

ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ И ТЕЛЕКОММУНИКАЦИИ
INFORMATION TECHNOLOGY AND TELECOMMUNICATIONS

УДК 519.711.3



DOI: 10.21822/2073-6185-2023-50-4-129-138

Оригинальная статья /Original article

Численно-аналитическое решение распределения температур во вспененной суспензии в процессе вакуумной СВЧ - сушки

В.В.Ткач¹, Г.О. Магомедов², А.А Шевцов¹

¹Военный учебно – научный центр Военно – воздушных сил

«Военно–воздушная академия имени профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина»,

¹394064, г. Воронеж, ул. Старых Большевиков, 54а, Россия,

²Воронежский государственный университет инженерных технологий,

²394036, г. Воронеж, проспект Революции, д. 19, Россия

Резюме. Цель. Технологии вакуумного обезвоживания растворов в поле СВЧ постоянно развиваются в направлении повышения энергетической эффективности процесса сушки и снижения себестоимости целевой продукции. Это научное направление в полной мере относится и к вакуумной СВЧ – сушке суспензии во вспененном состоянии. Важнейшей задачей является совершенствование математического моделирования, которое оказывает существенную помощь в исследовании тепломассообменных процессов, протекающих в вакуумных сушилках с СВЧ – энергоподводом, в проектировании новых установок и выработке эффективных режимов их эксплуатации, разработке оптимальных режимов вакуумной сушки вспененных суспензий с учетом теплофизических и электрофизических характеристик. **Метод.** Исследование основано на методах имитационного компьютерного моделирования. **Результат.** С использованием результатов ранее проведенных исследований получен математический аппарат по нахождению температуры в пенообразном продукте в процессе вакуумной СВЧ – сушки. Его отличие от существующих математических моделей заключается в возможности применения простых методов анализа дифференциальных уравнений с меньшим количеством неизвестных переменных. Предложен метод численно – аналитического решения математической модели процесса вакуумной СВЧ – сушки вспененной суспензии. На примере СВЧ – сушки вспененной соевой суспензии проведена экспериментальная проверка, которая показала удовлетворительную сходимость результатов моделирования с погрешностью 10 – 12%. **Вывод.** Исследование численных методов решения сформулированной задачи позволяет определять температуру в любой точке соевой суспензии с учетом теплофизических и электрофизических характеристик суспензии в широком диапазоне режимных параметров.

Ключевые слова: моделирование, вакуум, энергоподвод, СВЧ – нагрев, вспененное состояние

Для цитирования: В.В.Ткач, Г.О. Магомедов, А.А Шевцов. Численно-аналитическое решение распределения температур во вспененной суспензии в процессе вакуумной СВЧ – сушки. Вестник Дагестанского государственного технического университета. Технические науки. 2023; 50(4):129-138. DOI:10.21822/2073-6185-2023-50-4-129-138

Numerical and analytical solution of temperature distribution in foamed soy suspension during vacuum microwave drying

V.V. Tkach¹, G.O. Magomedov², A.A. Shevtsov¹

¹Military Training and Research Center Air force «The Air Force Academy named after professor N.E. Zhukovsky and Y. A. Gagarin»,

¹54a, Stary Bolsheviks St., Voronezh 394064, Russia,

²Voronezh State University of Engineering Technology,

²19, Revolution Ave., Voronezh 394036, Russia

Abstract. Objective. Technologies of vacuum dehydration of solutions in the microwave field are constantly developing in the direction of increasing the energy efficiency of the drying process and reducing the cost of target products. This scientific direction fully applies to vacuum microwave drying of soy suspension in a foamed state. In this regard, the most important task is to improve mathematical modeling, which provides significant assistance in the study of heat and mass transfer processes occurring in vacuum dryers with microwave power supply; in the design of new installations and the development of effective modes of their operation; the development of optimal modes of vacuum drying foamed soy suspension, taking into account thermophysical and electrophysical characteristics. **Method.** The research is based on computer simulation methods. **Result.** Using the results of previous studies, a mathematical apparatus was obtained for finding the temperature in a foamy product during vacuum microwave drying. Its difference from existing mathematical models lies in the possibility of using simple methods for analyzing differential equations with fewer unknown variables. A method of numerical and analytical solution of a mathematical model of the process of vacuum microwave drying of foamed suspension is proposed. Experimental verification showed quite satisfactory convergence of the simulation results with an error of 10-12%. **Conclusion.** The study of numerical methods for solving the formulated problem makes it possible to determine the temperature at any point of the soybean suspension, taking into account the thermophysical and electrical characteristics of the suspension in a wide range of operating parameters.

Keywords: designing, vacuum, power supply, microwave heating, foamed condition

For citation: V.V. Tkach, G.O. Magomedov, A.A. Shevtsov. Numerical and analytical solution of temperature distribution in foamed soy suspension during vacuum microwave drying. Herald of Daghestan State Technical University. Technical Sciences. 2023; 50(4): 129-138. DOI:10.21822/2073-6185-2023-50-4-129-138

Введение. Совершенствование математического аппарата для описания вакуумной СВЧ – сушки является предметом экспериментальных и теоретических исследований значительного числа современных ученых [1 – 16]. Анализ известных математических моделей не позволяет в полной мере решать задачи связанные с проектированием вакуумных СВЧ – сушилок и управления процессом вакуумной сушки в широком диапазоне технологических параметров.

Постановка задачи. В работе предлагается метод моделирования, основанный на применении простых дифференциальных уравнений с меньшим количеством переменных, позволяющий определять температуру во вспененном продукте по высоте слоя.

Методы исследования. На основе анализа литературных источников и с использованием результатов ранее проведенных исследований [17] получен математический аппарат, описывающий влияние волнового характера распределения СВЧ – поля по высоте вспененного слоя. Его отличие от существующих математических моделей вакуумной СВЧ – сушки заключается в возможности применения простых методов анализа систем дифференциальных уравнений с меньшим количеством неизвестных переменных.

Процесс вакуумной СВЧ – сушки описывается уравнением теплообмена, в котором поглощением тепла пенным продуктом линейно зависит от разности температур $(T-T_0)$:

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = \alpha \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - \beta \cdot (T - T_0), \quad (1)$$

где T – температура, при которой происходит вакуумная СВЧ-сушка пенного продукта; °С, T_0 – температура в рабочем объеме сушилки, °С; x – координата по высоте слоя продукта, $x \in [0; l]$, м; l – высота слоя продукта, м; α – коэффициент температуропроводности, м²/с; β – коэффициент теплопоглощения при вакуумной сушке, кДж/кг; τ – время, с; с граничными условиями

$$T \Big|_{x=l} = T_w, \quad (2)$$

где T_w – температура поверхности продукта на границе с вакуумом,

$$\frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=0} = -q_0, \quad (3)$$

где $q_0 = 0.556 \cdot 10^{-10} \varepsilon'' \nu E^2$, – удельное количество теплоты, которое трансформируется в объеме пенообразного продукта из энергии сверхвысокочастотного электромагнитного поля и передается от поверхности, на котором он расположен к поверхности испарения, где $\varepsilon'' = \varepsilon' \tan \delta$ – коэффициент диэлектрических потерь; ε' – диэлектрическая проницаемость; δ – угол диэлектрических потерь; ν – частота электромагнитных колебаний, Гц; E – напряженность электрического поля, В/м; и начальными условиями:

$$T \Big|_{\tau=0} = T_1, \quad (4)$$

где T_1 – постоянная температура по всему объёму продукта в начале процесса сушки.

Решение системы уравнений (1) – (4) о нахождении температуры T в пенообразном продукте в процессе вакуумной сушки сведено к двум более простым задачам, о нахождении F_1 и F_2 :

$$\frac{\partial F_1}{\partial \tau} = \alpha \cdot \frac{\partial^2 F_1}{\partial x^2} - \beta \cdot F_1, \quad (5)$$

$$F_1 \Big|_{x=l} = 0, \quad \frac{\partial F_1}{\partial x} \Big|_{x=0} = 0, \quad (6)$$

$$F_1 \Big|_{\tau=0} = T_1 - T_w - q_0(1-x). \quad (7)$$

$$\frac{\partial F_2}{\partial \tau} = \alpha \cdot \frac{\partial^2 F_2}{\partial x^2} - \beta \cdot [(T_w - T_0) - q \cdot (x-l)] - \beta \cdot F_2, \quad (8)$$

$$F_2 \Big|_{x=l} = 0, \quad \frac{\partial F_2}{\partial x} \Big|_{x=0} = 0, \quad (9)$$

$$F_2 \Big|_{\tau=0} = 0. \quad (10)$$

где F_1 и F_2 – новые вводимые функции, полученные через замену переменных.

Методы исследования. Задачу (5) – (7) решали в соответствии с методом разделения переменных [18]. Для уравнения (5) искали частное решение без учета начальных условий, удовлетворяющее граничным условиям (6) в виде:

$$F_1 = F(x; \tau) = X(x) \cdot T(\tau), \quad (11)$$

где τ – время с; x – пространственная координата по высоте слоя, м; тогда

$$\frac{\partial F}{\partial \tau} = X \cdot T', \quad \frac{\partial F}{\partial x} = X' \cdot T, \quad \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} = X'' \cdot T. \quad (12)$$

С учетом (12) уравнение (5) приведено к виду:

$$X \cdot T' = k \cdot X'' \cdot T - \beta \cdot X \cdot T. \quad (13)$$

После деления выражения (13) на произведение (XT) получено уравнение

$$\frac{T'}{T} = k \cdot \frac{X''}{X} - \beta, \quad (14)$$

в котором произведена замена:

$$\frac{X''}{X} = -\lambda^2, \quad (15)$$

где λ – неизвестная постоянная, тогда

$$X'' + \lambda^2 \cdot X = 0. \quad (16)$$

с граничными условиями (6) для X :

$$X'(0) = 0, \quad X(l) = 0. \quad (17)$$

Уравнение (16) решали при $x = e^{px}$, для которого известно характеристическое уравнение [19]:

$$p^2 + \lambda^2 = 0, \quad (18)$$

где $p_{1,2} = \pm i\lambda$, – корни данного характеристического уравнения.

Тогда решение дифференциального уравнения (11) было представлено следующим образом:

$$X = A \cdot \cos \lambda x + B \cdot \sin \lambda x. \quad (19)$$

Если в (16) λ произвольное число, то задача (16) – (17) имела только тривиальное решение $X = 0$ [20]. Для нахождения значения λ при $X \neq 0$ была поставлена задача: найти такие значения $\lambda = \lambda_n$, при которых существуют нетривиальные решения однородного дифференциального уравнения (16), удовлетворяющие однородным граничным условиям (17). Вся совокупность таких значений λ_n и функций $X_n(x)$ называется спектром собственных значений $\{\lambda_n\}$ и спектром собственных функций $\{X_n(x)\}$ [20].

Для выполнения граничных условий продифференцировано уравнение (19):

$$X' = -A \cdot \lambda \cdot \sin \lambda x + B \cdot \lambda \cdot \cos \lambda x. \quad (20)$$

Граничное условие (17) с учетом (11) и (12) приведено к виду:

$$\left. \frac{\partial F}{\partial x} \right|_{x=0} = X' \cdot T|_{x=0} = 0. \quad (21)$$

$$F|_{x=l} = X \cdot T|_{x=l} = 0. \quad (22)$$

Следовательно

$$X'(0) = 0, \quad X(l) = 0. \quad (23)$$

Подставляя X из (19) и X' из (20) в (21) получено:

$$\begin{aligned} X'(0) &= -A \cdot \lambda \cdot \sin(\lambda \cdot 0) + B \cdot \lambda \cdot \cos(\lambda \cdot 0) = 0. \\ B \cdot \lambda &= 0, \text{ при этом } \lambda \neq 0, \text{ тогда } B = 0. \\ X(l) &= A \cdot \cos \lambda l + 0 \cdot \sin \lambda l = 0, \\ A \cdot \cos \lambda l &= 0, A \neq 0, \cos \lambda l = 0. \end{aligned} \quad (24)$$

С использованием рядов Фурье [19] получено решение для λ и X :

$$\lambda = \lambda_n = (2n - 1) \cdot \frac{\pi}{2l}, \quad n = 1; 2; 3; \dots \quad (25)$$

$$X = X_n = A \cdot \cos \left[(2n - 1) \cdot \frac{\pi}{2l} x \right]. \quad (26)$$

Преобразовано уравнение (14) при $\lambda = \lambda_n$ с заменой T на T_n :

$$\begin{aligned} \frac{T_n'}{T_n} &= \left\{ -k \left[(2n - 1) \frac{\pi}{2l} \right]^2 - \beta \right\}, \\ T_n' + \left\{ k \left[(2n - 1) \frac{\pi}{2l} \right]^2 + \beta \right\} T_n &= 0, \end{aligned} \quad (27)$$

решение которого имеет вид:

$$T_n = A_n \cdot e^{-\left\{ \beta + k \left[(2n - 1) \frac{\pi}{2l} \right]^2 \right\} t}, \quad (28)$$

где A_n – произвольные постоянные.

Из (11) найдены частные решения $F = F_n$:

$$F_n = A_n e^{-\left\{ \beta + k \left[(2n - 1) \frac{\pi}{2l} \right]^2 \right\} t} \cdot \cos \left((2n - 1) \frac{\pi}{2l} x \right), \quad (29)$$

Так как функция (29) при любом n удовлетворяла однородному дифференциальному уравнению (5) и однородным граничным условиям (6), то их сумма тоже удовлетворяла уравнению (5) с однородными граничными условиями (6) при любых значениях A_n :

$$F_1 = \sum_{n=1}^{\infty} A_n e^{-\left\{\beta+k\left[(2n-1)\frac{\pi}{2l}\right]^2\right\}t} \cos(2n-1)\frac{\pi}{2l}x. \quad (30)$$

Предполагалось что ряд (30) сходится. Доказательство сходимости подобных рядов хорошо известно [18]. Найдена постоянная A_n из начальных условий (7):

$$\sum_{n=1}^{\infty} A_n \cdot \cos(2n-1)\frac{\pi}{2l}x = T_1 - T_w - q_0(1-x). \quad (31)$$

Равенство (31) рассматривалось как разложение функции в правой части, т. е. $[T_1 - T_w - q_0(1-x)]$ в ряд Фурье по собственным функциям $\cos(2n-1)\frac{\pi}{2l}x$ на отрезке $x \in [0, l]$, удовлетворяющие однородным граничным условиям (23). Для их нахождения, в соответствии с теорией о собственных функциях [20], левую и правую части этого равенства умножили на $\cos(2m-1)\frac{\pi}{2l}x$ и затем проинтегрировали по переменной x на отрезке $[0, l]$:

$$\int_0^l \left[\sum_{n=1}^{\infty} A_n \cdot \cos(2n-1)\frac{\pi}{2l}x \right] \cdot \cos(2m-1)\frac{\pi}{2l}x \cdot dx = \int_0^l [T_1 - T_w - q_0(1-x)] \cdot \cos(2m-1)\frac{\pi}{2l}x \cdot dx. \quad (32)$$

Если $m \neq n$, то

$$\begin{aligned} \int_0^l \cos(2n-1)\frac{\pi}{2l}x \cdot \cos(2m-1)\frac{\pi}{2l}x \cdot dx &= \frac{1}{2} \int_0^l \left[\cos(n+m-1)\pi\frac{x}{l} + \cos(n-m)\pi\frac{x}{l} \right] \cdot dx = \\ &= \frac{\sin(n+m-1)\pi\frac{x}{l}}{2(n+m-1)\frac{\pi}{l}} + \frac{\sin(n-m)\pi\frac{x}{l}}{2(n-m)\frac{\pi}{l}} \Bigg|_0^l = 0. \end{aligned} \quad (33)$$

В случае, когда $m = n$, формула (33) имеет вид:

$$\int_0^l \left[\cos^2(2m-1)\frac{\pi}{2l}x \right] \cdot dx = \frac{1}{2} \int_0^l \left[1 + \cos(2m-1)\frac{\pi}{l}x \right] \cdot dx = \frac{1}{2} \left[x + \frac{\sin(2m-1)\frac{\pi}{l}x}{(2m-1)\frac{\pi}{l}} \right] \Bigg|_0^l = \frac{1}{2}l \quad (34)$$

При $m \neq n$ все слагаемые в сумме равенства (32), учитывая (33) и (34) обращаются в ноль кроме одного при $m = n$. Равенство (32) с помощью (33) и (34) приведено к виду:

$$A_m \cdot \frac{1}{2}l = \int_0^l [T_1 - T_w - q_0(l-x)] \cdot \cos(2m-1)\frac{\pi}{2l}x \cdot dx. \quad (35)$$

Для вычисления интегралов в (35) использовались вспомогательные выражения

$$\int_0^l \cos(2m-1)\frac{\pi}{2l}x \cdot dx = 2l \frac{\sin(2m-1)\frac{\pi}{2l}x}{(2m-1)\pi} \Bigg|_0^l = \frac{2l}{\pi(2m-1)} \sin(2m-1)\frac{\pi}{2} = \frac{2l \cdot (-1)^{m+1}}{\pi(2m-1)} \quad (36)$$

$$\begin{aligned} \int_0^l (l-x) \cos(2m-1)\frac{\pi}{2l}x \cdot dx &= \frac{2l}{\pi(2m-1)} \int_0^l (l-x) \cdot d \left[\sin(2m-1)\frac{\pi}{2l}x \right] = \\ &= \frac{2l}{\pi(2m-1)} \left[(l-x) \cdot \sin(2m-1)\frac{\pi}{2l}x \Bigg|_0^l + \int_0^l \sin(2m-1)\frac{\pi}{2l}x \cdot dx \right] = \end{aligned}$$

$$\frac{2l}{\pi(2m-1)} \int_0^l \sin(2m-1) \frac{\pi}{2l} x \cdot dx = - \left[\frac{2l}{\pi(2m-1)} \right]^2 \cdot \cos(2m-1) \frac{\pi}{2l} x \Big|_0^l = \left[\frac{2l}{\pi(2m-1)} \right]^2. \quad (37)$$

Подставляя (36) и (37) в (35) получено:

$$A_n = (T_1 - T_w) \frac{4(-1)^{m+1}}{\pi(2m-1)} - \frac{8q_0 \cdot l}{\pi^2(2m-1)^2}. \quad (38)$$

Отсюда A_n :

$$A_n = (T_1 - T_w) \frac{4(-1)^{m+1}}{\pi(2m-1)} - \frac{8q_0 \cdot l}{\pi^2(2m-1)^2}. \quad (39)$$

Подставляя A_m из (39) в (30), выражение искомой функции $F_l(x, t)$ получено в явном виде:

$$F_1(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \left[(T_1 - T_w) \frac{4(-1)^{n+1}}{\pi(2n-1)} - \frac{8q_0 \cdot l}{\pi^2(2n-1)^2} \right] \cdot e^{-\left\{ \beta + k \left[(2n-1) \frac{\pi}{2l} \right]^2 \right\} t} \cdot \cos(2n-1) \frac{\pi}{2l} x \quad (40)$$

Нахождение функции $F_2(x, t)$ осуществляли аналогичным образом из решения задачи (8) – (10). Данную функцию искали с разделёнными переменными, используя собственные функции $\cos(2n-1) \frac{\pi}{2l} x$, удовлетворяющие граничным условиям (9), тогда

$$F_2(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} M_n(t) \cdot \cos(2n-1) \frac{\pi}{2l} x, \quad (41)$$

где M_n - неизвестные функции времени τ , с начальными условиями из (10)

$$M_n(0) = 0 \quad (42)$$

Такой вид $F_2(x, t)$ удовлетворял граничным условиям (9), так как собственные функции $\cos(2n-1) \frac{\pi}{2l} x$ удовлетворяют условиям (23). Выполнены начальные условия (10) для удовлетворения дифференциального уравнения (8). Неоднородное слагаемое $[T_w - T_0 - q_0(x-l)]$ разложено в ряд Фурье по уже известным собственным функциям:

$$T_w - T_0 - q_0(x-l) = \sum_{n=1}^{\infty} B_n \cdot \cos(2n-1) \frac{\pi}{2l} x. \quad (43)$$

Данное равенство подобно выражению (31), поэтому B_n определяли по формуле (39), где A_m заменили на B_n , m на n и $(T_l - T_w)$ на $(T_w - T_0)$:

$$B_n = (T_w - T_0) \frac{4(-1)^{n+1}}{\pi(2n-1)} + \frac{8q_0 \cdot l}{\pi^2(2n-1)^2}. \quad (44)$$

Для поиска $M_n(t)$ подставляли F_2 (41) в (8) с разложением в ряд Фурье:

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^{\infty} M'_n(t) \cdot \cos(2n-1) \frac{\pi}{2l} x = & -k \cdot \sum_{n=1}^{\infty} M_n(t) \left[(2n-1) \frac{\pi}{2l} \right]^2 \cdot \cos(2n-1) \frac{\pi}{2l} x - \\ & -\beta \cdot \sum_{n=1}^{\infty} M_n(t) \cdot \cos(2n-1) \frac{\pi}{2l} x - \beta \cdot \sum_{n=1}^{\infty} B_n \cdot \cos(2n-1) \frac{\pi}{2l} x, \end{aligned} \quad (45)$$

где выражение коэффициентов B_n приведены в (44).

В левой и правой частях уравнения (45) приравнивали коэффициенты перед $\cos(2n-1) \frac{\pi}{2l} x$:

$$M'_n + \left\{ \beta + k \left[(2n-1) \frac{\pi}{2l} \right]^2 \right\} \cdot M_n = -\beta \cdot B_n. \quad (46)$$

Здесь относительно t и t получено линейное неоднородное дифференциальное уравнение первого порядка с постоянными коэффициентами. Его общее решение имело вид

$$M_n = -\frac{\beta \cdot B_n}{\beta + k \left[(2n-1) \frac{\pi}{2l} \right]^2} + C_n \cdot e^{-\left\{ \beta + k \left[(2n-1) \frac{\pi}{2l} \right]^2 \right\} t}. \quad (47)$$

С помощью начальных условий (42) найдено C_n :

$$C_n = \frac{\beta \cdot B_n}{\beta + k \left[(2n-1) \frac{\pi}{2l} \right]^2} \quad (48)$$

Из (47) и (48) найдено

$$M_n(t) = \frac{\beta \cdot B_n}{\beta + k \left[(2n-1) \frac{\pi}{2l} \right]^2} \left[e^{-\left\{ \beta + k \left[(2n-1) \frac{\pi}{2l} \right]^2 \right\} t} - 1 \right]. \quad (49)$$

Таким образом, определена функция $F_2(x, t)$:

$$F_2 = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\beta \cdot B_n}{\beta + k \left[(2n-1) \frac{\pi}{2l} \right]^2} \left[e^{-\left\{ \beta + k \left[(2n-1) \frac{\pi}{2l} \right]^2 \right\} t} - 1 \right] \cos(2n-1) \frac{\pi}{2l} x \quad (50)$$

С помощью (11), (19), (40), (44) и (50) записано решение всей задачи:

$$\begin{aligned} T = & (T_w + q_0 \cdot l) - q_0 \cdot x + \\ & + \sum_{n=1}^{\infty} \left[(T_1 - T_w) z - \frac{8q_0 \cdot l}{\pi^2 (2n-1)^2} \right] \cdot e^{-\xi \cdot t} \cdot \cos \alpha x + \\ & + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\beta}{\xi} \left\{ (T_w - T_0) \cdot z + \frac{8q_0 \cdot l}{\pi^2 (2n-1)^2} \right\} \times [e^{-\xi \cdot t} - 1] \cdot \cos \alpha x, \end{aligned} \quad (51)$$

$$\text{где } \beta + k \left[(2n-1) \frac{\pi}{2l} \right]^2 = \xi, \quad (2n-1) \frac{\pi}{2l} = \alpha, \quad \frac{4(-1)^{n+1}}{\pi \cdot (2n-1)} = z.$$

Обсуждение результатов. Для сравнения данных, полученных по модели (51) с экспериментальными, проводили исследования на опытной вакуумной СВЧ – установке [7] (рис.1).

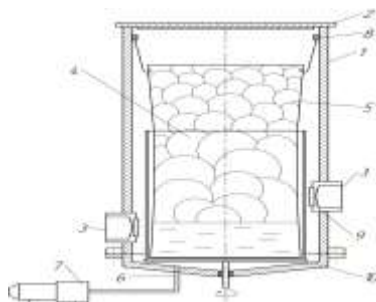


Рис. 1. Опытная вакуумная СВЧ – установка

Fig. 1. Experimental vacuum microwave installation

Установка состоит из корпуса 1, крышки с анти – конденсатным покрытием 2, СВЧ – излучателей 3, камеры 4, емкости для продукта 5, патрубка для подключения вакуумной системы 6, вакуумной системы 7, элементов крепления 8, технологических отверстий 9, поворотной платформы 10.

В качестве объекта исследований использовалась соевая суспензия в следующих диапазонах изменения режимных параметров: $N_{\text{свч}} = 600 - 2400$ Вт; $P_{\text{вак}} = 700$ Па; $m = 0,5 - 4$ кг.

При этом учитывались теплофизические и электрофизические характеристики соевой суспензии. По экспериментальным данным построена зависимость изменения температуры от времени $T=f(\tau)$ в середине слоя материала при $x = l/2$, в зоне контакта с поверхностью при $x = 0$, на поверхности материала при $x = l$ (рис.2).

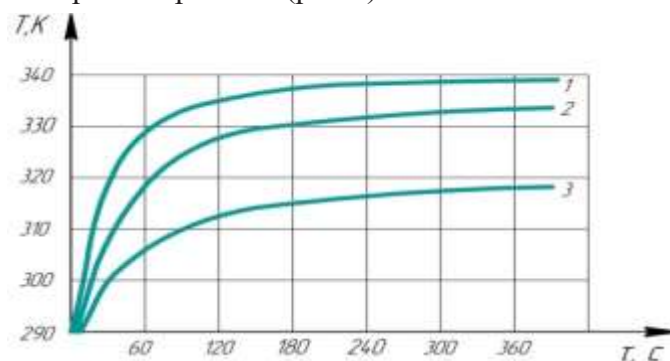


Рис. 2. Зависимость температуры материала от времени по высоте слоя

$N=2400$ Вт, $P_{\text{вак}}=700$ Па, $m=4$ кг

Fig. 2. Dependence of the temperature of the material on the height of the layer

$N=2400$ W, $P_{\text{vac}}=700$ Pa, $m=4$ kg

Численные расчеты на ЭВМ в среде Mathematica по формуле (51) позволили построить расчетные кривые изменения температуры в соевой суспензии и сопоставить их с экспериментальными кривыми (рис.3). Сравнение экспериментальных и математических данных показало погрешность моделирования не превышающую 10 – 12%.

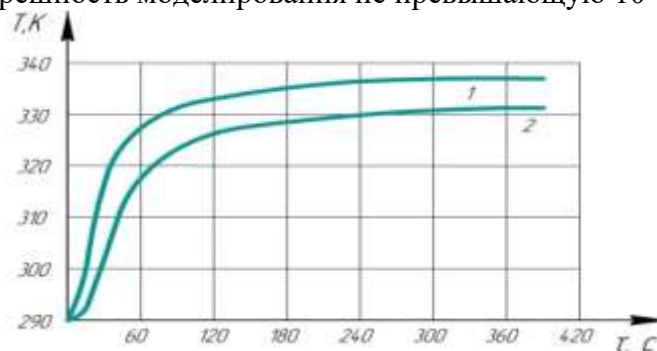


Рис. 3. Экспериментальная (1) и расчетная (2) кривые температуры

Fig. 3. Experimental and calculated temperature curve

Вывод. Исследование численных методов решения сформулированной задачи позволяет определять температуру в любой точке соевой суспензии с учетом теплофизических и электрофизических характеристик суспензии в широком диапазоне режимных параметров.

Библиографический список:

1. Журавлев А. В. Разработка конструкции вихревой сушильной камеры с СВЧ – энергоподводом [Текст] / А. В. Журавлев, Д. А. Казарцев, И. С. Юрова, Э. В. Рязских, Е. С. Бунин / Технологии пищевой и перерабатывающей промышленности АПК – продукты здорового питания. – 2014. – № 4 (4). – С. 68 – 74.
2. Хвостов А. А. Математическое обеспечение процесса вакуумной СВЧ – сушки как предначальная стадия создания САПР сушилок нового поколения [Текст] / А.А. Хвостов, В.И. Рязских, А.А. Шевцов, В.В. Ткач. / Вестник Дагестанского государственного технического университета. Технические науки. Том 49, №3, 2022. – С. 104 – 115.
3. Пат. № 2544406 РФ, МПК F26B 17/10, 3/347. Аппарат для сушки дисперсных материалов в закрученном потоке теплоносителя с СВЧ – энергоподводом [Текст] / Д. А. Казарцев, С. Т. Антипов, А. В. Журавлев, Д. А. Нестеров, А. В. Бородкина. – заявитель и патентообладатель: Воронеж. гос. ун – т. инж. технол. – № 2013150692, заявл. 14.11.2013, опубл. 20.03.2015. Бюл. № 8.
4. Пат. № 2425311 РФ, МПК F26B 17/10, 3/347. Вихревая сушильная камера для сушки дисперсного материала в закрученном потоке теплоносителя с СВЧ – энергоподводом [Текст] / С. Т. Антипов, Д. А. Казарцев, А. В. Журавлев, Е. С. Бунин, А. Ю. Баранов, И. С. Юрова. – заявитель и патентообладатель: Воронеж. гос. технол. акад. № 2010115946, заявл. 21.04.2010, опубл. 27.07.2011. Бюл. № 21.
5. Пат. № 2444689 РФ, МПК F26B 25/22. Способ автоматического управления процессом сушки пищевых продуктов в ленточной сушилке с использованием конвективного и СВЧ – энергоподвода / С. Т. Антипов, Д. А. Казарцев, А. В. Журавлев, Т. В. Калинина, И. С. Юрова, А. Б. Емельянов. –

- заявитель и патентообладатель: Воронеж. гос. технол. акад. – № 2010135851, заявл. 26.08.2010, опубл. 10.03.2012. Бюл. № 7.
6. Пат. на пол. модель № 159476 РФ, МПК G01R 21/02. Устройство для измерения удельной мощности электромагнитного поля СВЧ в объеме заполненным сыпучим либо жидким материалом [Текст] / Д. А. Будников, А. Н. Васильев, А. А. Васильев, А. А. Цымбал. – Заявитель и патентообладатель. – Федеральное государственное бюджетное научное Учреждение Всероссийский научно – исследовательский институт электрификации сельского хозяйства. – № 2015143412/28, заявл. 13.10.2015; опубл. 10.02.2016. Бюл. № 4.
 7. Пат. № 2755850 РФ, МПК F26B 9/06. Установка для вакуумной сушки [Текст] / С. В. Макеев, Е. С. Бунин, А. А. Шевцов, В. В. Ткач. – заявитель и патентообладатель: Воронеж. гос. ун – т. инж. технол. – № 2020141027, заявл. 14.12.2020, опубл. 22.09.2021. Бюл. № 27.
 8. Пат. № 2784271 РФ, МПК 26B 15/04. Вакуумная СВЧ – установка карусельного типа [Текст] / В. В. Ткач, А. А. Шевцов, И. Н. Тарашенко, А. М. Журавлев. – заявитель и патентообладатель: Федеральное государственное казенное военное образовательное учреждение высшего образования "Военный учебно-научный центр Военно – воздушных сил "Военно – воздушная академия имени профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина" (г. Воронеж) Министерства обороны Российской Федерации. – № 2021361133, заявл., 07.12.2021, опубл. 23.12.2022. Бюл. № 33.
 9. Пат. на пол. модель № 72536 РФ, МПК F26B 5/06 (2006.01). Вакуумная СВЧ – установка для лабораторных исследований процесса обезвоживания пищевых сред [Текст] /Г.О. Магомедов, С.В. Шахов, М.Г. Магомедов, В.В. Ткач, В.В. Новиков. – заявитель и патен-тообладатель: Г.О. Магомедов, С.В. Шахов, М.Г. Магомедов, В.В. Ткач, В.В. Новиков. – № 2007145105/22; заявл. 04.12.2007; опубл. 20.04.2008. Бюл. № 11.
 10. Orsat V., Vijaya G.S. Raghavan. Microwave technology for food processing. The Microwave Processing of Foods, July 2005, pp.105 – 118.
 11. Tong T.H., Lund, D.B. Microwave Heating of Baked Dough Products with Simultaneous Heat and Moisture Transfer. Journal of Food Engineering 19 (1993), 319 – 339 – 286.
 12. Bandita B. B., Sandeep J. Role of Food Microwave Drying in Hybrid Drying Technology. A Comprehensive Review of the Versatile Dehydration Processes, 2022, pp. 1 – 11.
 13. Bhargav K., Navnitkumar K. D. Drying of Food Materials by Microwave Energy. International Journal of Current Microbiology and Applied Sciences 9 (5): May 2020, pp.1950 – 1973.
 14. Pere C., Rodier E. Microwave vacuum drying of porous media: Experimental study and qualitative considerations of internal transfers. Chemical Engineering and Processing 41 (5), May 2002, pp. 427 – 436.
 15. Лыков А.В. Теория сушки / А. В. Лыков. – М.: Энергия, 1968. – 472 с.
 16. Рудобашта С.П. Математическое моделирование процесса сушки дисперсных материалов [Текст] / С. П. Рудобашта / Известия Академии наук. Энергетика. – 2000. – № 4. – С. 98 – 109.
 17. Ткач В.В. Постановка задачи моделирования процесса вакуумной СВЧ – сушки для определения температурных полей во вспененных суспензиях [Текст] / В. В. Ткач, Г. О. Магомедов, А. А. Шевцов// Вестник Дагестанского государственного технического университета. Технические науки. Том 50, №2, 2023– С. 153–159.
 18. Шипачев В.С. Высшая математика: Учеб. для немат. спец. вузов / Под ред. акад. А.Н. Гихонова. – 2-е. изд., стер. М.: Высш. шк, 1990. – 479 с., ил.
 19. Тихонов А.Н., Васильева А.Б., Свешников А.Г. Дифференциальные уравнения: Учебник для вузов. – 5-е изд., – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005.
 20. Холодова С.Е., Перегудин С.И. Специальные функции в задачах математической физики. – СПб: НИУ ИТМО, 2012. – 72 с.

References

1. Zhuravlev A.V. Development of the design of a vortex drying chamber with a microwave energy supply. A.V. Zhuravlev, D. A. Kazartsev, I. S. Yurova, E. V. Ryazhskikh, E. S. Bunin. *Technologies of the food and processing industry of the agro-industrial complex - healthy food products*. 2014;4 (4) 68-74. (In Russ)
2. Khvostov A. A. Mathematical support of the vacuum microwave drying process as a pre-initial stage of creating CAD dryers of a new generation [Text]. A.A. Khvostov, V.I. Ryazhskikh, A.A. Shevtsov, V.V. Tkach. *Herald of Daghestan State Technical University. Technical Sciences*. 2022; 49(3):104-115.(In Russ)
3. Pat. No. 2544406 of the Russian Federation, IPC F26B 17/10, 3/347. Apparatus for drying dispersed materials in a swirling coolant flow with a microwave power supply [Text] / D. A. Kazartsev, S. T. Antipov, A.V. Zhuravlev, D. A. Nesterov, A.V. Borodkina. – applicant and patent holder: Voronezh State University T. eng. technol. No. 2013150692, declared on 14.11.2013, published on 20.03.2015. Byul. No. 8. (In Russ)
4. Pat. No. 2425311 of the Russian Federation, IPC F26B 17/10, 3/347. Vortex drying chamber for drying dispersed material in a swirling coolant flow with a microwave power supply [Text] S.T. Antipov, D.A. Kazartsev, A.V. Zhuravlev, E.S. Bunin, A. Yu. Baranov, I.S. Yurova. applicant and patent holder: Voronezh. gos.technol.acad. No.2010115946, application No.21.04.2010, publ.27.07.2011.Byul.No.21.(In Russ)
5. Pat. No. 2444689 of the Russian Federation, IPC F26B 25/22. A method for automatic control of the drying

- process of food products in a belt dryer using convective and microwave power supply. S. T. Antipov, D. A. Kazartsev, A.V. Zhuravlev, T. V. Kalinina, I. S. Yurova, A. B. Emelyanov. applicant and patent holder: Voronezh.gos.technol.acad.No.2010135851, application.26.08.2010, publ.10.03.2012. Byul.No.7. (In Russ)
6. Pat. on the floor. Model No. 159476 RF, IPC G01R 21/02. A device for measuring the specific power of the microwave electromagnetic field in a volume filled with bulk or liquid material [Text] / D. A. Budnikov, A. N. Vasiliev, A. A. Vasiliev, A. A. Tsymbal. – Applicant and patent holder. – Federal State Budgetary Scientific Institution All – Russian Research Institute of Electrification of Agriculture. – No. 2015143412/28, declared on 13.10.2015; published on 10.02.2016. Byul. No. 4. (In Russ)
 7. Pat. No. 2755850 of the Russian Federation, IPC F26B 9/06. Installation for vacuum drying [Text] / S.V. Makeev, E. S. Bunin, A. A. Shevtsov, V. V. Tkach. – applicant and patent holder: Voro-nezh. gos. un – t. eng. technol. – No. 2020141027, declared on 12/14/2020, published on 09/22/2021. Byul. No. 27. (In Russ)
 8. Pat. No. 2784271 of the Russian Federation, IPC 26B 15/04. Vacuum microwave installation of the carousel type [Text] / V. V. Tkach, A. A. Shevtsov, I. N. Tarashchenko, A.M. Zhuravlev. – applicant and patent holder: Federal State State-owned Military Educational Institution of Higher Education "Military Training and Research Center of the Air Force "Air Force Academy named after Professor N.E. Zhukovsky and Yu.A. Garin" (Voronezh) of the Ministry of Defense of the Russian Federation. – No. 2021361133, application, 07.12.2021, publ. 23.12.2022. Byul. No. 33. (In Russ)
 9. Pat. on the floor. Model No. 72536 RF, IPC F26B 5/06 (2006.01). Vacuum microwave installation for laboratory studies of the process of dehydration of food media [Text] /G.O. Magomedov, S.V. Shakhov, M.G. Magomedov, V.V. Tkach, V.V. Novikov. – applicant and patent holder: G.O. Magomedov, S.V. Shakhov, M.G. Magomedov, V.V. Tkach, V.V. Novikov. – No. 2007145105/22; application 04.12.2007; publ. 20.04.2008. Byul. No. 11. (In Russ)
 10. Orsat V., Vijaya G.S. Raghavan. Microwave technology for food processing. The Microwave Processing of Foods, July 2005; 105 – 118.
 11. Tong T.H., Lund, D.B. Microwave Heating of Baked Dough Products with Simultaneous Heat and Moisture Transfer. Journal of Food Engineering 19 1993; 319 – 339 – 286.
 12. Bandita B. B, Sandeep J. Role of Food Microwave Drying in Hybrid Drying Technology. A Comprehensive Review of the Versatile Dehydration Processes, 2022; 1 – 11.
 13. Bhargav K., Navnitkumar K. D. Drying of Food Materials by Microwave Energy. International Journal of Current Microbiology and Applied Sciences 9 (5): May 2020; 1950 – 1973.
 14. Pere C., Rodier E. Microwave vacuum drying of porous media: Experimental study and qualitative considerations of internal transfers. Chemical Engineering and Processing 41 (5), May 2002; 427 – 436.
 15. Lykov A.V. Theory of drying. – M.: Energiya 1968; 471. (In Russ)
 16. Rudobashta S. P. Mathematical modeling of the drying process of dispersed materials [Text] / S. P. Rudobashta. *Proceedings of the Academy of Sciences. Energy*. 2000; 4: 98 – 109. (In Russ)
 17. Tkach V. V. Statement of the problem of modeling the process of vacuum microwave drying for determining temperature fields in foamed suspensions [Text] V. V. Tkach, G. O. Magomedov, A. A. Shevtsov. *Herald of Daghestan State Technical University. Technical Sciences* 2023; 50(2):153-159. (In Russ)
 18. Shipachev V.S. Higher mathematics: Studies for nemat. spec. universities. Ed. akad. A.N. Tikhonov. 2nd ed., ster. M.: Higher School, 1990; 479l. (In Russ)
 19. Tikhonov A.N., Vasilyeva A.B., Sveshnikov A.G. Differential equations: Textbook for universities. 5th ed., – M.: FIZMATLIT, 2005. (In Russ)
 20. Kholodova S.E., Peregudin S.I. Special functions in problems of mathematical physics. – St. Petersburg: NIU ITMO, 2012; 72. (In Russ)

Сведения об авторах:

Ткач Владимир Владимирович, кандидат технических наук, доцент кафедры общепрофессиональных дисциплин; tkachbalian@yandex.ru

Магомедов Газибег Омарович, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой «Технологии хлебопекарного, кондитерского, макаронного и зерноперерабатывающего производств»; gazibeck.magomedov@yandex.ru

Шевцов Александр Анатольевич, доктор технических наук, профессор, профессор кафедры общепрофессиональных дисциплин; shevalol@rambler.ru

Information about authors:

Vladimir V. Tkach, Cand. Sci. (Eng.), Assoc. Prof., Department of general professional disciplines; tkachbalian@yandex.ru

Gazibeg O. Magomedov, Dr. Sci. (Eng.), Prof., Head. Department of Technologies of bakery, confectionery, pasta and grain processing industries; gazibeck.magomedov@yandex.ru

Alexander A. Shevtsov, Dr. Sci. (Eng.), Prof., Prof, Department of general professional disciplines; shevalol@rambler.ru

Конфликт интересов / Conflict of interest.

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов/The authors declare no conflict of interest.

Поступила в редакцию/ Received 25.09.2023.

Одобрена после рецензирования / Revised 17.10.2023.

Принята в печать /Accepted for publication 17.10.2023.