. 14660-14665. DOI: 10.48084/etasr.7522
9. Zhang Y., Wang S., He S., Hao X. Analysis of factors influencing the temperature field variation in mass concrete during hydration heat release // Case Studies in Thermal Engineering. 2023. Т. 52. С. 103737. DOI: 10.1016/j.csite.2023.103737
10. Kim H.S., Han M.C., Kim J.Y., Han S.B. Hydration heat analysis of mass concrete considering low heat mixture and block placement // Journal of the Architectural Institute of Korea. 2008. Т. 24. №. 1. С. 63-70. URL: <https://www.kci.go.kr/kciportal/ci/sereArticleSearch/ciSereArtiView.kci?sereArticleSearchBean.artid=ART001224041>
11. Nesvetaev G.V., Koryanova Y.I., Yazyev B.M. Autogenous shrinkage and early cracking of massive foundation slabs // Magazine of Civil Engineering. 2024. Т. 17. №. 6. С. 13005. DOI: 10.34910/MCE.130.5
12. Tyurina V., Chepurnenko A., Akopyan V. Prediction of thermal cracking during construction of massive monolithic structures // Applied Sciences. 2025. Т. 15. №. 3. С. 1499. DOI: 10.3390/app15031499
13. Агаханов Э.К., Курачев Р.М., Чепурненко А.С., Кулинич И.И. Нелинейная задача теплопроводности для радиационно-теплого экрана реактора АЭС // Инженерный вестник Дона. 2015. Т. 38. №. 4-1. URL: <https://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4y2015/3421>

14. Kuriakose B., Rao B.N., Dodagoudar G.R. Early-age temperature distribution in a massive concrete foundation // *Procedia Technology*. 2016. Т. 25. С. 107-114. DOI: 10.1016/j.protcy.2016.08.087
15. Chepurnenko A.S., Nesvetaev G.V., Koryanova Y.I., Yazyev B.M. Simplified model for determining the stress strain state in massive monolithic foundation slabs during construction // *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*. 2022. Т. 18. №. 3. С. 126-136. DOI: 10.22337/2587-9618-2022-18-3-126-136
16. Зоалкфл Д.А., Курачев Р.М., Чепурненко А.С. Определение температурных полей при возведении монолитных толстостенных цилиндрических оболочек // *Вестник Евразийской науки*. 2023. Т. 15. № 2. URL: <https://esj.today/PDF/80SAVN223.pdf>
17. Сегерлинд, Л. Применение метода конечных элементов. М.: Мир, 1979. 392 с.
18. Nesvetaev G.V., Koryanova Y.I., Shut V.V. Specific heat dissipation of concrete and the risk of early cracking of massive reinforced concrete foundation slabs // *Construction Materials and Products*. 2024. Т. 7. №. 3. DOI: 10.58224/2618-7183-2024-7-4-3
19. Несветаев Г.В., Корянова, Ю.И., Чепурненко, А.С., Сухин, Д.П. К вопросу моделирования температурных напряжений при бетонировании массивных железобетонных плит // *Инженерный вестник Дона*. 2022. №. 6 (90). URL: <https://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n6y2022/7691>
20. Несветаев Г.В., Корянова Ю.И. Прогноз кинетики прочности бетона при твердении в условиях, отличных от нормальных // *Современные тенденции в строительстве, градостроительстве и планировке территорий*. 2023. Т. 2. №. 4. С. 59-68. DOI: 10.23947/2949-1835-2023-2-4-59-68
21. Маилян Д.Р., Несветаев Г.В. Регулирование жесткости и прочности железобетонных балок варьированием модуля упругости бетона // *Вестник Томского государственного архитектурно-строительного университета*. 2018. Т. 20. №. 4. С. 86-93. DOI: 10.31675/1607-1859-2018-20-4-86-93
22. Зоалкфл Д.А., Тюрина В.С., Чепурненко А.С. Определение температурных напряжений при возведении монолитных толстостенных цилиндрических оболочек // *Современные тенденции в строительстве, градостроительстве и планировке территорий*. 2024. Т. 3. №. 2. С. 50-58. DOI: 10.23947/2949-1835-2024-3-2-50-58

References:

1. Kovshar S.N., Ryabchikov P.V., Gushchin S.V. Assessment of the thermally stressed state of a concrete mass. *Science and Technology*. 2021;3:207-215. DOI: 10.21122/2227-1031-2021-20-3-207-215
2. Nesvetaev G.V., Chepurnenko, A.S., Koryanova, Yu.I., Sukhin, D.P. Evaluation of some methods for calculating temperature stresses during concreting of massive reinforced concrete foundation slabs. *Engineering Bulletin of the Don*. 2022; 7(91). URL: <https://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n7y2022/7817>
3. Roetzer J., Baumann T. Outer Concrete Containments of LNG-Tanks – Design against Thermal Shock// *Tailor Made Concrete Structures*. Taylor & Francis Group, London, 2008;877-882. URL: <http://abece.com.br/web/restrito/restrito/pdf/ch131.pdf>
4. Ivanov E.N., Semenov K.V., Titov N.S. Heat release of concrete in calculations of thermal stress state of massive concrete and reinforced concrete structures. *ISI Science Week: collection of materials of the All-Russian conference*. St. Petersburg: POLYTECH-PRESS, 2023;406-408. URL: https://ice.spbstu.ru/userfiles/files/pdf_21_22/ISI-CHast-2--v-polnom-sbore.pdf
5. Bolgov A.N., Nevsky A.V., Ivanov S.I., Sokurov A.Z. Numerical modeling of temperature stresses in concrete of massive structures during the hardening period. *Industrial and civil engineering*. 2022; 4:6-13. DOI: 10.33622/0869-7019.2022.04.06-13
6. Nesvetaev G.V., Koryanova, Yu.I., Chepurnenko A.S., Sukhin D.P. On the influence of some technological factors on the quality of concrete of monolithic reinforced concrete structures. *Engineering Bulletin of the Don*. 2021;11 (83). URL: <https://www.ivdon.ru/ru/magazine/archive/n11y2021/7256>
7. Semenov K.V., Pavlova I.V. Thermal stress state of the massive foundation structure of a wind turbine // *ISI Science Week: collection of materials from the All-Russian conference*. St. Petersburg: Polytech-press, 2023; 402-405. URL: https://ice.spbstu.ru/userfiles/files/pdf_21_22/ISI-CHast-2--v-polnom-sbore.pdf
8. Bui A.K., Nguyen T.C., Nguyen T.T. B. Using Advanced "Birth and Death" APDL Code to Analyze the Thermal Transient Problem of Mass Concrete during Construction Phases. *Engineering, Technology & Applied Science Research*. 2024;14(3):14660-14665. DOI: 10.48084/etasr.7522
9. Zhang Y., Wang S., He S., Hao X. Analysis of factors influencing the temperature field variation in mass concrete during hydration heat release. *Case Studies in Thermal Engineering*. 2023;52:103737. DOI: 10.1016/j.csite.2023.103737
10. Kim H.S., Han M.C., Kim J.Y., Han S.B. Hydration heat analysis of mass concrete considering low heat mixture and block placement. *Journal of the Architectural Institute of Korea*. 2008;24(1):63-70. URL: <https://www.kci.go.kr/kciportal/ci/sereArticleSearch/ciSereArtiView.kci?sereArticleSearchBean.artiId=ART001224041>
11. Nesvetaev G.V., Koryanova Y.I., Yazyev B.M. Autogenous shrinkage and early cracking of massive foundation slabs. *Magazine of Civil Engineering*. 2024;17(6):13005. DOI: 10.34910/MCE.130.5

12. Tyurina V., Chepurnenko A., Akopyan V. Prediction of thermal cracking during construction of massive monolithic structures. *Applied Sciences*. 2025;15(3):1499. DOI: 10.3390/app15031499
13. Agakhanov E.K., Kurachev R.M., Chepurnenko A.S., Kulinich I.I. Nonlinear heat conduction problem for the radiation-thermal shield of a NPP reactor. *Engineering Bulletin of the Don*. 2015; 38(4-1). URL: <https://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4y2015/3421>
14. Kuriakose B., Rao B.N., Dodagoudar G.R. Early-age temperature distribution in a massive concrete foundation. *Procedia Technology*. 2016; 25:107-114. DOI: 10.1016/j.protcy.2016.08.087
15. Chepurnenko A.S., Nesvetaev G.V., Koryanova Y.I., Yazyev B.M. Simplified model for determining the stress strain state in massive monolithic foundation slabs during construction. *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*. 2022;18(3):126-136. DOI: 10.22337/2587-9618-2022-18-3-126-136
16. Zoalkfl D.A., Kurachev R.M., Chepurnenko A.S. Determination of temperature fields during the construction of monolithic thick-walled cylindrical shells. *Bulletin of Eurasian Science*. 2023; 15(2). URL: <https://esj.today/PDF/80SAVN223.pdf>
17. Segerlind, L. Application of the Finite Element Method. Moscow: Mir, 1979. 392 p.
18. Nesvetaev, G.V., Koryanova, Y.I., Shut, V.V. Specific heat dissipation of concrete and the risk of early cracking of massive reinforced concrete foundation slabs. *Construction Materials and Products*. 2024;7(3). DOI: 10.58224/2618-7183-2024-7-4-3
19. Nesvetaev G.V., Koryanova, Yu.I., Chepurnenko, A.S., Sukhin, D.P. On the issue of modeling temperature stresses during concreting of massive reinforced concrete slabs. *Engineering Bulletin of the Don*. 2022; 6 (90). URL: <https://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n6y2022/7691>
20. Nesvetaev G.V., Koryanova Yu.I. Forecast of the kinetics of concrete strength during hardening under conditions different from normal. *Modern trends in construction, urban development and territorial planning*. 2023; 2(4):59-68. DOI: 10.23947/2949-1835-2023-2-4-59-68
21. Mailyan D.R., Nesvetaev G.V. Regulation of the stiffness and strength of reinforced concrete beams by varying the modulus of elasticity of concrete. *Bulletin of Tomsk State University of Architecture and Civil Engineering*. 2018; 20(4):86-93. DOI: 10.31675/1607-1859-2018-20-4-86-93
22. Zoalkfl D.A., Tyurina V.S., Chepurnenko A.S. Determination of temperature stresses during the construction of monolithic thick-walled cylindrical shells // *Modern trends in construction, urban development and territorial planning*. 2024; 3(2):50-58. DOI: 10.23947/2949-1835-2024-3-2-50-58

Сведения об авторе:

Тюрина Василина Сергеевна, кандидат технических наук, доцент кафедры «Строительная механика и теория сооружений»; vasilina.93@mail.ru; ORCID: 0009-0001-6399-401X

Information about author:

Vasilina S. Tyurina, Cand. Sci. (Eng.), Assoc. Prof., Department of Structural Mechanics and Theory of Structures; vasilina.93@mail.ru; ORCID: 0009-0001-6399-401X.

Конфликт интересов/Conflict of interest.

Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов/The author declare no conflict of interest.

Поступила в редакцию/Received 03.03.2026.

Одобрена после рецензирования/Reviced 10.04.2026.

Принята в печать/Accepted for publication 12.05.2026.