

**Численное моделирование напряженно-деформированного состояния
преднапряженной физически нелинейной железобетонной оболочки**

В.В. Кузнецов, С.В. Литвинов, Т.А. Волосатова

Донской государственный технический университет,
344000, г. Ростов-на-Дону, площадь Гагарина, 1, Россия

Резюме. Цель. Данная работа посвящена количественной оценке влияния внутреннего преднапряжения арматуры на напряженно-деформированное состояние и несущую способность толстостенной цилиндрической оболочки. **Метод.** Исследование выполняется путем вычислительного эксперимента с использованием метода конечных элементов в осесимметричной постановке. Физическая нелинейность бетона описывается диаграммой Сарджина, параметры которой верифицированы по данным Еврокода 2. **Результат.** Разработан итерационный алгоритм, основанный на методе переменных параметров упругости, для корректировки секущего модуля деформаций бетона. Арматура моделируется дискретно, а эффект преднапряжения задается в виде начальных напряжений в арматурных элементах. В результате моделирования установлено, что для цилиндра из бетона класса В40 с процентом армирования 3,11 % разрушение при действии внутреннего давления носит деформационный характер и связано с достижением предельных растягивающих деформаций в бетоне, а не с исчерпанием прочности на сжатие. Предельное внутреннее давление для ненапряженной конструкции составляет 0,55 МПа. Определен порог преднапряжения арматуры в окружном направлении 265 МПа, превышение которого вызывает недопустимые растягивающие напряжения в бетоне еще до этапа эксплуатации. Показано, что оптимальный уровень преднапряжения окружной арматуры 250 МПа позволяет увеличить предельное внутреннее давление вдвое — до 1,1 МПа. **Вывод.** Разработанная численная модель и алгоритм расчета позволяют прогнозировать поведение железобетонных конструкций с учетом реальных свойств материалов и технологических факторов. Полученные результаты демонстрируют высокую эффективность преднапряжения для толстостенных цилиндров и указывают на необходимость контроля не только прочностных, но и деформационных критериев разрушения бетона.

Ключевые слова: железобетонный цилиндр, преднапряжение, метод конечных элементов, физическая нелинейность, деформационный критерий прочности, диаграмма деформирования бетона, Еврокод 2.

Для цитирования: В.В. Кузнецов, С.В. Литвинов, Т.А. Волосатова. Численное моделирование напряженно-деформированного состояния преднапряженной физически нелинейной железобетонной оболочки. Вестник Дагестанского государственного технического университета. Технические науки. 2026;53(2):210-222. DOI:10.21822/2073-6185-2026-53-2-210-222

**Numerical Modeling of the Stress-Strain State of a Prestressed
Physically Nonlinear Reinforced Concrete Shell**

V.V. Kuznetsov, S.V. Litvinov, T.A. Volosatova

Don State Technical University,
1 Gagarin Square, Rostov-on-Don 344000, Russia

Abstract. Objective. This work is devoted to a quantitative assessment of the effect of internal prestressing of reinforcement on the stress-strain state and load-bearing capacity

of a thick-walled cylindrical shell. **Method.** The study is carried out through a computational experiment using the finite element method in an axisymmetric formulation. The physical nonlinearity of concrete is described by the Sargin diagram, the parameters of which are verified according to Eurocode 2 data. **Result.** An iterative algorithm based on the method of variable elasticity has been developed for correcting the secant modulus of concrete deformations. The reinforcement is modeled discretely, and the prestressing effect is specified as initial stresses in the reinforcement elements. The modeling results showed that for a cylinder made of B40 concrete with a reinforcement percentage of 3.11%, failure under internal pressure is of a deformation nature and is associated with reaching ultimate tensile strains in the concrete, rather than with the exhaustion of compressive strength. The ultimate internal pressure for a non-stressed structure is 0.55 MPa. A hoop prestressing threshold of 265 MPa has been determined. Exceeding this threshold causes unacceptable tensile stresses in concrete even before the initial operational phase. It has been shown that the optimal hoop prestressing level of 250 MPa allows for doubling the ultimate internal pressure to 1.1 MPa. **Conclusion.** The developed numerical model and calculation algorithm enable predicting the behavior of reinforced concrete structures, taking into account the actual properties of materials and process factors. The obtained results demonstrate the high effectiveness of prestressing for thick-walled cylinders and highlight the need to control not only the strength but also the deformation criteria of concrete failure.

Keywords: reinforced concrete cylinder, prestressing, finite element method, physical nonlinearity, deformation strength criterion, concrete stress-strain diagram, Eurocode 2.

For citation: V.V. Kuznetsov, S.V. Litvinov, T.A. Volosatova. Numerical Modeling of the Stress-Strain State of a Prestressed Physically Nonlinear Reinforced Concrete Shell. Herald of Daghestan State Technical University. Technical Sciences. 2026;53(2):210-222. (In Russ) DOI:10.21822/2073-6185-2026-53-2-210-222

Введение. Железобетонные конструкции цилиндрической формы находят широкое применение в промышленном и гражданском строительстве, включая элементы защитных оболочек, резервуары под давлением, а также изделия, эксплуатируемые в условиях повышенных температур [1, 2]. Эффективность таких конструкций во многом определяется рациональным использованием армирования и учётом реальных диаграмм деформирования бетона [3–6]. В современной строительной механике особое внимание уделяется разработке методов, позволяющих наиболее полно задействовать прочностной потенциал материала при сложном напряжённом состоянии [7, 8].

Значительный вклад в развитие теории неоднородных тел и методов их расчёта внесли В.И. Андреев [7, 9, 10], А.В. Смоллов [18], Б.М. Языев [6], а также зарубежные исследователи [14, 19]. В работах [1–24] показано, что учёт нелинейной работы бетона, в том числе при объёмном напряжённом состоянии, позволяет уточнить картину распределения напряжений и деформаций и выявить зоны локального разрушения, которые не обнаруживаются в рамках линейной постановки.

Постановка задачи. Целью настоящего исследования является численное моделирование напряжённо-деформированного состояния железобетонной цилиндрической оболочки с внутренним преднапряжением арматуры, учитывающее физическую нелинейность бетона, зависимость его деформативных свойств от уровня напряжений и температурного воздействия.

Методы исследования. Рассмотрим геометрическую сторону задачи. Железобетонная цилиндрическая оболочка имеет внутренний радиус $R_A = 0.4$ м и внешним радиусом $R_B = 0.5$ м. Отношение толщины к внутреннему радиусу составляет 0.25, что позволяет отнести конструкцию к классу толстостенных оболочек [1]. Расчётная схема соответствует осесимметричной постановке в цилиндрической системе координат (r, θ, z) (рис. 1).

В силу симметрии рассматривается фрагмент конструкции высотой ($h_s/2 = 7.5$ см (половина шага арматуры)). Конечно-элементная сетка (рис. 2) включает треугольные элементы для бетона и арматуры, при этом арматурные стержни моделируются дискретно, без применения метода «размазывания» [11, 12]. Параметры бетона приняты для класса В40 согласно методике [13]: начальный модуль упругости $E(\varepsilon \rightarrow 0) = 31\,668.0$ МПа, предельный секущий модуль $E(\varepsilon_{c1}) = 14\,296.2$ МПа, прочность на сжатие $R = 28.80$ МПа, прочность на растяжение $R_t = 2.264$ МПа, коэффициент Пуассона $\nu = 0.2$. Арматура моделируется с модулем упругости $E_s = 2.06 \cdot 10^5$ МПа, коэффициентом Пуассона $\nu_s = 0.3$. Уровень преднапряжения задаётся в виде начальных напряжений σ_{ps} в окружном направлении, при этом после снятия нагрузки напряжения принимают отрицательный знак.

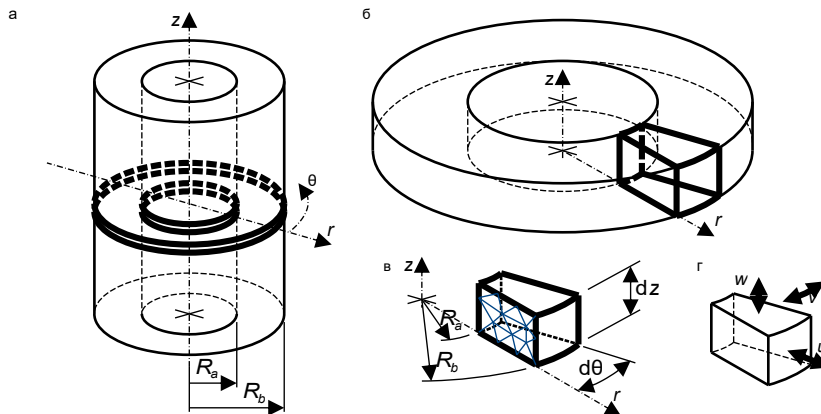


Рис. 1 - Схема направления осей в цилиндрической системе координат

Fig. 1 - Diagram of the direction of axes in a cylindrical coordinate system

Конечно-элементная схема

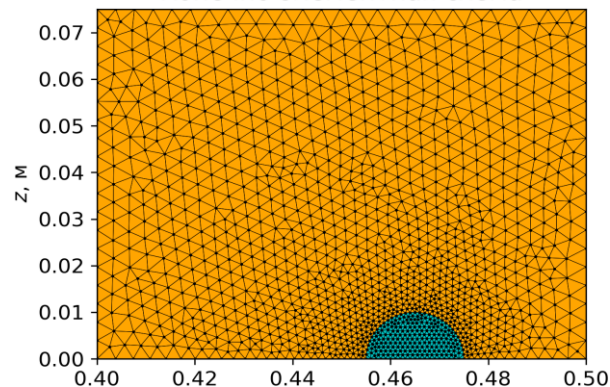


Рис. 2 - Конечно-элементная сетка задачи

Fig. 2 - Finite element mesh of the problem

Для описания нелинейной связи между напряжениями и деформациями бетона использована диаграмма деформирования Сарджина [14], построенная по формуле, хорошо согласующейся с экспериментальными данными, изученными в работе [15]. Относительная продольная деформация ε_c при одноосном сжатии связана с напряжением σ_c зависимостью

$$\frac{\sigma_c}{f_{cm}} = \frac{k\eta - \eta^2}{1 + (k - 2)\eta}, \quad \eta = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}}, \quad (1)$$

где f_{cm} - средняя цилиндрическая прочность; ε_{c1} - деформация, соответствующая пиковому напряжению; k — параметр, определяемый через начальный модуль упругости [14, 16].

Для учёта объёмного напряжённого состояния применён подход, основанный на интенсивности напряжений σ_i и деформаций ε_i [8, 17]:

$$\sigma_i = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}; \quad (2)$$

$$\varepsilon_i = \frac{1}{\sqrt{2}(1 + \nu)} \cdot \sqrt{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_3)^2 + (\varepsilon_3 - \varepsilon_1)^2}. \quad (3)$$

Секущий модуль деформации в каждой точке вычисляется как

$$E = \frac{\sigma_i}{\varepsilon_i}. \quad (4)$$

Учёт температурного воздействия на значение модуля упругости бетона при нагреве производился согласно СП 27.13330.2011 [2] с использованием аппроксимации экспоненциальной функцией:

$$\beta_b(T) = a \cdot \exp(b \cdot T), \quad (5)$$

где $a = 1.1687$, $b = -0.003521$. Данная аппроксимация обеспечивает достаточную точность в диапазоне температур 20–300 °C [18].

Само решение нелинейной задачи выполнено методом последовательных приближений с итерационным уточнением секущего модуля.

На каждом шаге решается линейная задача методом конечных элементов [19], после чего по формулам (2)–(4) вычисляется уточнённое значение модуля деформации. Критерий сходимости задавался в виде

$$\delta = \frac{|E_i' - E_i|}{E_i}, \quad (6)$$

Максимальное число итераций не превышало 20. При возникновении растягивающих напряжений, превышающих прочность бетона на растяжение R_t , модуль деформации в соответствующем элементе принимался равным малой величине, что имитировало локальное разрушение [4].

Преднапряжение арматурных стержней задавалось в виде начальных напряжений σ_{ps} в окружном направлении, которые вносились в вектор нагрузки:

$$\sigma_{ps} = \begin{bmatrix} \sigma_{ps,r} \\ \sigma_{ps,\theta} \\ \sigma_{ps,z} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \sigma_{ps,\theta} = \sigma_{ps} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (7)$$

Для арматуры использовалась линейная упругая модель с постоянным модулем E_s .

Конечно-элементное моделирование выполнялось в среде Anaconda на языке Python с использованием библиотек для линейной алгебры и генерации сетки.

Для каждого конечного элемента матрица жёсткости строилась на основе треугольного элемента с линейной аппроксимацией перемещений [7, 20]. Усреднение свойств по элементу производилось по стандартной формуле:

$$\bar{E} = \frac{E_i + E_j + E_k}{3}, \quad (8)$$

где E_i, E_j, E_k — значения модулей деформации, определённые в узлах i, j, k конечного элемента.

Задача 1. Моделирование конструкции без преднапряжения арматуры. На первом этапе исследовалось напряжённо-деформированное состояние оболочки при отсутствии преднапряжения $\sigma_{ps} = 0$ и действии внутреннего давления $P_a = 0.55$ МПа. Результаты представлены на рис. 3 и 8.

Анализ распределения осевого напряжения σ_z (рис. 3в), касательного напряжения τ_{rz} (рис. 3г) и главного напряжения σ_2 (не представлено) показал, что максимальные растягивающие напряжения возникают в зоне контакта бетона с верхней частью арматурного

стержня. Значения σ_2 в этой области превышают предел прочности бетона на растяжение $R_t = 2.264$ МПа, что свидетельствует о локальном разрушении. Коэффициент изменения секущего модуля k_ε (рис. 8а) оставался близким к единице $k_\varepsilon \geq 0.986$, что указывает на преимущественно упругую работу бетона в сжатых зонах. Предельное внутреннее давление для данного варианта составило $P_a = 0.55$ МПа.

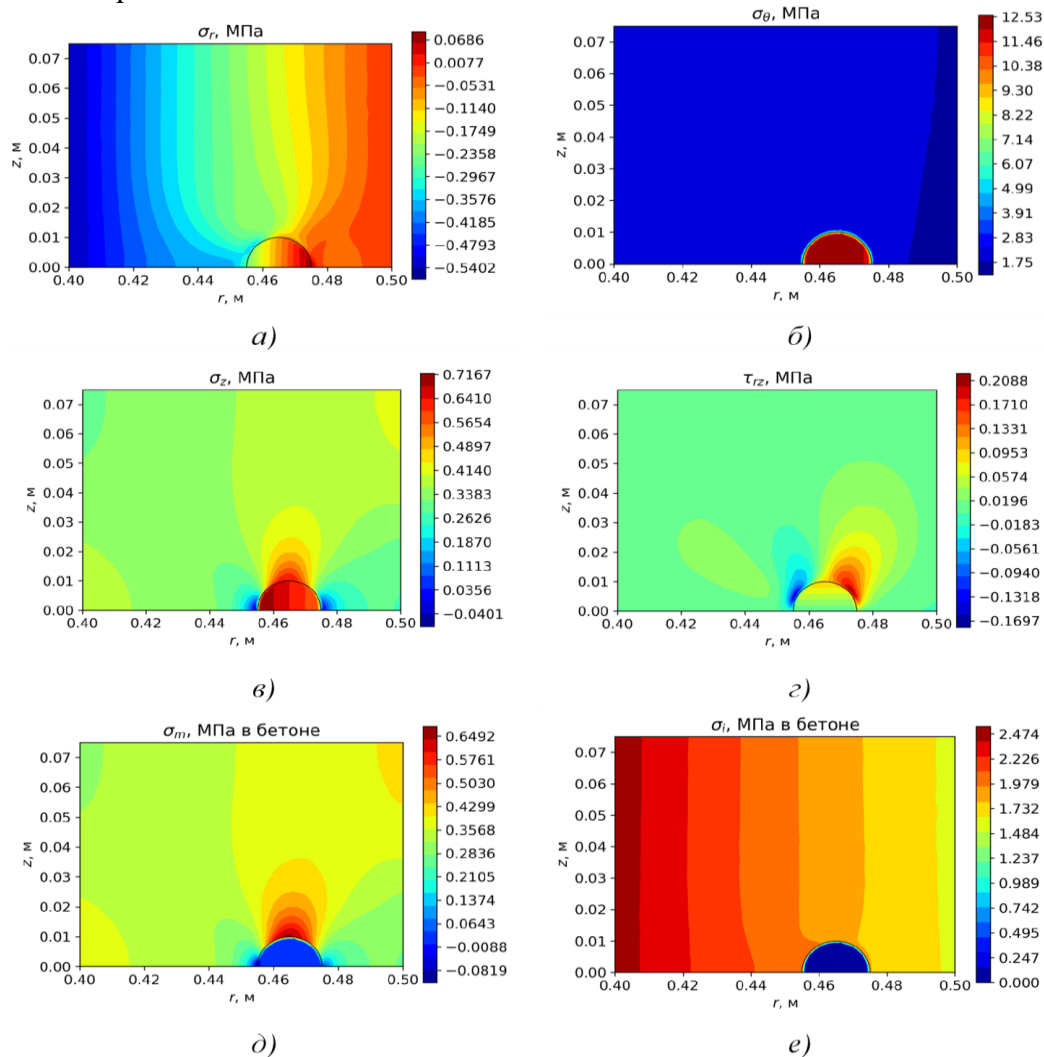


Рис. 3 - Распределение напряжений в задаче 1: а - радиальные напряжения σ_r ; б - окружные напряжения σ_θ ; в - осевые напряжения σ_z ; г - касательные напряжения τ_{rz} ; д - средние напряжения σ_m ; е - интенсивность напряжений σ_i
Fig. 3 - Stress distribution in problem 1: a - radial stresses σ_r ; b - circumferential stresses σ_θ ; c - axial stresses σ_z ; g - shear stresses τ_{rz} ; d - average stresses σ_m ; e - stress intensity σ_i

Задача 2. Влияние преднапряжения без внешней нагрузки. Исследовалась работа конструкции при уровне преднапряжения $\sigma_{ps} = -265$ МПа и отсутствии внутреннего давления и температурного перепада. Результаты приведены на рис. 4 и 8.

Под действием преднапряжения в бетоне сформировались зоны обжатия на внутренней границе контакта с арматурой $\sigma_r = -3.640$ МПа и зоны растяжения на внешней границе $\sigma_r = 1.889$ МПа. Среднее напряжение σ_m (рис. 4, д) оставалось отрицательным по всему объёму, что свидетельствует о преобладании сжатия.

Касательные напряжения достигли максимума $\tau_{rz} = 2.298$ МПа в верхней точке контакта арматуры с бетоном. Секущий модуль в бетоне снизился до значения $E/E_0 = 0.906$ (рис. 8б).

Напряжения в арматуре уменьшились с заданного $\sigma_{ps} = -265$ МПа до $\sigma_\theta = -233.1$ МПа вследствие обжатия бетона. Уровень преднапряжения $\sigma_{ps} = -265$ МПа был признан предельным, при котором сохраняется целостность конструкции.

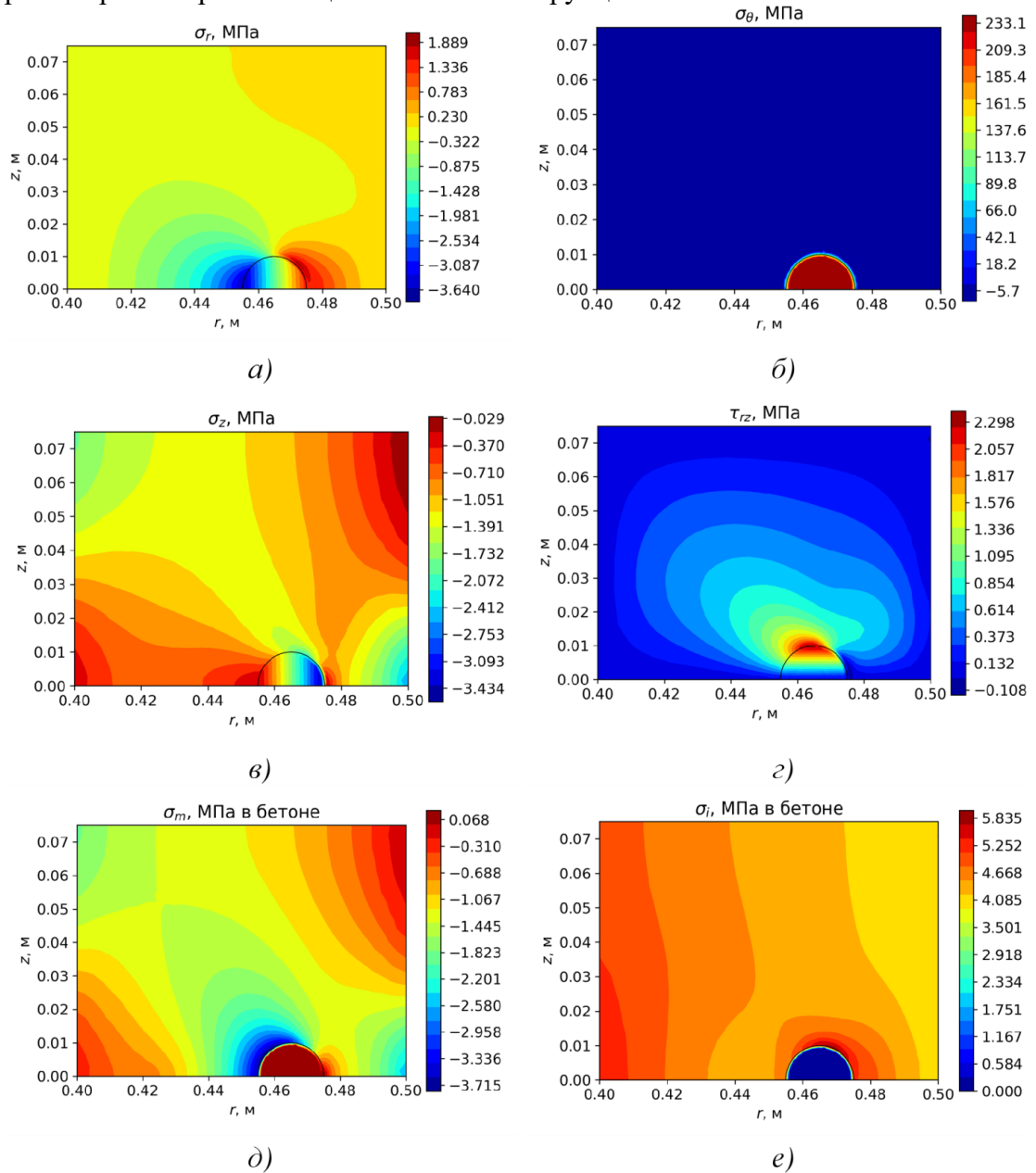


Рис. 4 - Распределение напряжений в задаче 2: а - радиальные напряжения σ_r ; б - окружные напряжения σ_θ ; в - осевые напряжения σ_z ; г - касательные напряжения τ_{rz} ; д - средние напряжения σ_m ; е - интенсивность напряжений σ_i

Fig. 4 - Stress distribution in problem 2: a - radial stresses σ_r ; b - circumferential stresses σ_θ ; c - axial stresses σ_z ; g - shear stresses τ_{rz} ; d - average stresses σ_m ; e - stress intensity σ_i

Задача 3. При увеличении преднапряжения до $\sigma_{ps} = -270$ МПа (рис. 5 и 8) было зафиксировано локальное разрушение бетона. Радиальное напряжение $\sigma_r = 2549$ МПа в зоне контакта с внешней стороной арматурного стержня превысило R_t . Касательные напряжения достигли $\tau_{rz} = 2.504$ МПа. Радиальная компонента деформации ε_r (графики в настоящей работе не приводятся) показала значительное увеличение в этой области, что является признаком развития трещин [21].

Задача 4. Совместное действие преднапряжения и внутреннего давления. Для определения несущей способности конструкции при совместном действии преднапряжения ($\sigma_{ps} = -250$ МПа) и внутреннего давления (рис. 6 и 8) был проведён параметрический анализ.

Предельное внутреннее давление, при котором сохраняется эксплуатационная пригодность, составило $P_a = 1.1$ МПа. Это значение вдвое превышает несущую способность конструкции без преднапряжения ($P_a = 0.55$ МПа из задачи 1).

Картина распределения напряжений и деформаций похожа на ту, которая наблюдается в задачах с первой по третью. Отличие заключается в снижении интенсивности напряжений в бетоне за счёт предварительного обжатия.

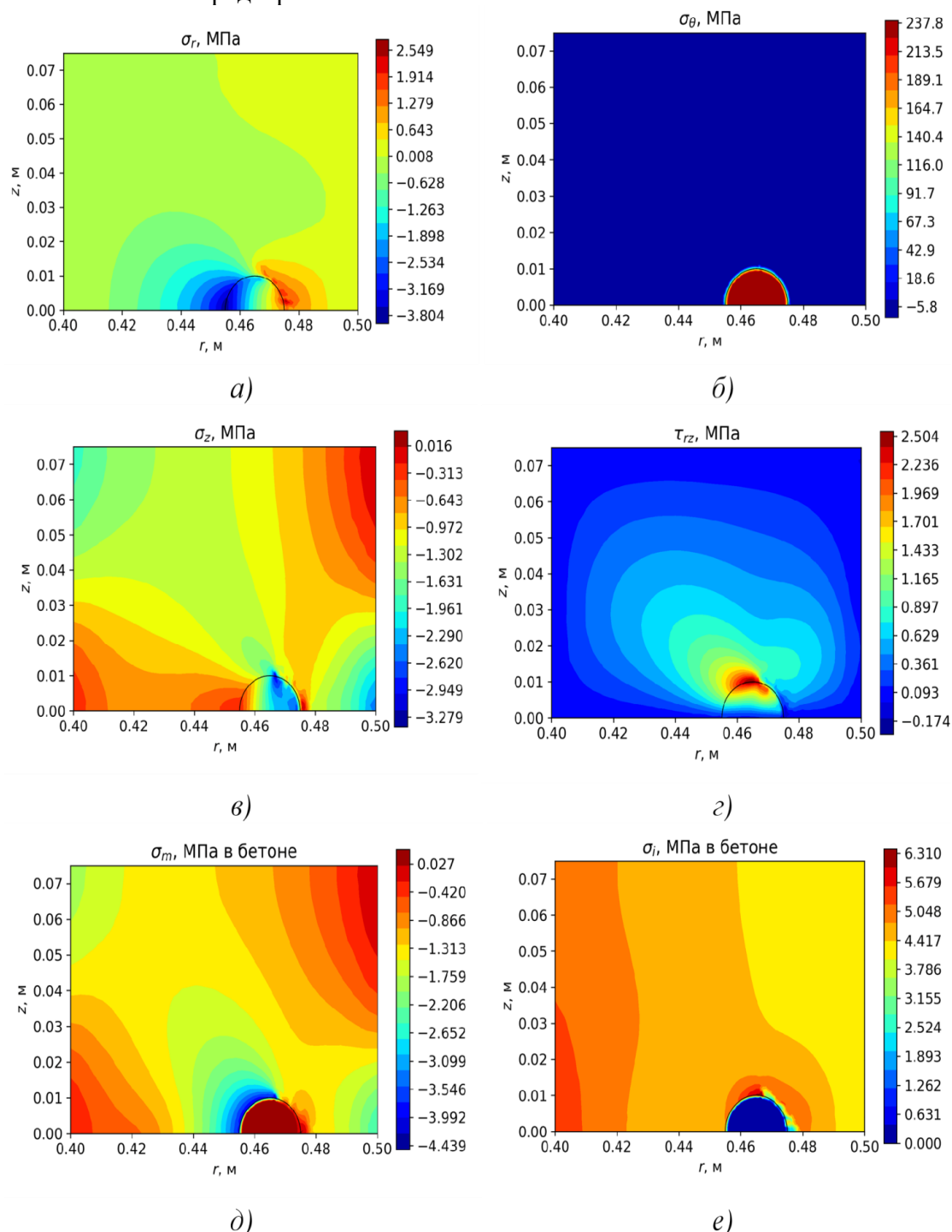


Рис. 5 - Распределение напряжений в задаче 3: а - радиальные напряжения σ_r ; б - окружные напряжения σ_θ ; в - осевые напряжения σ_z ; г - касательные напряжения τ_{rz} ; д - средние напряжения σ_m ; е - интенсивность напряжений σ_i

Fig. 5 - Stress distribution in problem 3: а - radial stresses σ_r ; б - circumferential stresses σ_θ ; в - axial stresses σ_z ; г - shear stresses τ_{rz} ; д - average stresses σ_m ; е - stress intensity σ_i

Задача 5. Моделируется работа конструкции без преднапряжения арматуры, но при наличии температурного градиента: температура на внутренней поверхности составляет $T_a = 50^\circ\text{C}$, на внешней $T_b = 0^\circ\text{C}$ (рис. 7 и 8).

Развитию температурных деформаций мешают арматурные стержни, что приводит к возникновению существенных сжимающих напряжений на внутренней поверхности исследуемого тела и значительных растягивающих напряжений около внешнего торца.

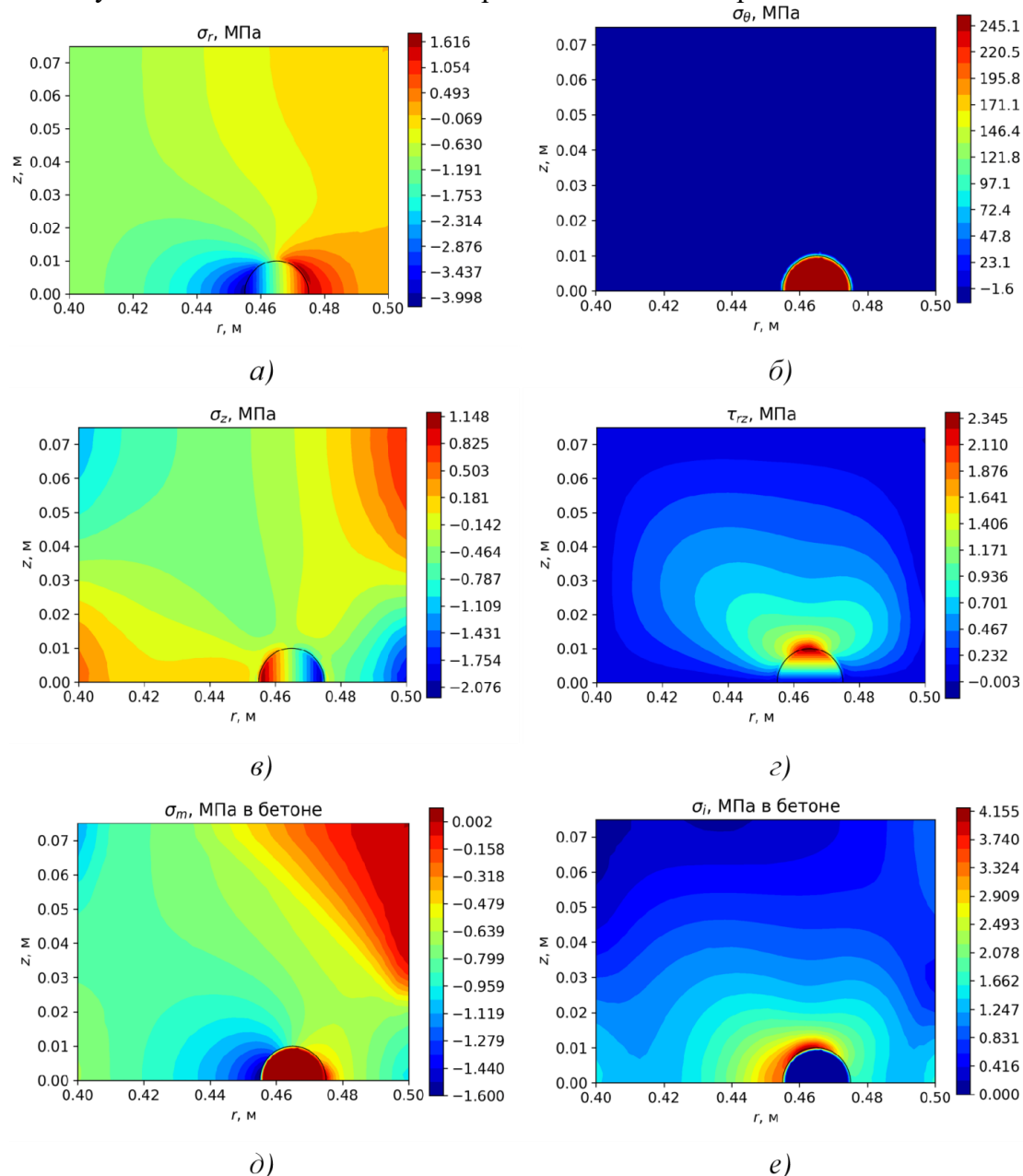


Рис. 6 - Распределение напряжений в задаче 4: а - радиальные напряжения σ_r ; б - окружные напряжения σ_θ ; в - осевые напряжения σ_z ; г - касательные напряжения τ_{rz} ; д - средние напряжения σ_m ; е - интенсивность напряжений σ_i

Fig. 6 - Stress distribution in problem 4: a - radial stresses σ_r ; b - circumferential stresses σ_θ ; c - axial stresses σ_z ; g - shear stresses τ_{rz} ; d - average stresses σ_m ; e - stress intensity σ_i

Изображение в показывает, что секущий модуль деформации снижается практически до нулевого значения, что может говорить о начале разрушения бетона. Результат решения задачи показывает, что даже перепад температур в 50°C может приводить к потере несущей способности бетона в этой в толщи конструкции. Достоверность полученных

результатов может быть оценена сравнением полученных результатов с задачами из работы [22], в которой проводится моделирование бетонного цилиндра с внешним армированием (задача 4).

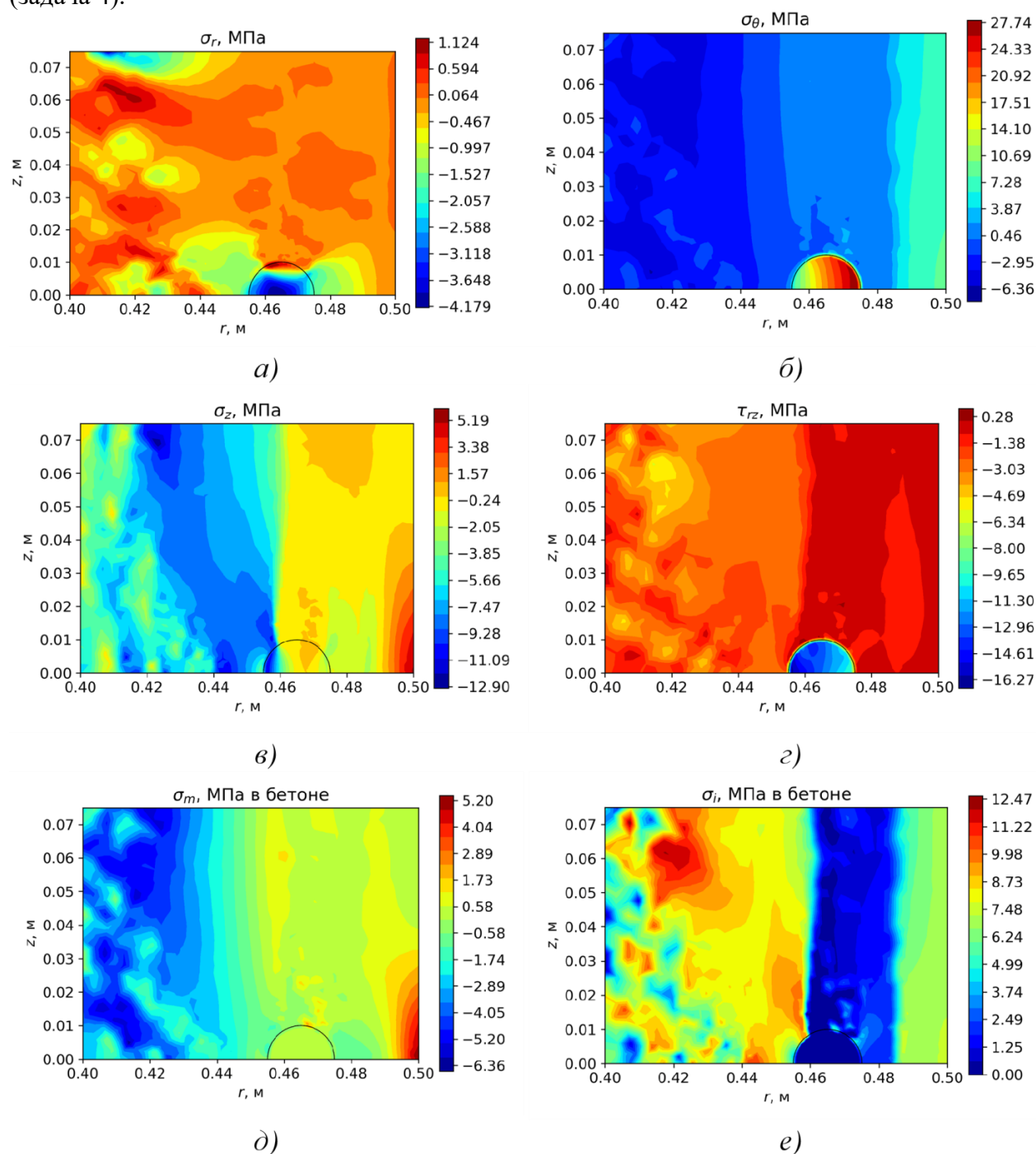


Рис. 7 - Распределение напряжений в задаче 5: а - радиальные напряжения σ_r ; б - окружные напряжения σ_θ ; в - осевые напряжения σ_z ; г - касательные напряжения τ_{rz} ; д - средние напряжения σ_m ; е - интенсивность напряжений σ_i

Fig. 7 - Stress distribution in problem 5: а - radial stresses σ_r ; б - circumferential stresses σ_θ ; в - axial stresses σ_z ; г - shear stresses τ_{rz} ; д - average stresses σ_m ; е - stress intensity σ_i

Полученное в настоящем исследовании распределение радиальных и окружных напряжений качественно согласуется с данными [22], однако численные значения отличаются на 8-12 % в зонах концентрации напряжений.

Это расхождение объясняется учётом физической нелинейности бетона, который в [22] рассматривался как линейно-упругий материал. Показано, что пренебрежение

нелинейностью приводит к завышению напряжений в сжатых зонах и недооценке зон локального разрушения.

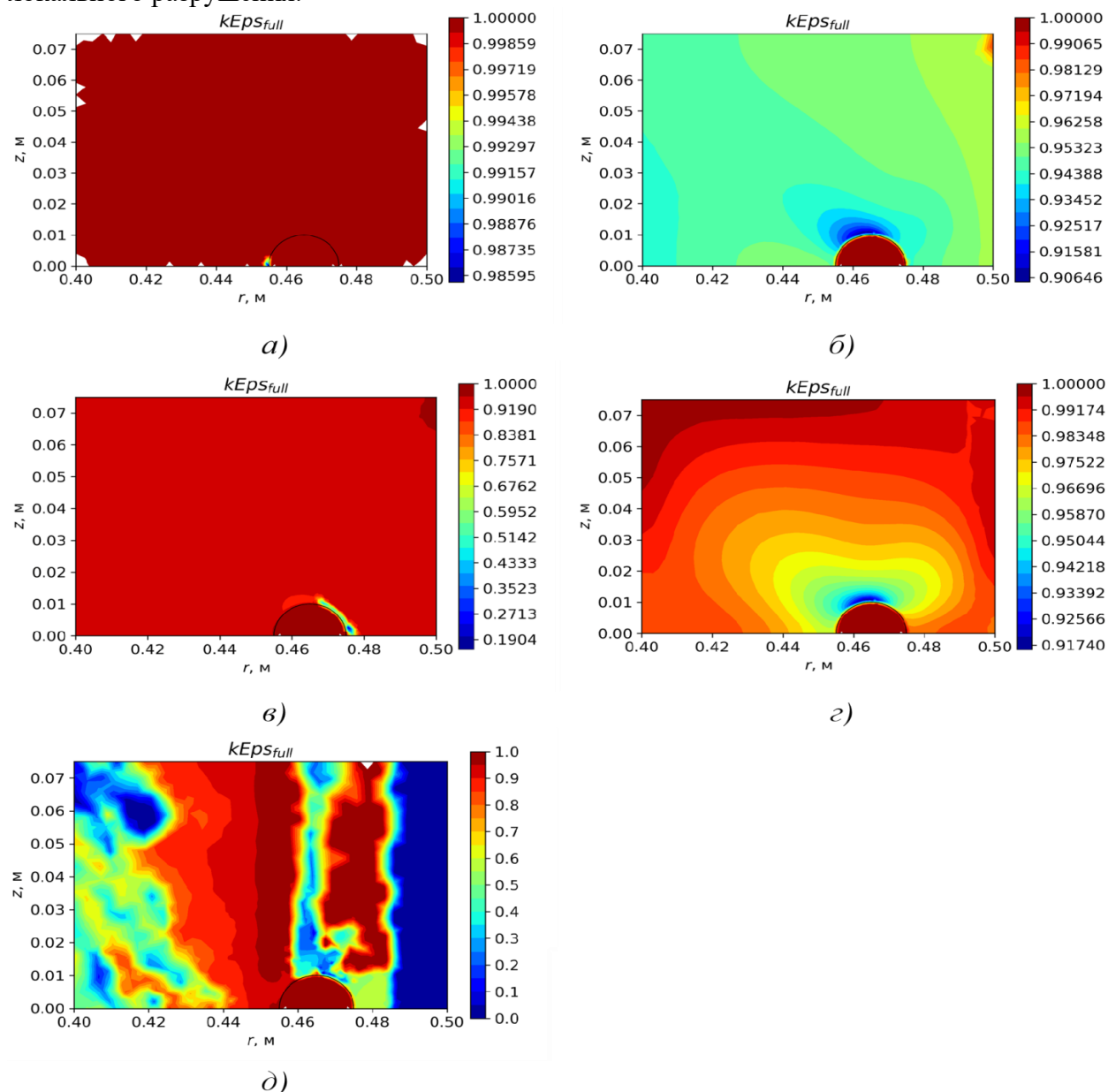


Рис. 8 - Значения коэффициента изменения модуля упругости: а - задача 1; б - задача 2; в - задача 3; г - задача 4; д - задача 5

Fig. 8 - Values of the coefficient of change of the modulus of elasticity: a - problem 1; b - problem 2; c - problem 3; d - problem 4; d - problem 5

Обсуждение результатов. Проведенные численные эксперименты позволяют сделать ряд выводов о механизмах деформирования и разрушения железобетонных цилиндрических оболочек с внутренним преднапряжением. Во всех рассмотренных случаях инициирование разрушения происходило не вследствие исчерпания несущей способности бетона при сжатии, а из-за образования локальных зон растяжения. Это согласуется с выводами, представленными в работах [8, 21, 23], где показано, что для массивных железобетонных конструкций наиболее опасными являются растягивающие напряжения, возникающие в зонах контакта арматуры с бетоном. Коэффициент изменения секущего модуля k_ϵ оставался выше 0.9 в сжатых зонах даже при предельных нагрузках, что указывает на неполное использование прочности бетона при сжатии.

Моделирование преднапряжения арматуры $\sigma_{ps} = -250$ МПа в окружном направлении приводит к теоретическому увеличению допускаемого давления на внутреннем торце

с 0.55 до 1.1 МПа. При этом не рассматривается вопрос о технологии создания этого преднапряжения. При увеличении уровня преднапряжения выше предельного $\sigma_{ps} = -265$ МПа, наблюдается разрушению бетона в зонах контакта с арматурой. Таким образом, применение внутреннего преднапряжения в цилиндрических телах должно производиться с учётом класса бетона, поскольку прочность конструкции в этом случае зависит от его прочности на растяжение.

Наличие температурного градиента в толщи тела порядка 50 °С, оказывает существенное влияние на напряженно-деформированное состояние. Арматурные стержни существенно ограничивают возможность развития деформаций, определяемых температурным полем, что приводит к появлению значительных растягивающие напряжений в бетоне. В этом случае конструкция может быть разрушена даже без приложения внешних усилий к ней. Учитывать данное обстоятельство необходимо для конструкций, во время эксплуатации которых возможно наличие температурного нагружения (тепловые узлы, защитные оболочки АЭС) [2].

Сравнение с результатами, полученными в работе [22] (задача № 4), подтверждает необходимость учёта физической нелинейности. Линейная постановка даёт завышенные оценки напряжений (на 8–12 %) в зонах концентрации и не позволяет корректно предсказать локальное разрушение. Предложенный итерационный алгоритм, основанный на корректировке секущего модуля по интенсивности напряжений и деформаций, позволяет с достаточной точностью моделировать нелинейную работу бетона при объёмном напряжённом состоянии.

В работе не учитывались деформации ползучести и усадки бетона [24], а также возможное проскальзывание арматуры относительно бетонного массива. Принято допущение об абсолютном сцеплении материалов, что в реальных конструкциях может не выполняться при высоких уровнях напряжений. Кроме того, разрушение бетона моделировалось упрощённо - путём снижения модуля деформации до малой величины, что не позволяет описать развитие трещин [4]. Учёт этих факторов является направлением дальнейших исследований.

Вывод. Полученные результаты могут быть использованы при проектировании железобетонных конструкций в осесимметричной постановке, работающих в условиях наличия внутреннего давления и температурных воздействий. Однако, в работе используется гипотеза о том, что разрушение конструкции не произойдёт, пока интенсивность напряжений, или интенсивность деформаций, не достигнут своих предельных значений. В перспективе необходимо проведение исследований с учётом непосредственных теорий прочности бетона.

Библиографический список:

1. Ломакин, В.А. Теория упругости неоднородных тел. — М.: Изд-во МГУ, 1967. — 367 с.
2. СП 27.13330.2011. СНиП 2.03.04-81. Бетонные и железобетонные конструкции, предназначенные для работы в условиях воздействия повышенных и высоких температур // Министерство регионального развития Российской Федерации. — 2011.
3. Байков, В.Н. Общий случай расчёта прочности элементов по нормальным сечениям / В.Н. Байков, М.И. Додонов, Б.С. Расторгуев и др. // Бетон и железобетон. — 1987. — № 5. — С. 16-18.
4. Карпенко, Н.И. К построению методики расчёта стержневых элементов на основе диаграмм деформирования материалов /Н.И. Карпенко, Т.А. Мухамедиев, М.А. Сапожников// В кн.: Совершенствование методов расчёта статически неопределимых железобетонных конструкций. — 1987. — № 1. — С. 4-24.
5. Зоалкфл, Д.А. Определение температурных напряжений при возведении монолитных толстостенных цилиндрических оболочек /Д.А. Зоалкфл, В.С. Тюрина, А.С. Чепурненко// Современные тенденции в строительстве, градостроительстве и планировке территорий. — 2024. — Т. 3. — № 2. — С. 50-58. — DOI: 10.23947/2949-1835-2024-3-2-50-58.
6. Kondratieva, T.N. Predicting the strength of eccentrically compressed short circular concrete filled steel tube columns/T.N. Kondratieva, A.S. Chepurnenko, B.M. Yazyev. Structural Mechanics of Engineering

- Constructions and Buildings. — 2025. — Т. 21. — № 3. — С. 231-241. — DOI: 10.22363/1815-5235-2025-21-3-231-241.
7. Андреев, В.И. Некоторые задачи и методы механики неоднородных тел: монография / В.И. Андреев. — М.: Издательство АСВ, 2002. — 288 с.
 8. Гениев, Г.А. Теория пластичности бетона и железобетона / Г.А. Гениев, В.Н. Киссюк, Г.А. Тюпин. — М.: Стройиздат, 1974. — 316 с.
 9. Андреев, В.И. Упругое и упруго-пластическое равновесие толстостенных цилиндрических и сферических непрерывно-неоднородных тел: Спец. 01.02.03 — Строительная механика: Дисс. ... д-ра. техн. наук. — М., 1985. — 427 с.
 10. Андреев, В.И. О равнопрочных и равнонапряжённых конструкциях / В.И. Андреев, И.А. Потехин // Сб. тр. Воронеж. гос. арх.-строит. ун-т. — 2007. — № 1. — С. 84-90.
 11. Боровских, А.В. Теория силового сопротивления сжатых железобетонных конструкций / А.В. Боровских, В.Г. Назаренко. — М.: Отдел информационно-издательской деятельности РААСН, 2000. — 112 с.
 12. Расторгуев Б.С. Упрощённая методика получения диаграмм деформирования стержневых элементов в стадии с трещинами. Бетон и железобетон. — 1993. — № 3. — С. 16-19.
 13. СП 63.13330.2018. СНиП 52-01-2003 Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения // Министерство строительства и жилищно-коммунального хозяйства Российской Федерации. — 2019.
 14. EN 1992-1-1:2004 Eurocode 2: Design of concrete structures. — Brussels: CEN, 2004. — 225 p.
 15. Litvinov, S.V. Study of the concordance between various concrete deformation models and experimental data for uniaxial compression cases / S.V. Litvinov, B.M. Yazyev, V.V. Kuznetsov, N.V. Belyugin, A.A. Avakov // Construction Materials and Products. — 2024. — № 7 (5). — С. 6..— DOI: 10.58224/2618-7183-2024-7-5-6.
 16. ТКП TN 1992-1-1-2009 (02250). Еврокод 2: Проектирование железобетонных конструкций // Часть 1-1. Общие правила и правила для зданий. — Минск, 2010.
 17. Александров, А.В. Основы теории упругости и пластичности: Учебное пособие / А.В. Александров, В.Д. Потапов. — М.: Высш. шк., 1990. — 400 с.
 18. Смолов, А.В. Напряжённо-деформированное состояние неоднородных упругих цилиндров под действием силовых и температурных нагрузок: Спец. 01.02.03 — Строительная механика: Дисс. ... канд. техн. наук. — М., 1987. — 184 с.
 19. Стренг, Д. Теория метода конечных элементов / Г. Стренг, Д. Фикс. — М.: Мир, 1977. — 349 с.
 20. Ершов, В.И. Действие распределённой нагрузки на нелинейно-деформируемое полупространство / В.И. Ершов // Изв. вузов. Сер. строительство. — 1994. — № 1. — С. 25-29.
 21. Колчунов, В.И. Физическая суть сопротивления бетона и железобетона от дислокаций до трещин / В.И. Колчунов // Строительство и реконструкция. — 2022. — № 4 (102). — С. 15-33.
 22. Муханов, А.В. Оптимизация строительных конструкций на основе численного и аналитического решения задач механики неоднородных тел: Спец. 05.23.01 — Строительные конструкции, здания и сооружения, 05.13.17 — Строительная механика: Дисс. ... канд. техн. наук. — Ростов-н/Д, 2013. — 121 с.
 23. Карпенко, Н.И. Общие модели механики железобетона. — М.: Стройиздат, 1996. — 416 с.
 24. Литвинов, С.В. Нелинейная ползучесть неоднородных многослойных цилиндров и сфер: Спец. 01.02.04 - Механика деформируемого твердого тела: Дисс. ... канд. техн. наук. — М., 2010. — 200 с.

References:

1. Lomakin, V.A. Theory of Elasticity of Heterogeneous Bodies. Moscow: Moscow State University Publishing House, 1967. - 367 p.
2. SP 27.13330.2011. SNiP 2.03.04-81. Concrete and Reinforced Concrete Structures Designed for Operation under Conditions of Elevated and High Temperatures. Ministry of Regional Development of the Russian Federation. - 2011.
3. Baikov, V.N. General Case of Calculating the Strength of Elements by Normal Sections / V.N. Baikov, M.I. Dodonov, B.S. Rastorguev, et al. *Concrete and Reinforced Concrete*. 1987;5:16-18.
4. Karpenko, N.I. On the Development of a Methodology for Calculating Rod Elements Based on Material Stress-Strain Diagrams. N.I.Karpenko, T.A. Mukhamediyev, M.A. Sapozhnikov. In the book: Improving Methods for Calculating Statically Indeterminate Reinforced Concrete Structures. 1987;1:4-24.
5. Zoalkfl D.A. Determination of Temperature Stresses in the Construction of Monolithic Thick-Walled Cylindrical Shells. D.A. Zoalkfl, V.S. Tyurina, A.S. Chepurnenko. *Modern Trends in Construction, Urban Development and Territorial Planning*. 2024;3(2):50-58. DOI:10.23947/2949-1835-2024-3-2-50-58.
6. Kondratieva, T.N. Predicting the strength of eccentrically compressed short circular concrete filled steel tube columns / T.N. Kondratieva, A.S. Chepurnenko, B.M. Yazyev // *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2025; 21(3):231-241. DOI: 10.22363/1815-5235-2025-21-3-231-241.

7. Andreev, V.I. Some problems and methods of mechanics of inhomogeneous bodies: monograph / V.I. Andreev. M.: ASV Publishing House, 2002; 288 p.
8. Geniev, G.A. Theory of plasticity of concrete and reinforced concrete / G.A. Geniev, V.N. Kissyuk, G.A. Tyupin. M.: Stroyizdat, 1974; 316 p.
9. Andreev, V.I. Elastic and elastic-plastic equilibrium of thick-walled cylindrical and spherical continuously inhomogeneous bodies: Specialist. 01.02.03 - Structural mechanics: Diss. ... Doctor of Engineering Sciences. M., 1985; 427 p.
10. Andreev, V.I. On equal-strength and equal-stress structures / V.I. Andreev, I.A. Potekhin // Coll. proc. Voronezh. state. Arch.-Civil. Univ. 2007;1:84-90.
11. Borovskikh, A.V. Theory of force resistance of compressed reinforced concrete structures / A.V. Borovskikh, V.G. Nazarenko. M.: Department of information and publishing activities of RAASN, 2000: 112 p.
12. Rastorguev, B.S. Simplified method for obtaining deformation diagrams of bar elements at the stage with cracks. *Concrete and reinforced concrete*. 1993;3:16-19.
13. SP 63.13330.2018. SNiP 52-01-2003 Concrete and reinforced concrete structures. Main Provisions // Ministry of Construction, Housing and Communal Services of the Russian Federation. 2019.
14. EN 1992-1-1:2004 Eurocode 2: Design of concrete structures. Brussels: CEN, 2004. — 225 p.
15. Litvinov, S.V. Study of the concordance between various concrete deformation models and experimental data for uniaxial compression cases/ S.V. Litvinov, B.M. Yazyev, V.V. Kuznetsov, N.V. Belyugin, A.A. Avakov. *Construction Materials and Products*. 2024;7(5):6. DOI: 10.58224/2618-7183-2024-7-5-6.
16. ТКР ТН 1992-1-1-2009 (02250). Eurocode 2: Design of reinforced concrete structures // Part 1-1. General rules and rules for buildings. Minsk, 2010.
17. Aleksandrov, A.V. Fundamentals of the Theory of Elasticity and Plasticity: Textbook/A.V. Aleksandrov, V.D. Potapov. - Moscow: Higher. school, 1990; 400 p.
18. Smolov, A.V. Stress-strain state of inhomogeneous elastic cylinders under force and temperature loads: Specialist. 01.02.03 - Structural mechanics: Diss. .Cand. of Engineering Sciences. Moscow, 1987; 184 p.
19. Streng, D. Theory of the finite element method / G. Streng, D. Fix. - Moscow: Mir, 1977; 349 p.
20. Ershov, V.I. Action of a distributed load on a nonlinearly deformable half-space / V.I. Ershov // News of higher education institutions. Series: *Construction*. 1994;1:25-29.
21. Kolchunov, V.I. Physical essence of resistance of concrete and reinforced concrete from dislocations to cracks. *Construction and reconstruction*. 2022; 4 (102):15-33.
22. Mukhanov, A.V. Optimization of building structures based on numerical and analytical solution of problems of mechanics of inhomogeneous bodies: Specialist. 05.23.01 - Building structures, buildings and structures, 05.13.17 - Structural mechanics: Diss. ... Cand. of Engineering Sciences. — Rostov-on-Don, 2013; 121 p.
23. Karpenko, N. I. General Models of Reinforced Concrete Mechanics. Moscow: Stroyizdat, 1996; 416 p.
24. Litvinov, S.V. Nonlinear Creep of Heterogeneous Multilayer Cylinders and Spheres: Specialist Paper 01.02.04 - Mechanics of Deformable Solids: Diss. Cand. of Engineering Sciences. Moscow, 2010; 200 p.

Сведения об авторах:

Кузнецов Владимир Вячеславович, соискатель кафедры «Строительная механика и теория сооружений», kvv.1977.1977@mail.ru, ORCID ID: 0009-0009-3688-4737

Литвинов Степан Викторович, доктор технических наук, доцент, профессор кафедры «Инженерная геология, основания и фундаменты», профессор кафедры «Строительная механика и теория сооружений», litvstep@yandex.ru, ORCID ID: 0000-0001-5729-1425

Волосатова Татьяна Анатольевна, кандидат физико-математических наук, доцент, доцент кафедры «Высшая математика», tvolosatova@donstu.ru, ORCID ID: 0000-0001-6416-0212

Information about authors:

Vladimir Vy. Kuznetsov, Applicant for a Degree in the Department of Structural Mechanics and Theory of Structures, kvv.1977.1977@mail.ru, ORCID ID: 0009-0009-3688-4737

Stepan V. Litvinov, Dr. Sci. (Eng.), Prof. of Engineering geology, bases and foundations Department, Prof. of Construction mechanics and theory of structures Department, litvstep@yandex.ru, ORCID ID: 0000-0001-5729-1425

Tatiana A. Volosatova, Cand. Sci. (Physical and Mathematical), Assoc. Prof. of Higher Mathematics Department, tvolosatova@donstu.ru, ORCID ID: 0000-0001-6416-0212

Конфликт интересов/Conflict of interest.

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов/The authors declare no conflict of interest.

Поступила в редакцию/Received 19.02.2026.

Одобрена после рецензирования/Revised 15.03.2026.

Принята в печать/Accepted for publication 28.04.2026.