

ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ И ТЕЛЕКОММУНИКАЦИИ
INFORMATION TECHNOLOGY AND TELECOMMUNICATIONS

УДК 519.852



DOI: 10.21822/2073-6185-2025-52-1-105-112 Оригинальная статья/ Original article

Оценивание параметров линейной регрессии путем минимизации суммы превышений модулей ошибок аппроксимации относительно заданного уровня

С.И. Носков, С.В. Беляев

Иркутский государственный университет путей сообщения,
664074, г. Иркутск, ул. Чернышевского, 15, Россия

Резюме. Цель. Разработка алгоритмического способа оценивания параметров линейной регрессионной модели, основанного на минимизации суммы превышений абсолютных отклонений вычисленных значений зависимой переменной от реальных относительно некоторого наперед заданного уровня. **Методы.** В качестве базового метода идентификации неизвестных параметров регрессионного уравнения используется метод наименьших модулей, основанный на минимизации городского (манхэттенского) расстояния между векторами расчетных и заданных значений зависимой переменной. Реализация метода сводится к задаче линейного программирования. К ней же путем введения некоторых дополнительных ограничений и замены целевой функции сводится задача минимизации суммы превышений абсолютных отклонений вычисленных значений зависимой переменной от реальных относительно некоторого наперед заданного уровня. **Результат.** Построены три альтернативных, с высокой адекватностью, варианта регрессионной однофакторной модели развития отрасли промышленности России, занимающейся производством электрооборудования, электронного и оптического оборудования. В качестве независимой переменной использован объем инвестиций в отрасль. **Вывод.** Предложен критерий адекватности регрессионных моделей, который представляет собой модификацию используемой в методе наименьших модулей функции потерь.

Ключевые слова: регрессионная модель, оценивание параметров, метод наименьших модулей, линейное программирование, уровень ошибок, производство электроники

Для цитирования: С.И. Носков, С.В. Беляев. Оценивание параметров линейной регрессии путем минимизации суммы превышений модулей ошибок аппроксимации относительно заданного уровня. Вестник Дагестанского государственного технического университета. Технические науки. 2025; 52(1):105-112. DOI:10.21822/2073-6185-2025-52-1-105-112

Estimation of linear regression parameters by minimizing the sum of the excesses of the approximation error modules relative to a given level

S.I. Noskov, S.V. Belyaev

Irkutsk State Transport University,
15 Chernyshevskogo St., Irkutsk 664074, Russia

Abstract. Objective. Development of an algorithmic method for estimating the parameters of a linear regression model based on minimizing the sum of excesses of absolute deviations of the calculated values of the dependent variable from the real ones relative to some predetermined level. **Methods.** The least absolute values method based on minimizing the city (Manhattan) distance between the vectors of calculated and specified values of the dependent variable is used as a basic method for identifying unknown parameters of the regression equation. Implementation of the method is reduced to a linear programming problem. The problem of minimizing the sum of excesses of absolute deviations of the calculated values of the dependent variable from the real ones relative to some predetermined level is reduced to this problem by introducing some additional constraints and replacing the objective function. **Result.** Three alternative, high-

ly adequate, versions of a regression single-factor model for the development of the Russian industrial sector engaged in the production of electrical, electronic and optical equipment are constructed. The volume of investments in the industry is used as an independent variable. **Conclusion.** A criterion for the adequacy of regression models is proposed, which is a modification of the loss function used in the least absolute value method.

Keywords: regression model, parameter estimation, least absolute values method, linear programming, error level, electronics manufacturing.

For citation: S.I. Noskov, S.V. Belyaev. Estimation of linear regression parameters by minimizing the sum of the excesses of the approximation error modules relative to a given level. Herald of Daghestan State Technical University. Technical Sciences. 2025;52(1):105-112. (In Russ) DOI:10.21822/2073-6185-2025-52-1-105-112

Введение. Математическое моделирование, основанное, в частности, на применении методов регрессионного анализа, является весьма действенным инструментом исследования сложных объектов различного характера и масштаба. Обязательным этапом построения регрессионных моделей является их верификация, осуществляемая на основе развитой системы критериев адекватности.

Так, в работе [1] качество множественной регрессионной модели кредитной политики оценивается с помощью устойчивых коэффициентов детерминации и прогнозирования, медианной квадратичной ошибки прогнозирования и эффективности устойчивого моделирования. В [2] представлен подход к проверке адекватности модели интервальной регрессии на основе анализа остатков. Представлены концепции обычного и стандартизированного интервального остатка, а также предложен графический анализ этих остатков. Чтобы показать полезность предлагаемого подхода, выполнено приложение для оценки отсева из школ в бразильских муниципалитетах.

В статье [3] основное внимание уделяется исследованию проверки адекватности модели функциональной линейной квантильной регрессии. Предложена непараметрическая статистика теста U-процесса, основанная на функциональном компонентном анализе. Доказано, что статистика теста асимптотически следует нормальному распределению при нулевой гипотезе и расходится до бесконечности для любых неправильно определенных моделей.

Исследование [4] посвящено нелинейному регрессионному моделированию на основе искусственных нейронных сетей. Применяется процедура анализа сложности и точности модели на основе повторной выборки и теории минимизации структурного риска, а также рассчитывается минимальный размер выборки для пространственных агрегированных данных.

В статье [5] утверждается, что компетентная оценка адекватности многоуровневой регрессионной модели должна содержать как минимум два основных критерия - информационный критерий Акаике и байесовский информационный критерий. В работе [6] оценка влияния коэффициента достаточности капитала на коэффициент банковских резервов, принятых на Тегеранской фондовой бирже, производится на основе регрессионных моделей Кашьяпа, Штейна и Левинтала, адекватность которых проверяется по критериям Стьюдента и Фишера.

В статье [7] используется новый индекс делового цикла и адекватная нелинейная панельная модель регрессии плавного перехода на квартальных данных 1538 банковских холдинговых компаний США для изучения реакции коэффициентов достаточности капитала на изменение экономической активности. В [8] изучаются статистические свойства оптимального значения выборочной средней ошибки аппроксимации. Основные результаты касаются функций потерь, траектории которых являются кусочно-непрерывными по Гёльдеру, как, например, в двухэтапных смешанно-целочисленных и классических риск-нейтральных стохастических программах.

Вопросы оценки адекватности регрессионных моделей обсуждаются в работах: [9] (качество регрессионных моделей при изучении металлургических процессов), [10] (регрессионная модель поверхности отклика при анализе несущей способности колесной пары), [11] (регрессионный анализ факторов, влияющих на количество онлайн-курсов в российских университетах), [12] (регрессионное моделирование биохимических процессов), [13] (применение регрессионного анализа для оценки эффективности работы нефтяных скважин), [14] (исследование влияния объема выборки и различных методик определения построчных дисперсий на основные расчетные параметры трехфакторной регрессионной модели при сохранении ее адекватности).

Постановка задачи. Целью настоящей работы является описание критерия оценки адекватности регрессионных моделей, представляющего собой сумму превышений ошибок аппроксимации некоторого заданного уровня, а также сведение задачи оптимизации этого критерия к задаче линейного программирования (ЛП).

Методы исследования. Рассмотрим линейную регрессионную модель (уравнение)

$$y_k = \sum_{i=1}^m \alpha_i x_{ki} + \varepsilon_k, k = \overline{1, n}, \quad (1)$$

где y – зависимая, а x_i – i -ая независимая переменные, α_i – i -ый подлежащий оцениванию параметр, ε_k – ошибки аппроксимации, k – номер наблюдения, n – длина выборки данных.

Будем полагать переменные и ошибки модели (1) детерминированными величинами.

Представим модель (1) в векторной форме:

$$y = X\alpha + \varepsilon,$$

где $y = (y_1, \dots, y_n)^T$, $\alpha = (\alpha_1, \dots, \alpha_m)^T$, $\varepsilon = (\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_n)^T$, X – $(n \times m)$ – матрица с компонентами x_{ki} .

Таким образом, пара (X, y) представляет собой выборку данных. В том случае, если в модель (1) войдет свободный член, первый столбец матрицы X будет состоять из единиц:

$$x_{k1}=1, k = \overline{1, n}.$$

Оценивание неизвестных параметров модели (1) производится с помощью одного из значительного количества методов регрессионного анализа (см., например, [15, 16]) путем минимизации выбранной функции потерь. Для одного из наиболее популярных методов – метода наименьших модулей (МНМ), – эта функция имеет вид (в частности, [17]):

$$J_1(\alpha) = \sum_{k=1}^n |\varepsilon_k|. \quad (2)$$

Таким образом, МНМ основан на минимизации городского (манхэттенского) расстояния между векторами расчетных и заданных значений зависимой переменной.

Замечательным свойством МНМ является его выраженная робастность, проявляющаяся в игнорировании выбросов в данных и, как следствие, в равенстве нулю не менее, чем m ошибок аппроксимации (например, [18]).

Реализация метода наименьших модулей сводится к задаче ЛП следующим образом [17]. Введем в рассмотрение неизвестные неотрицательные переменные $u_k, v_k, k=\overline{1, n}$ следующим образом:

$$u_k = \begin{cases} \varepsilon_k, & \varepsilon_k > 0 \\ 0, & \text{в противном случае,} \end{cases}$$

$$v_k = \begin{cases} -\varepsilon_k, & \varepsilon_k < 0 \\ 0, & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

Таким образом, u_k и v_k представляют собой соответственно положительные и отрицательные части ошибок ε_k , при этом очевидна справедливость равенств:

$$u_k - v_k = \varepsilon_k, u_k + v_k = |\varepsilon_k|,$$

$$u_k v_k = 0, k = \overline{1, n}. \quad (3)$$

Представим модель (1) в виде системы линейных равенств и условий неотрицательности:

$$\sum_{i=1}^m \alpha_i x_{ki} + u_k - v_k = y_k, k = \overline{1, n}, \quad (4)$$

$$u_k \geq 0, v_k \geq 0, k = \overline{1, n}, \quad (5)$$

Целевая функция задачи ЛП, эквивалентная функции потерь (2), примет вид:

$$\sum_{k=1}^n (u_k + v_k) \rightarrow \min. \quad (6)$$

Для оценки адекватности моделей в регрессионном анализе разработано большое число критериев: ширины области определения уравнения, Фишера, Стьюдента, средней относительной ошибки прогноза, средней относительной ошибки аппроксимации, согласованности поведения расчетных и фактических значений зависимой переменной, смещения, множественной детерминации, информативности набора независимых факторов, дисперсии, Дарбина – Уотсона [17] и другие.

Вместе с тем, основным показателем качества модели следует все-таки считать значение ее функции потерь – в нашем случае $J_1(\alpha)$.

Преобразуем эту функцию, включив в нее превышения модулей ошибок некоторого их наперед заданного уровня δ :

$$\tilde{J}_1(\alpha) = \sum_{k=1}^n g_k, \quad (7)$$

где

$$g_k = \begin{cases} |\varepsilon_k| - \delta, & |\varepsilon_k| > \delta \\ 0, & |\varepsilon_k| \leq \delta \end{cases}$$

Авторы отдают себе отчет в том, что вне поля их зрения могли оказаться публикации, посвященные некоторым аспектам рассматриваемой в работе задачи.

Введем дополнительные линейные ограничения:

$$u_k + v_k - g_k \leq \delta, k = \overline{1, n}. \quad (8)$$

После этого задача минимизации функции потерь (7) сводится к задаче ЛП с ограничениями (4), (5), (8) и целевой функцией

$$\sum_{k=1}^n g_k + \rho \sum_{k=1}^n (u_k + v_k) \rightarrow \min, \quad (9)$$

где ρ - наперед заданное малое положительное число. Присутствие в (9) второго слагаемого гарантирует выполнение условий (3).

Таким образом, решение задачи ЛП (4), (5), (8), (9) позволяет минимизировать сумму не модулей ошибок аппроксимации, а лишь их превышений по отношению к некоторой заданной величине, что бывает крайне важным при построении реальных регрессионных моделей сложных технических и социально-экономических систем.

Функция (7) может также рассматриваться как еще один важный критерий оценки адекватности этих моделей.

Задача ЛП (4), (5), (8), (9) обладает по крайней мере двумя важными свойствами. Введем некоторые дополнительные обозначения.

Обозначим через $\alpha^{\text{МНМ}}$, $\varepsilon^{\text{МНМ}} = u^{\text{МНМ}} - v^{\text{МНМ}}$ решение задачи ЛП (4) – (6), представляющее собой вектора параметров модели (1) и ее ошибок аппроксимации, вычисленные с помощью МНМ, а через $\alpha(\delta)$ и $\varepsilon(\delta) = u(\delta) - v(\delta)$ – соответствующее решение задачи ЛП (4), (5), (8), (9) при заданном уровне δ .

Нетрудно видеть, что при $\delta=0$ и $\delta \geq \max_{k=\overline{1, n}} |\varepsilon_k^{\text{МНМ}}|$ справедливы равенства:

$$\alpha^{\text{МНМ}} = \alpha(\delta), u^{\text{МНМ}} = u(\delta), v^{\text{МНМ}} = v(\delta).$$

Другими словами, если в качестве порогового значения ошибки принять ноль или максимальную по модулю ошибку аппроксимации при использовании метода наименьших модулей, то решения задач минимизации функций потерь (2) и (7) приведут к одинаковым оценкам параметров и, как следствие, ошибкам.

Обсуждение результатов. Применим представленный выше способ оценивания параметров регрессионного уравнения (1) при построении модели развития отрасли промышленности России, занимающейся производством электрооборудования, электронного и оптического оборудования. Введем следующие обозначения:

y – объем отгруженных товаров собственного производства, выполненных работ и услуг собственными силами по видам экономической деятельности, млн. руб.;

x – объем инвестиций в основной капитал, млрд. руб.

В качестве информационной базы моделирования используем официальную статистику за 2005 – 2022 гг. (табл. 1) [19-23].

Таблица 1. Исходные данные для моделирования

Table 1. Initial data for modeling

Год	y	x
2005	452288	19.6
2006	600105	22.9
2007	829374	32.6
2008	910352	40.8
2009	816584	34.2
2010	1131549	35.1
2011	1329329	45.1
2012	1481611	59.2
2013	1535828	73.2
2014	1715780	75.3
2015	2206082	102.3
2016	2323341	91.4
2017	2222107	106.3
2018	2358647	107.6
2019	2560783	102.5
2020	2809650	101.3
2021	3060801	146.8
2022	3428981	159.1

Построим модель отрасли в виде:

$$y_k = \alpha_0 + \alpha_1 x_k + \varepsilon_k, k = \overline{1, 18}. \quad (10)$$

Вначале при идентификации параметров модели (10) применим обычный метод наименьших квадратов:

$$y_k = 199660 + 20791.9x_k + \varepsilon_k, k = \overline{1, 18}. \quad (11)$$

$R=0.953, F=326.9, E=8.83, J_1=2804254.4.$

где R – критерий множественной детерминации, F – критерий Фишера, E – средняя процентная ошибка:

$$E=100\% \sum_{k=1}^{18} |\varepsilon_k| / \sum_{k=1}^{18} y_k.$$

Значения критериев адекватности указывают на весьма высокое качество уравнения (11).

После применения МНМ модель (10) примет вид:

$$y_k = 124472 + 20770x_k + \varepsilon_k, k = \overline{1, 18}, \quad (12)$$

$J_1=2452720, E=7.72.$

Рассчитаем для нее вектор ошибок аппроксимации ε :

$$\varepsilon = (-79275.95, 0.00, 27799.86, -61536.26, -18222.17, 278049.82, 268129.67, 127554.47, -109008.74, 27326.23, -43162.17, 300489.99, -110217.22, -678.24, 307384.83, 581175.85, -112708.82, 0.0).$$

В качестве заданного уровня ошибок δ примем среднюю по модулю ошибку:

$$\delta = \sum_{k=1}^{18} |\varepsilon_k| / 18 = 136262.24.$$

Таким образом, для модели (12) $\tilde{J}_1 = 1053921.$

Теперь оценим параметры модели (10) путем решения задачи (ЛП) (4), (5), (8), (9) с $\rho=0.0001$. В результате получим:

$$y_k = 271210 + 19930.9x_k + \varepsilon_k, k = \overline{1,18}, \quad (13)$$

$$J_1=2814995, E=8.85, \tilde{J}_1 = 835872.7.$$

Таким образом, по точности, в соответствии с критериями E и J_1 , модели (11) и (13) вполне сопоставимы. Если же сравнивать модели (12) и (13), то окажется, что для второй из них сумма модулей ошибок J_1 больше на 12.8%. Вместе с тем, сумма превышений по отношению к средней ошибке $\tilde{J}_1$ меньше на 20.7%. Последнее обстоятельство при выборе конкретного варианта модели для последующей практической реализации может оказаться решающим.

Значимость объема инвестиций для производства электрооборудования, электронного и оптического оборудования, характеризуемая коэффициентом α_1 , минимальна для модели (13) и максимальна для модели (11), при этом разница крайне незначительна и составляет всего 4%.

Вывод. В работе поставлена задача разработки алгоритмического способа оценивания параметров линейной регрессионной модели, основанного на минимизации суммы превышений абсолютных отклонений вычисленных значений зависимой переменной от реальных относительно некоторого наперед заданного уровня.

Получены следующие результаты:

1. Разработан критерий оценки точности регрессионных моделей, представляющий собой сумму превышений модулей отклонений расчетных значений зависимой переменной от заданных в выборке относительно некоторого наперед заданного уровня.
2. Оптимизация этого критерия сведена к решению задачи линейного программирования.
3. Построены три варианта регрессионной однофакторной модели развития отрасли промышленности России, занимающейся производством электрооборудования, электронного и оптического оборудования.

Библиографический список:

1. David I.J., Adubisi O.D., Ogbaji O.E., Eghwerido J.T., Umar Z.A. Resistant measures in assessing the adequacy of regression models // Scientific African. 2020. Vol. 8. <https://doi.org/10.1016/j.sciaf.2020.e00437>.
2. Rafaella L. S. do Nascimento, Roberta A. de A. Fagundes, Renata M. C. R. de Souza & Francisco José A. Cysneiros. Interval regression model adequacy checking and its application to estimate school dropout in Brazilian municipality educational scenario // Pattern Analysis and Applications. 2022. Vol. 26. P. 39–59. <https://doi.org/10.1007/s10044-022-01093-0>.
3. Gongming S., Jiang D., Zhihua S., Zhongzhan Z. Checking the adequacy of functional linear quantile regression model // Journal of Statistical Planning and Inference. 2021. Vol. 210. P. 64-75. <https://doi.org/10.1016/j.jspi.2020.05.003>.
4. Horvath S., Soot M., Zaddach S., Neuner H., Weitkamp A. Deriving adequate sample sizes for ANN-based modelling of real estate valuation tasks by complexity analysis // Land Use Policy. 2021. Vol. 107. <https://doi.org/10.1016/j.landusepol.2021.105475>.
5. McCoach D.B., Newton S.D., Gambino A.J. Multilevel Model Selection: Balancing Model Fit and Adequacy. Methodology for Multilevel Modeling in Educational. Singapore: Springer, 2022.
6. Taherinia M., Baqeri A. The Effect of Capital Adequacy Ratio on the Ratio of the Bank Reserves Accepted in the Tehran Stock Exchange // International Journal of Economics and Financial Issues. 2018. Vol. 8, № 1. P. 161-167. <https://www.econjournals.com/index.php/ijefi/article/view/5911>.
7. Rubbaniy G., Khalid A.A., Polyzos S., Almessabi B.N. Cyclicalities of capital adequacy ratios in heterogeneous environment: A nonlinear panel smooth transition regression explanation // Managerial and Decision Economics. 2021. Vol. 43, № 6. P. 1960-1979. <https://doi.org/10.1002/mde.3502>.
8. Krätschmer V. Nonasymptotic Upper Estimates for Errors of the Sample Average Approximation Method to Solve Risk-Averse Stochastic Programs // SIAM Journal on Optimization. 2024. Vol. 34, № 2. P. 1264-1294. <https://doi.org/10.1137/22M1535425>.
9. Алкацев М.И., Алкацев В.М., Абаев З.К., Дзгоев А.Э. Оценка адекватности математических моделей металлургических процессов в рамках регрессионного анализа данных в пакете MathCad //

- Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия: Metallurgy. 2020. Т. 20. № 3. С. 12-20.
10. Кротов С.В., Кротов В.П. Эффективность регрессии поверхности отклика при анализе несущей способности колесной пары вагона // Научные проблемы транспорта Сибири и Дальнего Востока. 2010. № 2. С. 143-146.
 11. Кузнецова О.А., Розенцвайг А.И. Регрессионный анализ влияния основных показателей деятельности российских университетов на количество онлайн-курсов // Вестник Московского финансово-юридического университета МФЮА. 2019. № 4. С. 182-188.
 12. Золин П.П., Лебедев В.М., Конвай В.Д. Математическое моделирование биохимических процессов с применением регрессионного анализа Омск: Издательство Омского государственного университета, 2009. 344 с.
 13. Вирстюк А.Ю., Мишина В.С. Применение регрессионного анализа для оценки эффективности работы нефтяных скважин с парафинистой нефтью // Известия Томского политехнического университета. Инжиниринг георесурсов. 2020. Т. 331. № 1. С. 117-124.
 14. Иванищев Ю.Г., Давыдов В.М., Сарыгин А.В. Сравнительный анализ расчетных параметров регрессионной модели в зависимости от объема выборки и методики расчета дисперсий // Вестник Тихоокеанского государственного университета. 2022. № 2(65). С. 51-60.
 15. Носков С.И. Способ разрешения альтернативности в оценках параметров регрессионных моделей // Модели, системы, сети в экономике, технике, природе и обществе. 2023. № 4(48). С. 154-162.
 16. Pardoe I. Applied Regression Modeling. John Wiley & Sons, Inc., 2021.
 17. Носков С.И. Минимизация средней и максимальной относительных ошибок аппроксимации регрессионной модели // Известия Тульского государственного университета. Технические науки. 2023. № 1. С. 340-343.
 18. Носков С.И. О кластеризации данных на основе свойств методов идентификации параметров линейной регрессии // Информационные технологии и математическое моделирование в управлении сложными системами. 2022. № 4(16). С. 82-85.
 19. Промышленность России 2010: Стат.сб. М.: Росстат, 2010. 453 с.
 20. Промышленное производство в России. 2016: Стат.сб. М.: Росстат, 2016. 347 с.
 21. Промышленное производство в России. 2019: Стат.сб. М.: Росстат, 2019. 286 с.
 22. Промышленное производство в России. 2023: Стат.сб. М.: Росстат, 2023. 259 с.
 23. Промышленное производство // Росстат. URL: https://rosstat.gov.ru/enterprise_industrial (дата обращения: 18.09.2024).

References:

1. David I.J., Adubisi O.D., Ogbaji O.E., Eghwerido J.T., Umar Z.A. Resistant measures in assessing the adequacy of regression models. Scientific African. 2020; 8. <https://doi.org/10.1016/j.sciaf.2020.e00437>.
2. Rafaella L. S. do Nascimento, Roberta A. de A. Fagundes, Renata M. C. R. de Souza & Francisco José A. Cysneiros. Interval regression model adequacy checking and its application to estimate school dropout in Brazilian municipality educational scenario. Pattern Analysis and Applications. 2022; 26: 39–59. <https://doi.org/10.1007/s10044-022-01093-0>.
3. Gongming S., Jiang D., Zhihua S., Zhongzhan Z. Checking the adequacy of functional linear quantile regression model. Journal of Statistical Planning and Inference. 2021; 210: 64-75. <https://doi.org/10.1016/j.jspi.2020.05.003>.
4. Horvath S., Soot M., Zaddach S., Neuner H., Weitkamp A. Deriving adequate sample sizes for ANN-based modeling of real estate valuation tasks by complexity analysis. Land Use Policy. 2021;107. <https://doi.org/10.1016/j.landusepol.2021.105475>.
5. McCoach D. B., Newton S. D., Gambino A. J. Multilevel Model Selection: Balancing Model Fit and Adequacy. Methodology for Multilevel Modeling in Educational. Singapore: Springer, 2022.
6. Taherinia M., Baqeri A. The Effect of Capital Adequacy Ratio on the Ratio of the Bank Reserves Accepted in the Tehran Stock Exchange. International Journal of Economics and Financial Issues. 2018;8(1):161-167. <https://www.econjournals.com/index.php/ijefi/article/view/5911>.
7. Rubbaniy G., Khalid A.A., Polyzos S., Almessabi B.N. Cyclicalities of capital adequacy ratios in heterogeneous environment: A nonlinear panel smooth transition regression explanation. Managerial and Decision Economics. 2021; 43(6): 1960-1979. <https://doi.org/10.1002/mde.3502>.
8. Krätschmer V. Nonasymptotic Upper Estimates for Errors of the Sample Average Approximation Method to Solve Risk-Averse Stochastic Programs. SIAM Journal on Optimization. 2024;34(2):1264-1294. <https://doi.org/10.1137/22M1535425>.
9. Alkatsev M.I., Alkatsev V.M., Abaev Z.K., Dzgoev A.E. Evaluation of the adequacy of mathematical models of metallurgical processes within the framework of regression analysis of data in the MathCad package. Bulletin of the South Ural State University. Series: Metallurgy. 2020; 20(3): 12-20. (In Russ.).

10. Krotov S.V., Krotov V.P. Efficiency of response surface regression in analyzing the bearing capacity of a wagon wheel pair. Scientific problems of transport in Siberia and the Far East. 2010; (2): 143-146. (In Russ.).
11. Kuznetsova O.A., Rozenzweig A.I. Regression analysis of the influence of the main performance indicators of Russian universities on the number of online courses. Bulletin of the Moscow Financial and Law University MFUA. 2019; (4): 182-188. (In Russ.).
12. Zolin P.P., Lebedev V.M., Konvay V.D. Mathematical modeling of biochemical processes using regression analysis Omsk: Publishing house of Omsk State University, 2009. 344 p. (In Russ.).
13. Virstyuk A.Yu., Mishina V.S. Application of regression analysis to assess the performance of oil wells with paraffin oil. Bulletin of Tomsk Polytechnic University. Georesources Engineering. 2020; 331(1): 117-124. (In Russ.).
14. Ivanishchev Yu.G., Davydov V.M., Sarygin A.V. Comparative analysis of the calculated parameters of the regression model depending on the sample size and the method of calculating variances. Bulletin of the Pacific State University. 2022;2(65):51-60. (In Russ.).
15. Noskov S.I. Method of resolving alternativeness in estimating parameters of regression models. Models, systems, networks in economics, technology, nature and society. 2023;4(48):154-162. (In Russ.).
16. Pardoe I. Applied Regression Modeling. John Wiley & Sons, Inc., 2021.
17. Noskov S.I. Minimization of the average and maximum relative errors of approximation of the regression model. Bulletin of Tula State University. Engineering sciences. 2023;(1): 340-343.
18. Noskov S.I. On data clustering based on the properties of linear regression parameter identification methods. Information technologies and mathematical modeling in complex systems management. 2022;4(16): 82-85. (In Russ.).
19. Industry of Russia 2010: Statistical Collection. Moscow: Rosstat, 2010:453 p. (In Russ.).
20. Industrial Production in Russia. 2016: Statistical Collection. Moscow: Rosstat, 2016: 347 p. (In Russ.).
21. Industrial production in Russia. 2019: Statistical collection. Moscow: Rosstat, 2019:286 p. (In Russ.).
22. Industrial production in Russia. 2023: Statistical collection. Moscow: Rosstat, 2023:259 p. (In Russ.).
23. Industrial production. Rosstat. (In Russ.). URL: https://rosstat.gov.ru/enterprise_industrial (accessed: 18.09.2024).

Сведения об авторах:

Носков Сергей Иванович, доктор технических наук, профессор, профессор кафедры информационных технологий и защиты информации; sergey.noskov.57@mail.ru

Беляев Сергей Вячеславович, магистрант кафедры информационных технологий и защиты информации; bsv2001@list.ru

Information about authors:

Sergey I. Noskov, Dr. Sci. (Eng), Prof., Prof., Department of Information Technologies and Information Security; sergey.noskov.57@mail.ru

Sergey V. Belyaev, Master's student, Department of Information Technologies and Information Security; bsv2001@list.ru

Конфликт интересов/Conflict of interest.

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов/The authors declare no conflict of interest.

Поступила в редакцию/ Received 22.10.2024.

Одобрена после рецензирования / Reviced 30.11.2024.

Принята в печать /Accepted for publication 14.01.2025.