

СТРОИТЕЛЬСТВО И АРХИТЕКТУРА
BUILDING AND ARCHITECTURE

УДК 69.058

DOI:10.21822/2073-6185-2023-50-1-161-166

Оригинальная статья /Original Paper

Расчет несущей способности изгибаемых плит с учетом диаграмм деформирования бетона

А.Я. Джанкулаев, О.М. Шогенов, З.Р. Лихов, А.М. Казиев, И.А. Блянихов

Кабардино-Балкарский государственный университет,
360004, г. Нальчик, ул. Чернышевского, 173, Россия

Резюме. Цель. Исследуется влияние характера ниспадающей ветви диаграмм сжатия и растяжения бетона на предельную несущую способность изгибаемых сечений железобетонных конструкций при различных условиях нагружения близких к разрушению по нелинейной модели методом конечных элементов. **Метод.** Применен метод конечных элементов в физически нелинейной постановке с использованием деформационной теории Н.И.Карпенко. Диаграммы деформирования используются с различной крутизной ниспадающей ветви. Расчеты выполняются шаговым итерационным методом последовательных нагружений по слоистой модели. **Результат.** Произведен численный расчет плитных железобетонных элементов при различных условиях физической нелинейности бетона. **Вывод.** Обнаружено незначительное влияние крутизны ниспадающей ветви на несущую способность плитных изгибаемых конструкций. Использование упрощенных диаграммных зависимостей оправдано для проведения численных расчетов по нелинейной модели.

Ключевые слова: диаграмма деформирования бетона, метод конечных элементов, слоистая модель

Для цитирования: А.Я. Джанкулаев, О.М. Шогенов, З.Р. Лихов, А.М.Казиев, И.А.Блянихов. Расчет несущей способности изгибаемых плит с учетом диаграмм деформирования бетона. Вестник Дагестанского государственного технического университета. Технические науки. 2023; 50(1):161-166. DOI:10.21822/2073-6185-2023-50-1-161-166

Calculation of the load-bearing capacity of the bent plates taking into account the diagrams of concrete deformation

A.Y. Dzhankulaev, O.M. Shogenov, Z.R. Likhov, A.M. Kaziev, I.A. Blyanikhov

H.M. Berbekov Kabardino-Balkarian State University,
173 Chernyshevsky St., Nalchik 360004, Russia

Abstract. Objective. The influence of the nature of the descending branch of concrete compression and stretching diagrams on the ultimate load-bearing capacity of bent cross-section reinforced concrete structures under various loading conditions close to destruction according to the nonlinear finite element model is investigated. **Method.** The solution is performed by the finite element method in a physically nonlinear formulation using N.I.Karpenko's deformation theory. Deformation diagrams are used with different steepness of the descending branch. Calculations are performed by a step-by-step iterative method of successive loads on a layered model. **Result.** The results of numerical calculation of slab reinforced concrete elements under various conditions of physical nonlinearity of concrete are presented. **Conclusion.** The insignificant influence of the steepness of the descending branch on the load-bearing capacity of plate bendable structures has been found and the use of simplified diagram dependencies is fully justified for numerical calculations using a nonlinear model.

Keywords: concrete deformation diagram, finite element method, layered model

For citation: A.Y. Dzhankulaev, O.M. Shogenov, Z.R. Likhov, A.M.Kaziev, I.A.Blyanikhov. Calculation of the load-bearing capacity of the bent plates taking into account the

diagrams of concrete deformation. Herald of the Daghestan State Technical University. Technical Science. 2023; 50(1):161-166. DOI:10.21822/2073-6185-2023-50-1-161-166

Введение. В последние годы наиболее популярным стал деформационный метод для расчета железобетонных конструкций с использованием полных диаграмм деформирования бетона и арматуры, что обеспечивает высокую точность расчета прочностных и деформативных параметров различных конструкций. Расчет железобетонных элементов на прочность по нелинейной деформационной модели производят на основе диаграмм осевого сжатия бетона, растяжения арматуры и гипотез плоских сечений или прямых нормалей. Связь между деформациями и напряжениями в диаграммах деформирования осуществляется по результатам испытаний стандартных образцов (призм, цилиндров) для бетона под нагрузкой сжатия, а арматуры при растяжении. Нормативные документы рекомендуют в качестве расчетных, аппроксимирующих экспериментальные кривые деформирования бетона, стальной арматуры и устанавливающих связь между относительными деформациями и напряжениями, разные виды диаграмм: упрощенные, криволинейные, рабочие кусочно-линейные, соответствующие механическим свойствам материалов.

Процесс расчета сводится к выделению по высоте сечения элементарных участков и, используя аналитические связи между напряжениями и деформациями в диаграммах деформирования материалов, для каждого участка формируются значения средних напряжений. Переход от напряжений к внутренним обобщенным усилиям выполняется с помощью количественного суммирования усилий от напряжений по толщине сечения элемента и после проверки условия равновесия в физических соотношениях вычисляются внутренние усилия, величина которых не должна превосходить усилий от внешних воздействий.

Постановка задачи. Для расчета практических деформаций бетона и арматуры от внешней нагрузки, решается нелинейная задача методом последовательных приближений (итераций) или в приращениях до выполнения условия равновесия усилий в сечении с заданной точностью по контролируемому параметру. Если максимальные относительные деформации от внешней нагрузки не превышают нормируемых значений предельных относительных деформации бетона на сжатие и арматуры на растяжение, то прочность сечения обеспечивается. При деформациях выше предельных значений соответствующий элемент бетона или стержень арматуры уменьшает свой вклад в работу по нисходящей ветви и, условие прочности удовлетворяется при перераспределении напряжений. Когда при заданных параметрах сечения необходимо определить значения предельных усилий, в практике проектирования выполняются проверочные расчеты. Материалы бетон и арматура имеют различные деформационные и прочностные характеристики.

По этой причине к предельным деформациям арматура и бетон приходят не одновременно, и определение материала ответственного за разрушение сечения в целом происходит в процессе итерационного расчета. Соотношения между параметрами в предельном состоянии устанавливаются из условия равенства равнодействующих усилий в бетоне сжатой зоны с фактической и рекомендуемой нормами эпюрами напряжений в зависимости от вида используемых в расчетах диаграмм бетона.

Методы исследования. Диаграммы деформирования бетона являются исходной базой для построения нелинейных моделей расчета железобетонных конструкций. Начальными являются диаграммы деформирования бетона при кратковременном нагружении. Их аналитические зависимости трансформируются на предмет учета различных факторов, влияющих на работу бетона: не одноосное напряженно-деформированное состояние, деформаций ползучести, повышенная температура, усадка, трещины, ползучесть и т.д. Известные аналитические выражения диаграмм σ - ϵ для бетона на восходящей ветви практически совпадают. Однако на нисходящей части диаграмм нет такого совпадения мнений у исследователей. Предлагаются различные варианты этой части диаграммы от ее обрыва до бесконечности с различной крутизной. В данной работе выбран второй тип диаграммы и анализируется влияние характера ниспадающей ветви диаграммы σ - ϵ бетона

на несущую способность железобетонных изгибаемых элементов. Расчет ведется методом конечных элементов. Нелинейность учитывается шаговым итерационным способом согласно слоистой модели расчета. Аналитические выражения для диаграмм записываются применительно к расчету конструкций по предельным состояниям второй группы. Если расчет ведется по предельным состояниям первой группы, то во всех формулах характеристики бетона R_{bser} , R_{btser} , ε_{bser} , ε_{btser} заменяются на R_b , R_{bt} , ε_b , ε_{bt} . Согласно рекомендациям НИИЖБ в расчетах конструкций на кратковременное действие возрастающей нагрузки в качестве исходной диаграммы одноосного сжатия или растяжения бетона, если нет специальных указаний или ограничений на время действия нагрузки и режим ее приложения, следует принимать диаграмму, получаемую при одноосном нагружении стандартных образцов - призм с постоянными скоростями роста деформаций для отрезка времени до вершины диаграммы [1-13]. Физико-механические свойства стальной арматуры и вид ее диаграммы определялись согласно [1]. Из физических соображений представляется очевидным, что чем больше предельная деформация бетона при разрыве (или предельная растяжимость бетона ε_{bt}), тем большим должно быть сопротивление конструкции образованию трещин и дальнейшему разрушению. В работе [13] предлагается зависимость для коэффициента изменения секущего модуля упругости бетона, которая базируется на минимальном числе физико-механических характеристик бетона. Она охватывает области сжатия и растяжения бетона и удобна при создании различных нелинейных расчетных моделей железобетонных конструкции [14-20]. В общем случае все предлагаемые исследователями виды диаграмм удовлетворяют следующим трем условиям:

$$\begin{aligned} \text{При } \varepsilon = 0 \quad E_{сек} &= E_b; \\ \text{При } \varepsilon = \varepsilon_R \quad \sigma &= R; \\ \text{При } \varepsilon = \varepsilon_R \quad \sigma' &= 0. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь E – начальный модуль упругости бетона; R – прочность бетона на сжатие R_b при $\varepsilon < 0$, прочность бетона на растяжение R_{bt} при $\varepsilon > 0$; ε_R – относительная деформация сжатия ε_b в вершине диаграммы при $\varepsilon < 0$, относительная деформация растяжения ε_{bt} в вершине диаграммы при $\varepsilon > 0$; ε – текущая относительная деформация бетона.

Уравнение диаграммы σ - ε , выбранное для расчетных экспериментов и анализа их результатов предполагается в виде функции и имеет формулу, предложенную в работах [2,5]:

$$\sigma = \frac{\varepsilon}{a + b\varepsilon + c\varepsilon^t} \quad (2)$$

Функция (2) выражена только через переменную текущую относительную деформацию ε . Восходящая и нисходящая ветви диаграммы бетона, как при сжатии, так и при растяжении описываются одним уравнением. Это удобно при организации нелинейных вычислительных расчетов разными численными методами. Неизвестные параметры **a, b, c** удобно находить из условий (1) средствами символьного программирования Matlab. Характер диаграммы σ - ε регулируется параметром t . Причем t принимает по математическим соображениям только четные значения. Чем больше его значение, тем круче ниспадающая ветвь. Здесь мы ограничились двумя уровнями крутизны ниспадающей ветви.

Для $t=2$ получаем: $a=1/E_b$, $b=(E_b\varepsilon_R-2R)/(RE_b\varepsilon_R)$, $c=1/(E_b\varepsilon_R^2)$.

Диаграмма (рис. 1,а) имеет пологую нисходящую ветвь и достаточно хорошо согласовывается с предложениями Н.И.Карпенко и Д.Р.Маиляна [1,4]. При $t=4$ получаем диаграмму с более крутой нисходящей ветвью (рис. 1,б). Параметры **a, b, c** уравнения (2) принимаются равными: $a=1/E_b$, $b=(3E_b\varepsilon_R-4R)/(3RE_b\varepsilon_R)$, $c=1/(3E_b\varepsilon_R^4)$.

Надо отметить, что до уровня деформации ε_R в вершине диаграммы практически одинаковы, разница составляет всего 2%. За пределами вершины диаграммы эта разница начинает увеличиваться и составляет: 2,5% при $\varepsilon=1,5\varepsilon_R$ и 8% при $\varepsilon=2\varepsilon_R$.

Эти две диаграммы использовались для дальнейших численных экспериментов.

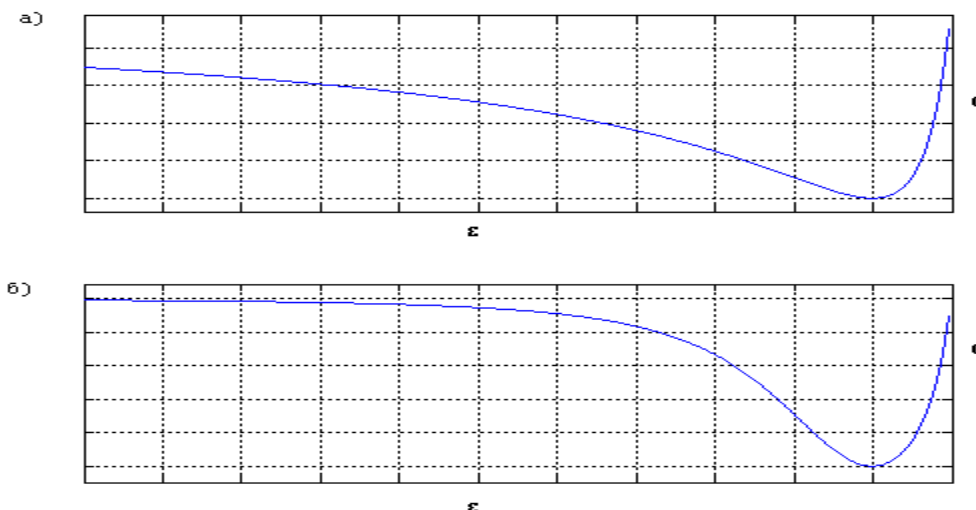


Рис. 1. Диаграммы зависимости σ - ϵ

Fig. 1. Dependency diagrams σ - ϵ

Обсуждение результатов. Численные расчеты проводились на железобетонных сплошных плитных элементах разной толщины при различных условиях по краям и характеристиках бетона. Деформационные характеристики вычислялись по слоистой модели. Расчетные эксперименты проводились конечными элементами, предложенными в работе [10] и показали, что в момент разрушения наибольшие деформации в бетоне не превышают обычно $1.5\epsilon_R$. Влияние крутизны ниспадающей ветви, предложенных выше диаграмм σ - ϵ бетона, на несущую способность железобетонных сечений было незначительно и составляло от 1% для сечений толстых плит до 1.7% для более тонких плит. Однако надо отметить, что здесь использовались одномерные диаграммы без их трансформации [15] на предмет учета двумерной или трехмерной работы бетона в различных точках конструкции. А в алгоритмах такой трансформации важно иметь единую математическую зависимость на всем диапазоне деформирования материала.

Вывод. Таким образом, железобетонное сечение разрушается в проведенных численных экспериментах по данной модели раньше, чем начинает проявляться различие крутизны нисходящей ветви диаграммы бетона. В таком случае использование упрощенных диаграммных зависимостей вполне оправдано для проведения численных расчетов по нелинейной модели.

Библиографический список:

1. Карпенко Н.И., Мухамедиев Т.А., Петров А.Н. Исходные и трансформированные диаграммы деформирования бетона и арматуры // Напряженно-деформированное состояние бетонных и железобетонных конструкций. - М.: НИИЖБ Госстроя СССР, 1986. - с. 7-25.
2. Карпенко Н.И. К совершенствованию диаграмм деформирования бетона для определения момента трещинообразования и разрушающего момента в изгибаемых железобетонных элементах / Н.И. Карпенко, О.В. Радайкин / Строительство и реконструкция. – 2010 - №3 (41) – с. 10-16.
3. Карпенко Н.И. К определению деформаций изгибаемых железобетонных элементов с использованием диаграмм деформирования бетона и арматуры / Н.И. Карпенко, Б.С. Соколов, О.В. Радайкин / Теория инженерных сооружений. Строительные конструкции. – 2012 - №2 (40) – с. 11-1911
4. Карпенко Н.И. К построению методики расчета стержневых элементов на основе диаграмм деформирования материалов. Н.И. Карпенко, Т.А. Мухамедиев, М.А. Сапожников // Совершенствование методов расчета статически неопределимых железобетонных конструкций. – М.: 1987. – С. 4-24.13
5. Карпенко Н.И. К построению обобщенной зависимости для диаграммы деформирования бетона [Текст] / Н.И. Карпенко // Строительные конструкции. – Минск, 1983. – С. 164-173.12
6. Карпенко Н.И. К расчету прочности, жесткости и трещиностойкости внецентренно сжатых железобетонных элементов с применением нелинейной деформационной модели / Н.И. Карпенко, Б.С. Соколов, О.В. Радайкин / Известия КГАСУ. – 2013 - № 4 (26) – с. 113-120.25

7. Карпенко Н.И. К совершенствованию диаграмм деформирования бетона для определения момента трещинообразования и разрушающего момента в изгибаемых железобетонных элементах / Н.И. Карпенко, О.В. Радайкин / Строительство и реконструкция. – 2010 - №3 (41) – с. 10-16.15
8. Карпенко Н.И. Общие модели механики железобетона. – М.: Стройиздат, 1996. – 416 с.9
9. Карпенко С.Н. О построении связей между приращениями напряжений и деформаций на основе различных диаграмм Вестник гражданских инженеров. – СПбГАСУ. – 2010. – №1.14
10. Dzhankulayev, A.Y., Likhov, Z.R., Shogenov, O.M. The Finite Element of the Plate with the Account of the Transformation of the Cross Section and the Nonlinear Foundation. Conference: 2018 IEEE International Conference "Quality Management, Transport and Information Security, Information Technologies" (IT&QM&IS). 2018. Vol. 8525048.
11. Джанкулаев А.Я., Карпенко Н.И. Методика учета объемного напряженно-деформированного состояния в расчетах железобетонных плит. Материалы 29-ой международной конференции в области бетона и железобетона. – М.: Стройиздат. – 1992.
12. Джанкулаев А.Я. Диаграмма деформирования бетона // Вестник КБГУ. Серия Технические науки. Выпуск 5.-Нальчик: Каб.-Балк. ун-т., 2003.-с.101-103.
13. Джанкулаев А.Я. Моделирование диаграммы деформирования бетона в системе MATLAB. Гутов А.А., Карданов М.М., Машуков И.К., Кабло М. Университетский научный сборник №3. Нальчик: КБГУ, 2019
14. Finite element calculation model of the piled rafts. IOP Conference Series: Materials Science and Engineering 913(3),032054. Dzhankulayev, A.J., Guenko, N.A., Dzhankulayev, A.A., Dyshekov, H.M.
15. Д.Р. Маилян., К.В. Кургин. О необходимости трансформации базовой аналитической зависимости " σ_b - ϵ_b " бетона // Инженерный вестник Дона, №4 (2011) ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4y2011/712.
16. Ерышев В.А. Численные методы расчета прочности железобетонных элементов по нелинейной деформационной модели с использованием диаграмм деформирования материалов / В.А. Ерышев / Вестник НГИЭИ. – 2018 - № 6 (85) – с. 17-26.31
17. З.Р. Лихов, В.Х. Хуранов, М.И. Бжахов, А.Я. Джанкулаев. Учет полных диаграмм деформирования материалов в алгоритме расчета изгибаемых железобетонных элементов. Научно-технический вестник Поволжья. №6 2014г. – Казань. с.213-218.
18. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике. — М.: Мир, 1975. 542 с.
19. Бате К., Р. Вилсон. Численные методы анализа и метод конечных элементов – М.: Стройиздат, 1982. – 448 с.
20. Никулина Ю.А., С.И. Пирко, В.В. Кочерженко. Особенности применения нелинейной и упрощенной деформационных расчетных моделей для определения прочности изгибаемых железобетонных элементов прямоугольного сечения. Наука и инновации в строительстве. – 2017 – с. 82-89

References:

1. Karpenko N.I., Mukhamediev T.A., Petrov A.N. Initial and transformed diagrams of concrete and reinforcement deformation. *The stress-strain state of concrete and reinforced concrete structures*.-M.:NIIZHB Gosstroy of the USSR, 1986;7-25. [In Russ]
2. Karpenko N.I. To improve the diagrams of concrete deformation to determine the moment of cracking and the breaking moment in bent reinforced concrete elements / N.I. Karpenko, O.V. Radaykin. *Construction and reconstruction*. 2010; 3 (41):10-16. [In Russ]
3. Karpenko N.I. To the definition of deformations of bent reinforced concrete elements using diagrams of concrete and reinforcement deformation. N.I. Karpenko, B.S. Sokolov, O.V. Radaykin. *Theory of engineering structures. Building structures*. 2012; 2 (40): 11-1911[In Russ]
4. Karpenko N.I. To the construction of methods for calculating core elements based on diagrams of deformation of materials [Text]N.I. Karpenko, T.A. Mukhamediev, M.A. Sapozhnikov. *Improvement of methods for calculating statically indeterminate reinforced concrete structures*. M.: 1987; 4-24.13[In Russ]
5. Karpenko N.I. On the construction of a generalized dependence for the concrete deformation diagram [Text] / N.I. Karpenko. *Building structures*. Minsk, 1983; 164-173.12[In Russ]
6. Karpenko N.I. To the calculation of strength, stiffness and crack resistance of non-centrally compressed reinforced concrete elements using a nonlinear deformation mode.N.I. Karpenko, B.S. Sokolov, O.V. Radaykin *Izvestiya KGASU*. 2013;4 (26): 113-120.25[In Russ]
7. Karpenko N.I. To the improvement of concrete deformation diagrams for determining the moment of cracking and breaking moment in bent reinforced concrete elements. N.I. Karpenko, O.V. Radaykin. *Construction and reconstruction*. 2010; 3 (41):10-16.15[In Russ]
8. Karpenko N.I. General models of reinforced concrete mechanics. M.: *Stroyizdat*, 1996;416[In Russ]
9. Karpenko S.N. On the construction of connections between stress and strain increments based on various diagrams [Text] *Bulletin of Civil Engineers*. SPbGASU. 2010;1.14[In Russ]
10. Dzhankulayev, A.Y., Likhov, Z.R., Shogenov, O.M. The Finite Element of the Plate with the Account of the Transformation of the Cross Section and the Nonlinear Foundation. Conference: 2018 IEEE Interna-

- tional Conference "Quality Management, Transport and Information Security, Information Technologies" (IT&QM&IS). 2018; 8525048.
11. Dzhankulaev A.Y., Karpenko N.I. Methods of accounting for the volumetric stress-strain state in the calculations of reinforced concrete slabs. Materials of the 29th International Conference in the field of concrete and reinforced concrete. Moscow: Stroyizdat. 1992. [In Russ]
 12. Dzhankulaev A.Y. Diagram of concrete deformation. *Bulletin of the KBSU. Series of Technical Sciences. Issue 5.*-Nalchik: Kab.-Balk. un-T., 2003;101-103. [In Russ]
 13. Dzhankulaev A.Y. Modeling of the concrete deformation diagram in the MATLAB system. Gutov A.A., Kardanov M.M., Mashukov I.K., Kablo M. *University Scientific Collection Nalchik*: KBSU, 2019;3 [In Russ]
 14. Finite element calculation model of the piled rafts. IOP Conference Series: Materials Science and Engineering 913(3), 032054. Dzhankulayev, A.J., Guenko, N.A., Dzhankulayev, A.A., Dyshekov, H.M.
 15. D.R. Mailyan., K.V. Kurgin. On the need to transform the basic analytical dependence "ob-eb" of concrete. *Engineering Bulletin of the Don*, 2011; 4.ivdon.ru/ru/magazine/archive / n4y2011/712. [In Russ]
 16. Yeryshev V.A. Numerical methods for calculating the strength of reinforced concrete elements using a nonlinear deformation model using material deformation diagrams. *Bulletin of the NGIEI*. 2018;6 (85):17-26.31 [In Russ]
 17. Z.R. Likhov, V.H. Khuranov, M.I. Bzhakhov, A.Ya. Dzhankulaev. Accounting of complete diagrams of deformation of materials in the calculation algorithm of bent reinforced concrete elements. *Scientific and Technical Bulletin of the Volga region*. Kazan. 2014;62:13-218. [In Russ]
 18. Zenkevich O. Finite element method in engineering. M.: Mir, 1975; 542. [In Russ]
 19. Bate K., R. Wilson. Numerical methods of analysis and the finite element method. M.: Stroyizdat, 1982; 448. [In Russ]
 20. Nikulina Yu.A., S.I. Pirko, V.V. Kocherzhenko. Features of the application of nonlinear and simplified deformation calculation models for determining the strength of bent reinforced concrete elements of rectangular cross-section. *Science and Innovation in Construction*. 2017; 82-89 [In Russ]

Сведения об авторах:

Джанкулаев Амерхан Яхьяевич, кандидат технических наук, доцент кафедры строительных конструкций и механики; dzhankulaevaj@yandex.ru

Шогенов Олег Мухамедович, кандидат технических наук, доцент кафедры строительных конструкций и механики; admn5@mail.ru

Лихов Залимхан Русланович, кандидат технических наук, доцент кафедры строительных конструкций и механики; zalimhan@mail.ru

Казиев Аслан Мугазович, кандидат технических наук, доцент кафедры строительных конструкций и механики; kaziev1969@mail.ru

Блянихов Ислам Адамович, магистрант кафедры строительных конструкций и механики; iblyanickhov@gmail.com

Information about the authors:

Amerhan Y. Dzhankulaev, Cand. Sci. (Eng.), Assoc. Prof., Department of Building Structures and Mechanics; dzhankulaevaj@yandex.ru

Oleg M. Shogenov, Cand. Sci. (Eng.), Assoc. Prof., Department of Building Structures and Mechanics; admn5@mail.ru

Zalimhan R. Likhov, Cand. Sci. (Eng.), Assoc. Prof., Department of Building Structures and Mechanics; zalimhan@mail.ru

Aslan M. Kaziyeu, Cand. Sci. (Eng.), Assoc. Prof., Department of Building Structures and Mechanics; kaziev1969@mail.ru

Islam A. Blyanikhov, Master's student, Department of Building Structures and Mechanics; iblyanickhov@gmail.com

Конфликт интересов / Conflict of interest.

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов/The authors declare no conflict of interest.

Конфликт интересов/Conflict of interest.

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов/The authors declare no conflict of interest.

Поступила в редакцию/ Received 11. 12.2022.

Одобрена после рецензирования / Reviced 10.01.2023.

Принята в печать /Accepted for publication 10.01.2023.