

УДК 621.56

Исмаилов Т.А., Гаджиев А.М., Юсуфов Ш.А.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В ТЕРМОЭЛЕКТРИЧЕСКОМ УСТРОЙСТВЕ ДЛЯ ОПРЕСНЕНИЯ МОРСКОЙ ВОДЫ

Ismailov T.A., Gadzhiev A.M., Yusufov Sh.A.

MATHEMATICAL MODELING OF THERMOPHYSICAL PROCESSES IN THERMOELECTRIC DEVICES FOR SEAWATER DESALINATION

В статье рассматривается математическое моделирование теплофизических процессов фазового перехода «вода-лед» с учетом изменения на границе концентрации примесей, характерного для получения пресной воды методом вымораживания из морской. Приведена конструкция устройства для получения талой воды с использованием термоэлектрических преобразователей.

Ключевые слова: математическая модель, термоэлектрический преобразователь, фазовый переход, опреснение морской воды.

The article considers the mathematical modeling of thermal processes of phase transition «water-ice» to reflect the changes on the boundary of the impurity concentration, typical for fresh water by the method of freezing sea. The design of the device for producing melt water with the use of thermoelectric converters.

Key words: a mathematical model, of the thermoelectric converter, phase transition, desalination of sea water.

Введение. Проблема водоснабжения за счет опресненных морских и соленых вод набирает все большую актуальность с возрастанием экологических проблем, вызванных несовершенством промышленных технологий. Воспроизводство пресной воды на планете такими путями как транспортировка ресурсов каналами многоводных рек, могут быть реализованы во всех регионах.

В настоящее время опреснительный процесс экономически не конкурентоспособен с использованием природных пресноводных источников, однако стоимость природной воды все более возрастает, что связано с изменениями в природном водообороте и возрастающей стоимостью очистки воды при загрязнении водохранилищ промышленными, бытовыми отходами, транспортировке воды до конечного потребителя.

Постановка задачи. Решение проблемы водоснабжения возможно за счет исследования и создания экономически конкурентоспособных технологий по опреснению морских и соленых вод. В настоящее время имеется достаточная теоретическая и экспериментальная база знаний, сформированная

отечественными и зарубежными учеными, позволяющая приблизиться к решению данной проблемы [1].

Методы испытаний. По характеру процесса в технологии опреснения морских и соленых вод можно выделить следующие методы, связанные с изменением агрегатного состояния: термическое (дистилляция, гелиоопреснение) и с использованием холода (естественное и искусственное вымораживание).

Процессы термического опреснения характеризуются высокими расходами теплоты на парообразование. Методы с использованием холода основаны на вымораживании воды из раствора, либо на образовании из него газогидратов. Дистилляция – основной промышленный метод опреснения соленой воды. С точки зрения значительного снижения стоимости воды – она имеет принципиальный недостаток, устранить который не смогут никакие технические усовершенствования. Это высокая теплота парообразования, которая отрицательно влияет на энергетическую и капитальную составляющие себестоимости опреснения. При кипении необходимо подвести 2252 кДж/кг H_2O тепла (при атмосферном давлении), а при замораживании необходимо отнять 335 кДж/кг H_2O тепла. Регенерация больших теплот фазового перехода при дистилляции приводит к большим абсолютным потерям работы и снижению степени термодинамического совершенства [1].

На сегодняшний день проведено достаточно большое количество исследований, результаты которых позволяют описать теплофизические процессы в опреснителях вымораживающего типа [2-6]. Однако в неполной мере исследованы процессы фазовых переходов при замерзании морской воды с учетом изменения концентрации примесей на границе фазового перехода «вода-лед», что влияет на температурный режим процесса вымораживания. Классическая постановка задачи, используемая при математическом описании многообразных процессов кристаллизации, была предложена Й. Стефаном еще в 1889 г. Исторически она формулируется следующим образом.

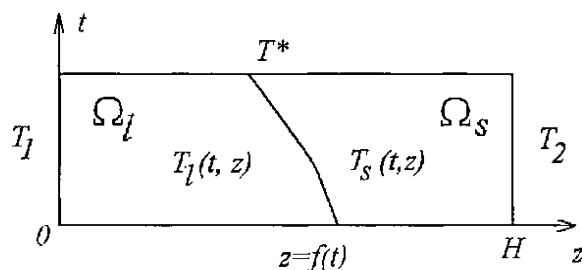


Рисунок 1 - Область определения

Область Ω занятая изучаемым веществом, в момент времени $t > 0$ разбивается поверхностью $z = f(t)$, на области $\Omega_l(t) = \{0 \leq z \leq f(t)\}$ и $\Omega_s(t) = \{f(t) \leq z \leq H\}$ занятые жидкой и твердой фазами вещества. Поверхность $z = f(t)$ неизвестна и является целью решения задачи (рис 1.).

Считается, что температура среды в соответствующих областях удовлетворяет уравнению теплопроводности, как правило, на границе области считаются известными либо температура, либо тепловой поток, а на подвижной границе раздела фаз выполняются условия:

- 1) условие Стефана, которое описывает тепловой баланс:

$$\lambda \rho_s V_f = k_l \left. \frac{\partial T_l}{\partial z} \right|_{z=f_1} - k_s \left. \frac{\partial T_s}{\partial z} \right|_{z=f_1} \quad (1)$$

$V_f = \frac{dl_s}{dt}$ - скорость перемещения границы раздела фаз в направлении

нормали к ней;

- 2) пренебрегается скачок плотности при фазовом переходе;

- 3) равенство температуры среды температуре фазового перехода данного вещества, которая считается известной постоянной величиной.

Однако данная задача не описывает процесс фазового перехода (замерзание воды) с учетом непостоянства концентрации соли в морской воде в процессе вымораживания пресной воды. Теплофизические процессы в опреснителях морской воды вымораживающего типа можно описать используя двухфазную термодиффузионную задачу Стефана о замерзании раствора. При образовании в опреснителе пресного льда перед фронтом кристаллизации образуется слой с повышенным содержанием концентрации соли, что влияет на температуру замерзания.

Математическая формулировка термодиффузионной задачи Стефана в этом случае выглядит следующим образом.

Область $\Omega_l(t) = \{0 \leq z \leq f(t)\}$ содержит морскую воду (раствор солей), область $\Omega_s(t) = \{f_1(t) \leq z \leq f_2\}$ - чистый лед. Распределение температуры и примеси описывается уравнениями:

$$\frac{\partial T_l}{\partial t} = a_l^2 \frac{\partial^2 T_l}{\partial z^2}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} = d \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} \quad (3)$$

В образующейся твердой фазе $\Omega_s(t) = \{f_1(t) \leq z \leq f_2\}$ предполагается отсутствие диффузии примеси, а распределение температуры:

$$\frac{\partial T_s}{\partial t} = a_s^2 \frac{\partial^2 T_s}{\partial z^2} \quad (4)$$

Здесь $T_l(t, z)$, $T_s(t, z)$ - температура жидкой и твердой фаз соответственно; $C(t, z)$ - концентрация примеси; a_l^2 , a_s^2 - соответствующие жидкой и твердой фазам коэффициенты теплопроводности; d - коэффициент диффузии в жидкой фазе; H - глубина заданной области.

Граничные и начальные условия на границе $z=0$ для температуры и примеси определены (нет теплопритоков и притока примеси, закон теплообмена со средой, постоянное значение), в нашем случае:

$$\left. \frac{\partial T_l}{\partial z} \right|_{z=0} = 0, \quad \left. \frac{\partial C}{\partial z} \right|_{z=0} = 0 \quad (5)$$

На границе $z = f_1(t)$ для нашего случая выполняются условия сопряжения:

1) тепловой баланс (условие Стефана):

$$\lambda \rho_{ice} V_f = k_l \left. \frac{\partial T_l}{\partial z} \right|_{z=f_1(t)} - k_s \left. \frac{\partial T_s}{\partial z} \right|_{z=f_1(t)} \quad (6)$$

2) равенство температур на подвижной границе температуре замерзания:

$$\begin{aligned} T_l|_{z=f_1(t)} &= T_s|_{z=f_1(t)} = T_f \\ T_f &= T^* - \gamma C_f \end{aligned} \quad (7)$$

3) баланс массы растворенного в воде вещества:

$$C_f \frac{df_1}{dt} = -d \left. \frac{\partial C}{\partial z} \right|_{z=f_1}$$

На внешней границе $z = f_2(t)$ происходит охлаждение раствора

$$T_s|_{z=f_2} = T_a(t) < T_f \quad (8)$$

Здесь $T_a(t)$ - внешняя температура, температура на внешней границе $z = f_2(t)$; $T_f(t)$ - неизвестная температура фазового перехода; $V_f(t)$ - скорость нарастания льда; T^* - температура кристаллизации чистого вещества; $C_f(t)$ - неизвестное значение примеси на границе раздела фаз; γ - равновесный коэффициент распределения примеси; k_l, k_s - соответствующие коэффициенты теплопроводности жидкой и твердой фазы; λ - скрытая теплота плавления; ρ_l, ρ_s - соответствующая жидкой и твердой фазам плотность.

Начальное распределение температуры по толщине в двух фазах задается по линейному закону или можно задать константой, начальное значение концентрации примеси постоянно и принимается равным C_0 .

Проведя преобразования по методу спрямления фронта, сводящего две области с подвижными границами в отрезки единичной длины и перейдя к новым независимым переменным [7], получаем уравнения:

для области занятой жидкой фазой:

$$\bar{t} = t; \quad 0 \leq \xi_l \leq 1; \quad \xi_l = \frac{z}{l_l}$$

$$l_l^2 \frac{\partial T_l}{\partial t} = a_l^2 \frac{\partial^2 T_l}{\partial \xi_l^2} - v_l \frac{\partial T_l}{\partial \xi_l}, \quad (9)$$

$$l_l^2 \frac{\partial C}{\partial t} = d \frac{\partial^2 C}{\partial \xi_l^2} - v_l \frac{\partial C}{\partial \xi_l}, \quad v_l = \xi_l k_\rho l_l V_f; \quad (10)$$

для области занятой твердой фазой:

$$\bar{t} = t; \quad 0 \leq \xi_s \leq 1; \quad \xi_s = \frac{z - l_l}{l_s}$$

$$l_s^2 \frac{\partial T_s}{\partial t} = a_s^2 \frac{\partial^2 T_s}{\partial \xi_s^2} - v_s \frac{\partial T_s}{\partial \xi_s}, \quad v_s = (k_\rho - \xi_s) l_l V_f. \quad (11)$$

Условия сопряжения после преобразования будут иметь вид:

$$\lambda \rho_s V_f = \frac{k_l}{l_l} \frac{\partial T_l}{\partial \xi_l} \Big|_{\xi_l=1} - \frac{k_s}{l_s} \frac{\partial T_s}{\partial \xi_s} \Big|_{\xi_s=0}, \quad (12)$$

$$k_\rho V_f C_f = \frac{d}{l_l} \frac{\partial C}{\partial \xi_l} \Big|_{\xi_l=1} \quad (13)$$

При аппроксимации уравнений системы используются направленные разности для конвективных слагаемых, и в результате для каждой области получают системы разностных уравнений вида:

$$\frac{u_i^{n+1} - u_i^n}{\tau} = K \frac{u_{i-1}^{n+1} - 2u_i^{n+1} + u_{i+1}^{n+1}}{h_r^2} - \frac{(v_i - |v_i|)^n u_{i+1}^{n+1} + 2|v_i|^n u_i^{n+1} - (v_i + |v_i|)^n u_{i-1}^{n+1}}{2h_r}, \quad i = 2, \dots, N_r \quad (14)$$

Или иначе

$$A_i u_{i-1}^{n+1} - C_i u_i^{n+1} + B_i u_{i+1}^{n+1} = -F_i;$$

Где A_i, C_i, B_i, F_i однозначно определяются в зависимости от коэффициентов и правой части (14). N_r - количество узлов сетки, h_r - шаг по пространству, τ - шаг по времени, $K = (a_l^2, d, a_s^2)$ - соответствующий для уравнений (9)-(11) коэффициент, $u = (T_l, C, T_s)$ - соответствующая для уравнений (9)-(11) функция, $v = (v_l, v_s)$ - соответствующая для уравнений (9)-(11) скорость.

Так как температура замерзания T_f и солёности C_f на границе $z = f_1(t)$ заранее неизвестны, то классический метод прогонки использовать невозможно. Необходимо отметить еще и то, что начальная стадия процесса приводит к возникновению больших градиентов температуры и солёности то применение методов ловли фронта в узел сетки или сквозного счета вызывает большие трудности. При таких условиях для численной реализации целесообразно использование модификации метода встречной прогонки, позволяющей эффективно использовать безитерационные методы решения разностной

задачи на верхнем временном слое, несмотря на ее нелинейность, предложенная в [7].

В первой области решения для T_l и C ищутся в виде:

$$u_i^{n+1} = \alpha_{i+1}^{l,c} u_{i+1}^{n+1} + \beta_{i+1}^{l,c}, \quad i=1, \dots, N_r \quad (15)$$

где, прогоночные коэффициенты определяются рекуррентными формулами:

$$\alpha_{i+1}^{l,c} = \frac{B_i}{C_i - \alpha_i^{l,c} A_i}, \quad \beta_{i+1}^{l,c} = \frac{A_i \beta_i^{l,c} + F_i}{C_i - \alpha_i^{l,c} A_i} \quad (16)$$

Согласно граничным условиям (4): $\alpha_2^{l,c} = 1, \quad \beta_2^{l,c} = 0$.

Во второй области решение ищется в виде:

$$u_{i+1}^{n+1} = \alpha_{i+1}^S u_i^{n+1} + \beta_{i+1}^S, \quad i = N_r, \dots, 1 \quad (17)$$

коэффициенты

$$\alpha_i^S = \frac{B_i}{C_i - \alpha_{i+1}^S A_i}, \quad \beta_i^S = \frac{A_i \beta_{i+1}^S + F_{i+1}}{C_i - \alpha_{i+1}^S A_i} \quad (18)$$

Согласно граничным условиям (8) $\alpha_{N_r+1}^S = 0, \quad \beta_{N_r+1}^S = T_a$.

Соотношения (15) при $i = N_r$ и соотношение (17) при $i = 1$ используются в условиях сопряжения для определения потоков тепла на границе $z = f_1(t)$, аппроксимируемые:

в первой области

$$\left. \frac{\partial T_l}{\partial \xi} \right|_{\xi=1} \square \frac{T_f - T_{N_r}^l}{h_l} = \frac{T_f (1 - \alpha_{N_r+1}^l) - \beta_{N_r+1}^l}{h_l}, \quad (19)$$

$$\left. \frac{\partial C}{\partial \xi} \right|_{\xi=1} \square \frac{C_f - C_{N_r}}{h_l} = \frac{C (1 - \alpha_{N_r+1}^C) - \beta_{N_r+1}^C}{h_l}; \quad (20)$$

во второй области

$$\left. \frac{\partial T_s}{\partial \xi} \right|_{\xi=0} \square \frac{T_2^S - T_f}{h_s} = \frac{T_f (\alpha_2^S - 1) + \beta_2^S}{h_s}, \quad (21)$$

Подставив данные выражения для потока тепла и примеси на границе в условия (12) и (13) получим систему из следующих уравнений:

$$\begin{aligned} V_f &= A_T T_f + B_T, \\ V_f C_f &= A_C C_f + B_C, \\ T_f &= T^* - \gamma C_f \end{aligned}$$

из которых следует квадратное уравнение относительно C_f :

$$\gamma A_T C_f^2 + (A_C - B_T) C_f + B_C = 0 \quad (22)$$

Решение данного уравнения имеет один корень, удовлетворяющий физическим условиям:

$$C_f = \frac{B_T - A_C + \sqrt{(A_C - B_T)^2 - 4\gamma A_T B_C}}{2\gamma A_T}, \quad (23)$$

где,

$$A_T = \frac{1}{\lambda \rho_{ice}} \left[\frac{k_l}{l_l h_l} (1 - \alpha_{N_r+1}^l) - \frac{k_s}{l_s h_s} (\alpha_2^s - 1) \right], \quad (24)$$

$$B_T = -\frac{1}{\lambda \rho_{ice}} \left[\frac{k_l}{l_l h_l} \beta_{N_r+1}^l - \frac{k_s}{l_s h_s} \beta_2^s \right], \quad (25)$$

$$A_C = \frac{d(1 - \alpha_{N_r+1}^C)}{h_l l_l k_\rho}, \quad B_C = -\frac{d\beta_{N_r+1}^C}{h_l l_l k_\rho} \quad (26)$$

Получив значение примеси на границе $z = f_1$ из уравнения (6), находится температура фазового перехода T_f , соответствующая температуре жидкой и твердой фазе на этой границе. Зная граничные условия, по (15) и (17) устанавливаются значения температуры и примеси на новом временном слое.

Результаты эксперимента и их обсуждение. Вышеуказанная математическая модель позволяет получить временные зависимости температуры и концентрацию примеси на границе раздела фаз при различных значениях начальной концентрации примеси и постоянной внешней температуре (температура стенок емкости опреснителя), распределение температуры раствора по глубине, а также распределение концентрации примеси в приповерхностном слое.

Авторами разработано термоэлектрическое устройство, позволяющее получать талую воду из морской воды [8]. Схематичное изображение термоэлектрического устройства приведено на рис.2. Устройство включает корпус 1, в котором размещены термостатированная рабочая емкость 2 с крышкой 3 и отверстием 4 для слива воды, внутри рабочей емкости 2 находится сетка 5 с магнитом с чередующимися полюсами 6 и полый трубкой 7. Ко дну рабочей емкости 2 крепится биметаллическая пластина 8, контактирующая с фиксатором 9, шарнирно скрепленным с подпружиненным штоком 10, на котором крепится магнит с чередующимися полюсами 11. Шток 10 выполнен с возможностью горизонтального перемещения в корпусе. Средство для замораживания воды и таяния льда представляет собой термоэлектрический модуль 12 установленный с наружной стороны рабочей емкости 2, термоэлектрический модуль содержит термоэлектрические элементы 13, рабочие спаи которых приведены в тепловой контакт с внешней боковой поверхностью рабочей емкости 2, а опорные спаи состоят в тепловом контакте с проточным теплообменником 14, емкость 15 для приема талой очищенной воды и емкость 16 для приема концентрированного рассола. Трубопроводы 17 и 18 содержат управляемые вентили 19 и 20 и подсоединены к отверстию 4 дна рабочей емкости 2. Сливные патрубки трубопроводов 17 и 18 установлены соответственно над емкостью 15 для приема очищенной талой воды и емкостью 16 для приема концентрированного рассола. Циркуляционный насос 21 предна-

значен для циркуляции воды в контуре охлаждения. Контур охлаждения проходит через емкость для приема очищенной талой воды и емкость для приема воды с примесями и включает в себя циркуляционный насос 21, теплообменник 14 и радиатор 22 соединенные трубопроводами. Кроме того, устройство имеет блок 23 управления, включающий электронный блок 24 управления питанием термоэлектрических элементов 13 и циркуляционного насоса 21, блок 25 управления клапанами 19, 20, программный автомат 26 и блок 27 измерения температуры с датчиками 28 и 29 температуры, установленными соответственно на дне и боковой стенке рабочей емкости 2. Программный автомат 26 подключен к блоку 25 управления клапанами, блоку 27 измерения температуры и блоку 23 управления питанием термоэлектрических элементов 13 и циркуляционного насоса 21. Теплообменник 14 имеет отверстие с крышкой 30 выведенное на наружную поверхность устройства. Трубопровод 17 имеет в своем составе фильтр тонкой очистки 31. Теплообменник 14 имеет отверстие с крышкой 30 для залива воды в контур охлаждения слив воды при необходимости, из которого можно осуществлять через вентиль 34. Слив воды из емкости 15 для приема талой очищенной воды и емкости 16 для приема концентрированного рассола осуществляется через управляемые вентили 32 и 33 соответственно.

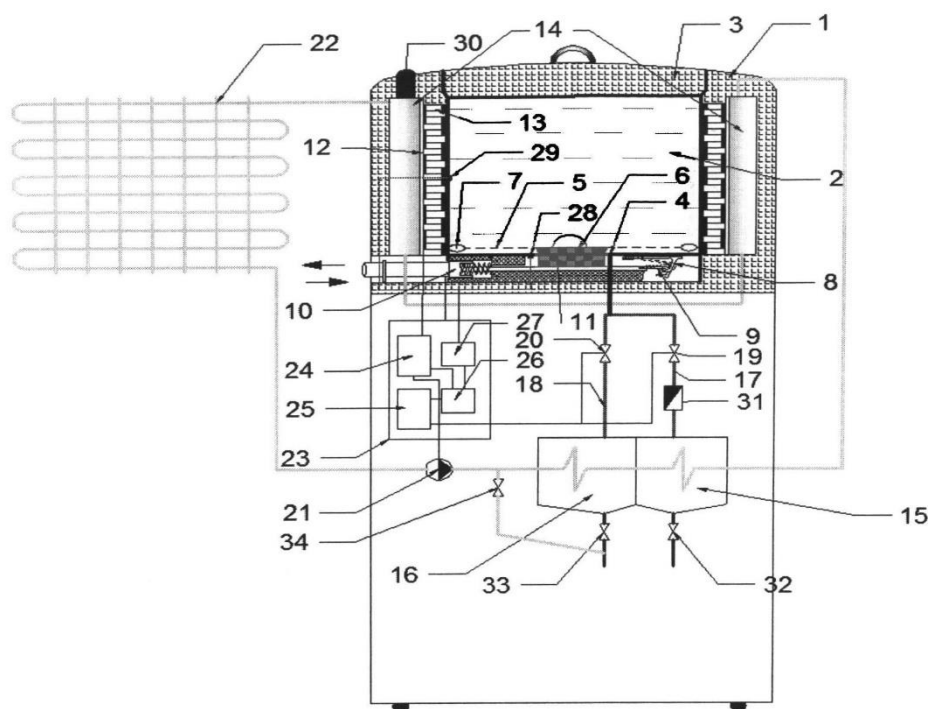


Рисунок 2 - Устройство для получения талой воды из морской

Вывод. Предлагаемое устройство по сравнению с аналогами отличается сокращением времени получения готового продукта, уменьшением веса и габаритов устройства, а также экономят в потреблении электроэнергии и ростом КПД установки путем оптимизации процесса работы термоэлектрических преобразователей.

Библиографический список:

1. Слесаренко В.Н. Опреснительные установки. Владивосток, ДВГМА, 1999 г.
2. Авдонин Н.А. Математическое описание процессов кристаллизации. Рига: Зинатне, 1980
3. Бондарев Э.А., Васильев В.И. Задача Стефана с неизвестной температурой фазового перехода // Материалы 7 Всероссийской конференции по тепломасообмену. Т.7. – Минск, 1984
4. Шаталина И.Н. Теплообмен в процессах намораживания и таяния льда. Л.: Энергоатомиздат. Ленингр. отд-ние, 1990.- 120 с.
5. Петрова А.Г. Термодиффузионная задача с малой начальной концентрацией примеси// Динамика сплошной среды. Сб. научных трудов, Новосибирск, 1983.
6. Овчарова А.С. Численное решение стационарной задачи Стефана в области со свободной границей// Вычислительные технологии.- 1999.-Т.4, т.-С.88-99.
7. Гранкина Т.Б. Математическое моделирование процесса формирования ледового покрова водоемов различной минерализации. Диссертация на соискание ученой степени к.ф.-м.н., Новосибирск, 2006.
8. Патент РФ №2507157 Термоэлектрическое устройство для опреснения морской воды / Исмаилов Т.А., Гаджиев А.М., Миспахов И.Ш., Рашидханов А.Т. Б.И. №5.

УДК 681.32.069

Канаев М.М., Курбанмагомедов К.Д.

РАЗРЯДНО-МОДУЛЬНОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ СЛОЖНЫХ ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ И РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ АНАЛИЗА ИХ СОСТОЯНИЯ

Kanaev M.M., Kurbanmagomedov K.D.

BIT-MODULAR PRESENTATION COMPLEX TECHNICAL SYSTEMS AND PROBLEM SOLVING ANALYSIS OF THEIR CONDITION

В статье рассматривается новый объект анализа, называемый системой с разрядно-модульной организацией, для которого решается задача контроля и диагностирования.

Ключевые слова: система, модуль, анализ, контроль, диагностика, схема, разряд.