

СТРОИТЕЛЬСТВО И АРХИТЕКТУРА
BUILDING AND ARCHITECTURE

УДК 624.071.22

DOI:10.21822/2073-6185-2022-49-4-169-176

Оригинальная статья /Original Paper

**Применение условной оптимизации для определения допустимых нагрузок
на изгибно-жесткие нити**

Д.А. Тарасов

Пензенский государственный университет,
440026, г. Пенза, ул. Красная, 40, Россия

Резюме. Цель. Целью исследования является разработка методики определения допустимых нагрузок на существующие конструктивные элементы, расчетной моделью которых является изгибно-жесткая нить, исходя из требований прочности и жесткости ввиду изменившихся условий эксплуатации конструкций. **Метод.** В основу исследования положено математическое моделирование задачи условной оптимизации. В качестве целевой функции выступает полная потенциальная энергия деформации нити, обладающей некоторой изгибной жесткостью. При этом накладываются ограничения по прочности, жесткости и условию неразрывности деформаций. Используются положения теории сопротивления материалов, а также аппарата интегрального и дифференциального исчисления функций одной или нескольких переменных. **Результат.** Проведена оценка адекватности результатов, получаемых с помощью разработанной методики. Выполнен численный эксперимент по определению значения допустимой равномерно-распределенной нагрузки и соответствующему распределению напряжений и деформаций по длине нити конечной жесткости с заданными физическими и геометрическими параметрами. Установлено, что расхождения в значениях результатов, полученных с помощью предложенной технологии моделирования и коммерческой системы автоматизированного проектирования и расчета ЛИРА 10.8, реализованной на общепризнанном методе конечных элементов, составляют не более 5%. **Вывод.** Разработанная методика позволяет ставить и решать задачи по определению предельных нагрузок на изгибно-жесткие нити, исходя из допускаемых напряжений и деформаций, в отличие от существующих коммерческих систем компьютерного моделирования, решающих исключительно прямые задачи по определению напряженно-деформированного состояния различного рода конструкций. Методика может найти применение на стадии обследования большепролетных покрытий при реконструкции общественных зданий и инженерных сооружений.

Ключевые слова: условная оптимизация, допустимая нагрузка, изгибно-жесткая нить, обратная задача, геометрическая нелинейность, расчет по деформированной схеме

Для цитирования: Д.А. Тарасов. Применение условной оптимизации для определения допустимых нагрузок на изгибно-жесткие нити. Вестник Дагестанского государственного технического университета. Технические науки. 2022; 49(4):169-176. DOI:10.21822/2073-6185-2022-49-4-169-176

**Applying conditional optimization to determine the allowable loads
on flexurally rigid threads**

D.A. Tarasov

Penza State University,
40 Krasnaya Str., Penza 440026, Russia

Abstract. Objective. Development of a methodology for determining the allowable loads on existing structural elements, the design model of which is a flexural-rigid thread, based on the requirements of strength and rigidity due to the changed operating conditions of structures. **Method.** This study is based on mathematical modeling of the problem of conditional optimization. The objec-

tive function is the total potential energy of deformation of a thread with some flexural rigidity. In this case, restrictions are imposed on strength, rigidity, and the condition of continuity of deformations. At the same time, to achieve this goal, the provisions of the strength of materials, as well as the apparatus of integral and differential calculation of functions of one or more variables, were used. **Result.** An assessment of the adequacy of the results obtained using the developed methodology was carried out. A numerical experiment was performed to determine the value of the allowable uniformly distributed load and the corresponding distribution of stresses and strains along the length of a thread of finite stiffness with given physical and geometric parameters. It has been established that the discrepancies in the values of the results obtained using the proposed modeling technology and the commercial computer-aided design and calculation system LIRA 10.8, implemented on the generally recognized finite element method, are no more than 5%. **Conclusion.** The developed technique allows setting and solving problems of determining the ultimate loads on flexural-rigid threads, based on the allowable stresses and strains, in contrast to existing commercial computer simulation systems that solve exclusively direct problems of determining the stress-strain state of various types of structures. It can be used at the stage of inspection of large-span coatings in the reconstruction of public buildings and engineering structures.

Keywords: conditional optimization, permissible load, flexural-rigid thread, inverse problem, geometric nonlinearity, calculation by deformed scheme

For citation: D.A. Tarasov. Applying conditional optimization to determine the allowable loads on flexurally rigid threads. Herald of Daghestan State Technical University. Technical Sciences. 2022; 49(4):169-176. (In Russ.) DOI:10.21822/2073-6185-2022-49-4-169-176

Введение. В настоящее время в строительной практике при реконструкции зданий и инженерных сооружений довольно часто меняется функциональное назначение объекта, а соответственно его объемно-планировочные и конструктивные решения [1]. Это приводит к изменению эксплуатационных нагрузок, а также геометрических характеристик и вариантов сопряжения несущих элементов. Безусловно, в таком случае меняются расчетные модели составных частей рассматриваемых механических систем а, следовательно, и распределение напряжений и деформаций по их длине. Наряду с этим в результате обследования могут уточняться физико-механические характеристики материалов использованных при строительстве. Такого рода изменения в условиях работы конструкций требуют оценки предельных нагрузок, способных воспринимать существующими элементами, исходя из допускаемых напряжений и деформаций, за пределами которых невозможна нормальная эксплуатация объекта в дальнейшем [2, 3].

Постановка задачи. Необходимо разработать методику, позволяющую определять допустимую нагрузку на изгибно-жесткую нить, исходя из требований прочности и жесткости. Под допустимой нагрузкой понимается нагрузка, при действии которой в заданной точке по длине нити в наиболее напряженном крайнем волокне сечения нормальные напряжения достигают значения предела текучести материала, либо вертикальные перемещения становятся равны заданному пределу. В свою очередь под изгибно-жесткой нитью понимается элемент, при внешнем силовом воздействии совмещающий в себе работу гибких нитей, способных сопротивляться исключительно растяжению, и балок, работающих только на изгиб [4, 5].

Предметом исследования является методика, позволяющая достичь поставленной цели. Объектом исследования выступают конструктивные элементы, обеспечивающие общую прочность большепролетных покрытий общественных зданий и инженерных сооружений, расчетной моделью которых является изгибно-жесткая нить [6, 7, 8].

Методы исследования. Рассмотрим представленную на рис. 1 нить, сечением A , с первоначальным провесом f_0 в середине пролета l , имеющую определенную изгибную жесткость $E \cdot J$. Равномерно-распределенная нагрузка q действует на произвольном участке шириной d по длине рассматриваемого элемента. Горизонтальные перемещения крайних сечений изгибно-жесткой нити ограничены упругоподатливыми опорами с жесткостью i . Хорда AB , соединяю-

щая точки крепления расположена к горизонту под углом β .

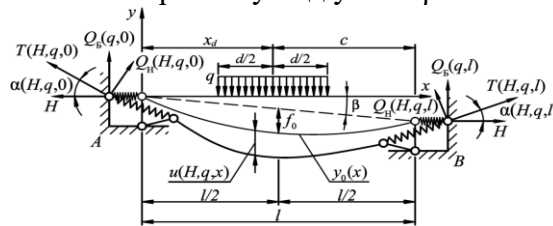


Рис.1. Расчетная модель изгибно-жесткой нити
Fig.1. Calculation model of a flexural-rigid thread

В качестве целевой функции примем полную потенциальную энергию деформации изгибно-жесткой нити [9, 10, 11]. В параметры целевой функции, наряду с максимально-допустимой нагрузкой q , необходимо добавить распор H . Ввиду того, что нить конечной жесткости совмещает в себе свойства гибких нитей, то в ней при внешнем силовом воздействии возникает распор, непосредственно зависящий от деформированного состояния рассматриваемого элемента, которое в свою очередь, вызвано искомой предельной нагрузкой. Целевая функция примет вид [12]:

$$U(H, q) = \int_0^l \frac{M_H(H, q, x)^2}{2 \cdot E \cdot J} dx + \int_0^l \frac{T(H, q, x)^2}{2 \cdot E \cdot A} dx + \int_0^l \frac{k \cdot Q_H(H, q, x)^2}{2 \cdot G \cdot A} dx \rightarrow \max, \quad (1)$$

где H – распор, Н; q – равномерно-распределенная нагрузка, Н/м; l – пролет, м; $M_H(H, q, x)$ – функция изгибающего момента, Н·м; x – текущая абсцисса, м; E – модуль упругости материала, Па; J – момент инерции сечения, м⁴; $T(H, q, x)$ – функция растягивающего продольного усилия, Н; A – площадь поперечного сечения, м²; k – коэффициент характеризующий форму поперечного сечения; $Q_H(H, q, x)$ – функция поперечной силы, Н; G – модуль сдвига, Па.

При этом аргументы целевой функции должны удовлетворять ограничению по прочности в виде неравенства [13]:

$$\sigma(H, q, x_1) \leq \sigma_T, \quad (2)$$

где $\sigma(H, q, x_1)$ – значение функции нормальных напряжений в заданном сечении с абсциссой x_1 , Па; σ_T – предел текучести материала, Па.

Вместе с тем может накладываться ограничение по допустимым вертикальным перемещениям [13]:

$$u(H, q, x_2) \leq [u] \quad (3)$$

где $u(H, q, x_2)$, $[u]$ – значение и предельно допустимое значение прогиба в заданном сечении с абсциссой x_2 , м.

Для определения значения распора, добавим в систему ограничений условие неразрывности деформаций вдоль продольной оси изгибно-жесткой нити [14, 15, 16]:

$$L_0 + \Delta L(H, q) = L(H, q), \quad (4)$$

где L_0 – длина до приложения нагрузки, м; $\Delta L(H, q)$ – упругая деформация, м; $L(H, q)$ – длина после приложения нагрузки, м.

Далее с целью создания возможности решить поставленную задачу условной оптимизации, запишем все члены, составляющие целевую функцию и ограничения, представляющие собой уравнения в виде равенств и не равенств.

Изгибающий момент в какой-либо произвольной точке по длине нити конечной жесткости равен сумме изгибающих моментов всех сил, действующих на нее по одну сторону от рассматриваемого поперечного сечения с абсциссой x . Тогда получим:

$$M_H(H, q, x) = M_B(q, x) - H \cdot (y_0(x) + x \cdot \operatorname{tg} \beta + u(H, q, x)), \quad (5)$$

где $M_B(q, x)$ – функция балочного изгибающего момента, Н·м; $y_0(x)$ – функция линии начального очертания, м; β – угол наклона хорды AB , град; $u(H, q, x)$ – функция прогиба, м.

Из рис. 1 графически можно установить, что растягивающее изгибно-жесткую нить продольное усилие равно сумме проекций балочной поперечной силы и распора на касательную к линии конечного очертания. Математически записывается это так:

$$T(H, q, x) = Q_B(q, x) \cdot \sin \alpha(H, q, x) + H \cdot \cos \alpha(H, q, x), \quad (6)$$

где $Q_B(q, x)$ – функция балочной поперечной силы, Н; $\alpha(H, q, x)$ – угол между осью абсцисс и касательной в произвольной точке к линии конечного очертания, град.

Поперечная сила, воспринимаемая нитью, обладающей некоторой изгибной жесткостью, определяется из равновесия всех сил, приложенных по одну сторону на нормаль к касательной линии конечного очертания, проведенную в точке с абсциссой x . Откуда имеем:

$$Q_H(H, q, x) = Q_B(q, x) \cdot \cos \alpha(H, q, x) - H \cdot \sin \alpha(H, q, x). \quad (7)$$

Определение функций балочного изгибающего момента и балочной поперечной силы не вызывает затруднений и ведется методом сечений по формулам:

$$\begin{aligned} M_B(q, x) = & \frac{q \cdot d \cdot c}{l} \cdot x \cdot (x \geq 0) - \\ & - q \cdot \frac{\left[x - \left(x_d - \frac{d}{2} \right) \right]^2}{2} \cdot \left(x > x_d - \frac{d}{2} \right) + \\ & + q \cdot \frac{\left[x - \left(x_d + \frac{d}{2} \right) \right]^2}{2} \cdot \left(x > x_d + \frac{d}{2} \right) \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} Q_B(q, x) = & \frac{q \cdot d \cdot c}{l} \cdot (x \geq 0) - \\ & - q \cdot \left[x - \left(x_d - \frac{d}{2} \right) \right] \cdot \left(x > x_d - \frac{d}{2} \right) + \\ & + q \cdot \left[x - \left(x_d + \frac{d}{2} \right) \right] \cdot \left(x > x_d + \frac{d}{2} \right) \end{aligned} \quad (9)$$

где d – ширина зоны приложения нагрузки, м; c – расстояние от центра зоны приложения нагрузки до опоры B , м; x_d – абсцисса центра зоны приложения нагрузки, м.

Линия очертания нити конечной жесткости до приложения нагрузки описывается с достаточной степенью точности квадратичной функцией:

$$y_0(x) = \frac{4 \cdot f_0}{l^2} \cdot x^2 - \frac{4 \cdot f_0}{l} \cdot x - x \cdot \operatorname{tg} \beta, \quad (10)$$

f_0 – первоначальная стрела провеса в середине пролета, м.

Тригонометрические функции угла между осью абсцисс и касательной в произвольной точке к линии конечного очертания изгибно-жесткой нити, образованной после приложения нагрузки, определяются из геометрических построений [10]:

$$\sin \alpha(H, q, x) = \frac{\frac{d}{dx}(y_0(x) + u(H, q, x))}{\sqrt{1 + \left(\frac{d}{dx}(y_0(x) + u(H, q, x)) \right)^2}}; \quad (11)$$

$$\cos \alpha(H, q, x) = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{d}{dx}(y_0(x) + u(H, q, x)) \right)^2}}. \quad (12)$$

Для нахождения функции прогиба необходимо решить дифференциальное уравнение (13), ранее полученное в работе [17]:

$$E \cdot J \cdot \frac{d^2}{dx^2} u(H, q, x) - M_B(q, x) + H \cdot (y_0(x) + x \cdot \operatorname{tg} \beta + u(H, q, x)) = 0. \quad (13)$$

Расчет ведется при заданных граничных условиях $u(H, q, 0) = 0$ и $u(H, q, l) = 0$ методом последовательных приближений. Длина изгибно-жесткой нити до приложения нагрузки равна

длине дуги кривой, соединяющей ее точки крепления, и определяется по известной формуле из дифференциальной геометрии [18]:

$$L_0 = \int_0^l \sqrt{1 + \left(\frac{d}{dx} y_0(x) \right)^2} dx. \quad (14)$$

В результате действия нагрузки, нить конечной жесткости удлинится на величину:

$$\Delta L(H, q) = \frac{H}{E \cdot A} \cdot \int_0^l \left[1 + \left(\frac{Q_b(q, x) - Q_n(H, q, x)}{H} + \operatorname{tg} \beta \right)^2 \right] dx. \quad (15)$$

Длина соответствующая конечному состоянию нити равна:

$$L(H, q) = \int_0^{l - \frac{2}{i} \cdot H} \sqrt{1 + \left(\frac{d}{dx} (y_0(x) + u(H, q, x)) \right)^2} dx, \quad (16)$$

где i – жесткость упругоподатливых опор, Н/м.

Нормальные напряжения, возникающие в крайних волокнах сечений по длине нити, определяются по выражениям [19]:

$$\sigma_{\max}(H, q, x) = \frac{T(H, q, x)}{A} + \left| \frac{M_n(H, q, x)}{W} \right|; \quad (17)$$

$$\sigma_{\min}(H, q, x) = \frac{T(H, q, x)}{A} - \left| \frac{M_n(H, q, x)}{W} \right|. \quad (18)$$

W – момент сопротивления сечения, м³.

Обсуждение результатов. Для оценки адекватности результатов, получаемых с помощью разработанной технологии моделирования, выполним ряд вычислительных экспериментов по определению допустимой нагрузки на нить конечной жесткости и напряженно-деформированного состояния, вызванного искомой величиной внешнего воздействия. В качестве объекта исследования для вычислительных экспериментов рассмотрим изгибно-жесткую нить, представляющую собой трубу, выполненную из стали с пределом текучести $\sigma_T = 300$ МПа, наружным диаметром $D = 0,55$ м и толщиной стенки $t = 0,025$ м, пролетом $l = 12$ м. Угол наклона хорды, соединяющей точки крепления $\beta = 5$ град, первоначальный провес $f_0 = 1$ м, жесткость упругоподатливых опор $k = 100$ МН/м.

Предполагается, что равномерно-распределенная нагрузка приложена к правой половине пролета. Таким образом, ширина зоны действия и абсцисса ее центра соответственно равны $d = 6$ м, $x_d = 9$ м. Сечение, где возникающие от внешнего воздействия нормальные напряжения ограничены пределом текучести материала, задано на расстоянии $2/3$ от пролета – $x_1 = 8$ м. Условие по допускаемым вертикальным перемещениям отсутствует. В первую очередь, проведем вычислительный эксперимент с помощью предложенной технологии моделирования. В ходе решения при заданных геометрических и физических параметрах изгибно-жесткой нити, а также ограничении на развитие пластических деформаций в материале, получено значение максимально-допустимой нагрузки $q = 239,003$ кН/м. Вместе с тем, наряду с найденным значением, определено напряженно-деформированное состояние, обусловленное данной нагрузкой. Распределение максимальных и минимальных нормальных напряжений, а также вертикальных перемещений по длине нити, представлено в виде эпюр на рис. 2а, 3а, 4а. Выполним численное моделирование с помощью коммерческой системы автоматизированного проектирования и расчета ЛИРА версии 10.8 релиз 3.6 в основу, которой положен общепризнанный метод конечных элементов [20]. Ввиду того, что подобные компьютерные системы направлены на решение прямых задач, определим напряженно-деформированное состояние объекта исследования при действии предельной нагрузки, ранее найденной с помощью технологии моделирования [21]. Напряжения и деформации (рис. 2б, 3б, 4б), рассчитанные на данном этапе, выступают в роли критериев оценки адекватности результатов, полученных способом, предложенным в данной работе.

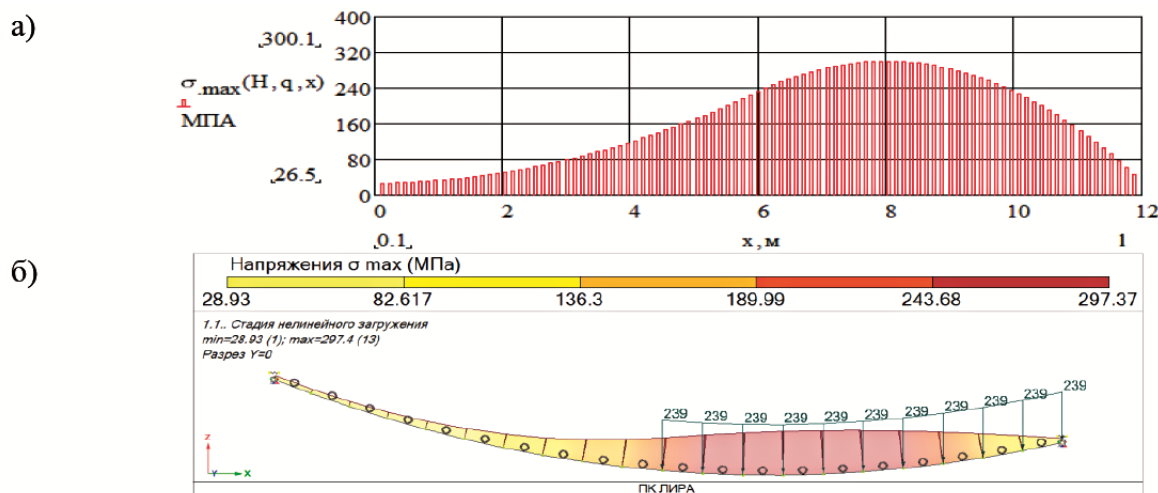


Рис.2. Эпюры максимальных нормальных напряжений: а – предложенная методика; б – метод конечных элементов

Fig.2. Plot of maximum normal stresses: a – proposed method; b – finite element method

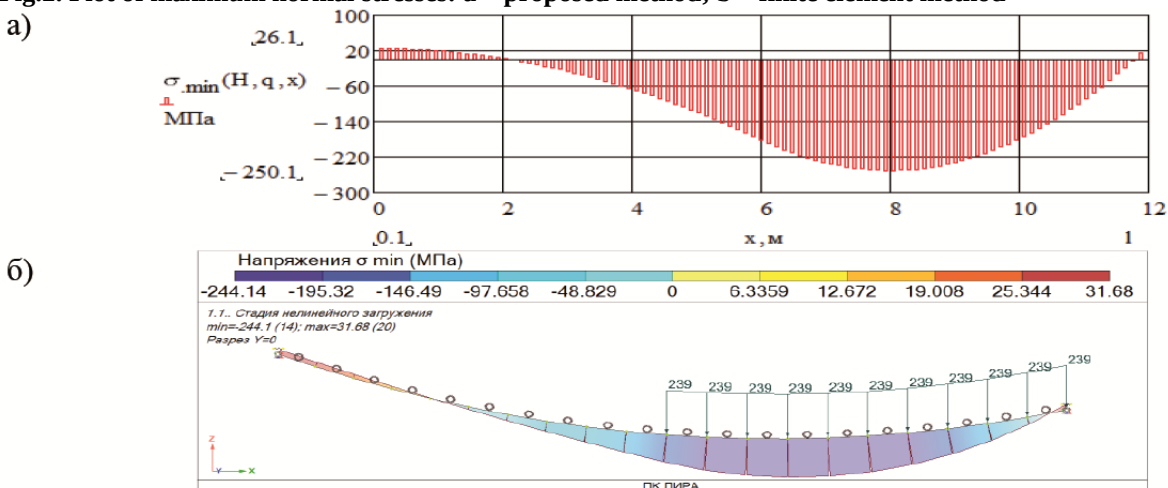


Рис.3. Эпюры минимальных нормальных напряжений: а – предложенная методика; б – метод конечных элементов

Fig.3. Plot of minimum normal stresses: a – proposed method; b – finite element method

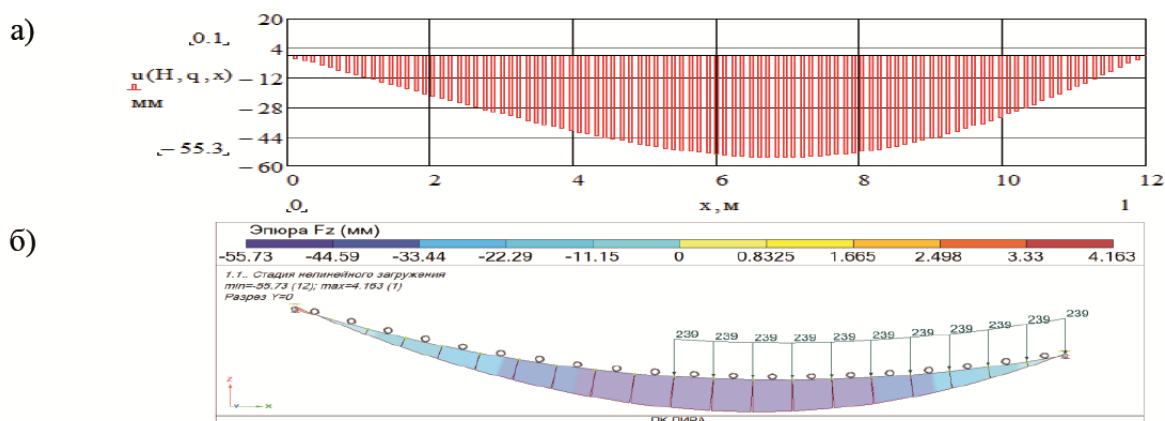


Рис.4. Эпюры вертикальных перемещений:

а – предложенная методика; б – метод конечных элементов

Fig.4. Plot of vertical displacements: a – proposed method; b – finite element method

Моделирование нити, обладающей заданной изгибной жесткостью, в программном комплексе ЛИРА велось 20 геометрически нелинейными конечными элементами стержня сильного изгиба – тип 309. Упругоподатливые опоры представляли собой одноузловые конечные элементы упругой связи по направлению глобальной оси X – тип 56. Метод приложения нагрузки

осуществлялся с автоматическим выбором шага. В табл. 1 представлены критерии, характеризующие адекватность, определяемой с помощью разработанной технологии моделирования, допустимой нагрузки и соответствующего напряженно-деформированного состояния изгибно-жесткой нити. Из табл.1 видно, что расхождения в значениях принятых критериев, полученных общепризнанным методом конечных элементов и предложенным способом не существенны.

Таблица 1. Критерии оценки результатов моделирования

Table 1. Criteria for evaluating simulation results

Критерий оценки Evaluation criteria	Предложенная методика Suggested methodology	МКЭ FEM	Расхождение значений, % Discrepancy values, %
Максимальные нормальные напряжения, МПа Maximum normal stresses, MPa	300,1	297,37	0,91
Минимальные нормальные напряжения, МПа Minimum normal stresses, MPa	-250,1	-244,14	2,38
Максимальный прогиб, мм Maximum deflection, mm	-55,3	-55,73	0,77

Вывод. Представлена методика, позволяющая определять предельную нагрузку на нити, обладающие некоторой изгибной жесткостью, исходя из допускаемых напряжений и деформаций. В основу данного исследования положено математическое моделирование задачи условной оптимизации, решение которой может быть получено одним из известных способов, например методом множителей Лагранжа.

В качестве целевой функции выступает потенциальная энергия деформации нити конечной жесткости. При этом накладываются ограничения по прочности, жесткости и условию неразрывности деформаций. Проведен вычислительный эксперимент по определению значения допустимой равномерно-распределенной нагрузки и соответствующему напряженно-деформированному состоянию изгибно-жесткой нити с заданными физическими и геометрическими параметрами. Установлено, что расхождения в значениях результатов, полученных с помощью предложенной методики и общепризнанного метода конечных элементов, составляют не более 5%, что является хорошим показателем для инженерных расчетов.

Библиографический список:

1. Снегирева, А. И. К вопросу обследования строительных конструкций, зданий и сооружений / А. И. Снегирева, В. Г. Мурашкин // Эксперт: теория и практика. – 2021. – № 6(15). – С. 45-51. – DOI 10.51608/26867818_2021_6_45.
2. Перельмутер, А. В. Использование критерия отпорности для оценки предельного состояния конструкции / А. В. Перельмутер // Вестник МГСУ. – 2021. – Т. 16. – № 12. – С. 1559-1566. – DOI 10.22227/1997-0935.2021.12.1559-1566
3. Перельмутер, А. В. Обратные задачи строительной механики. Вестник Томского государственного архитектурно-строительного университета. – 2020. – Т. 22. – № 4. – С. 83-101. – DOI 10.31675/1607-1859-2020-22-4-83-101.
4. Аверин, А. Н. Расчетные модели гибких нитей// Известия высших учебных заведений. Строительство. – 2020. – № 9(741). – С. 5-19. – DOI 10.32683/0536-1052-2020-741-9-5-19.
5. Аверин, А. Н. Малые колебания жесткой нити вблизи статического положения равновесия // Строительная механика и конструкции. – 2018. – № 2(17). – С. 53-66.
6. P. G. Ereemeev, I. I. Vedyakov, A. I. Zvezdov . Suspension Large Span Roofs Structures in Russia. International Journal for Computational Civil and Structural Engineering. 2021;17(2): 34-42. – DOI 10.22337/2587-9618-2021-17-2-34-41.
7. Jia, L., Zhang, C., Jiang, Y. et al. Simplified Calculation Methods for Static Behaviors of Triple-Tower Suspension Bridges and Parametric Study. Int J Steel Struct 18, 685–698 (2018). <https://doi.org/10.1007/s13296-018-0028-8>.
8. Agwoko, M.P., Chen, Z. & Liu, H. Experimental and Numerical Studies on Dynamic Characteristics of Long-Span Cable-Supported Pipe Systems. Int J Steel Struct 21, 274–298 (2021). <https://doi.org/10.1007/s13296-020-00438-x>.
9. Л. Ю. Ступишин, М. Л. Мошквич. Задача об определении "слабого звена" в конструкции на основе критерия критических уровней энергии // Известия высших учебных заведений. Строительство. – 2021. – № 2(746). – С. 11-23. – DOI 10.32683/0536-1052-2021-746-2-11-23.
10. Ступишин, Л. Ю. Прогрессирующее предельное состояние конструкций на критических уровнях внутренней потенциальной энергии деформации// Вестник МГСУ. – 2021. – Т. 16. – № 10. – С. 1324-1336. – DOI 10.22227/1997-0935.2021.10.1324-1336.
11. Л. Ю. Ступишин, М. Л. Мошквич. Решение задач об изгибе балки на основе вариационного критерия критических уровней энергии // Вестник МГСУ. – 2021. – Т. 16. – № 3. – С. 306-316. – DOI 10.22227/1997-0935.2021.3.306-316.
12. Мищенко, А. В. Оптимизация структурно-неоднородных стержневых конструкций на основе энергетического критерия // Известия высших учебных заведений. Строительство. 2021. – № 6(750). – С. 20-32. – DOI 10.32683/0536-1052-2021-750-6-20-32.
13. Тарасов Д. А. Параметрическая оптимизация изгибно-жестких нитей при заданных допустимых напряжениях и деформациях // Инженерно-строительный вестник Прикаспия. 2022. № 2(40). С. 5-10. DOI 10.52684/2312-3702-2022-40-2-5-10.
14. Jiang, Z., Liu, X., Shi, K. et al. Catenary Equation-Based Approach for Force Finding of Cable Domes. Int J Steel Struct 19, 283–292 (2019). <https://doi.org/10.1007/s13296-018-0117-8>.
15. Liu, Z., Jiang, A., Shao, W. et al. Artificial-Neural-Network-Based Mechanical Simulation Prediction Method for Wheel-Spoke Cable Truss Construction. Int J Steel Struct 21, 1032–1052 (2021). <https://doi.org/10.1007/s13296-021-00488-9>.

16. Mathematical modeling of the stress-strain state of flexible threads with regard to plastic deformations / D. Tarasov, V. Kononov, V. Zaitsev, Y. Rodionov. *Journal of Physics: Conference Series* : 4, Tambov, 15–17 ноября 2017 года. – Tambov, 2018: 012008. – DOI 10.1088/1742-6596/1084/1/012008.
17. Тарасов, Д. А. Алгоритм моделирования напряженно-деформированного состояния изгибно-жестких нитей / Д. А. Тарасов, Н. Ю. Митрохина, Е. В. Маньченкова // Модели, системы, сети в экономике, технике, природе и обществе. – 2022. – № 1(41). – С. 82-93. – DOI 10.21685/2227-8486-2022-1-9.
18. Song, T., Wang, B. & Song, Y. A Simplified Calculation Method for Multi-Tower Self-Anchored Suspension Bridges Based on Frame Structure Theory Model. *Int J Steel Struct* 22, 373–388 (2022). <https://doi.org/10.1007/s13296-022-00581-7>.
19. Семенов, В. В. Расчет гибких стержней на продольно-поперечный изгиб / В. В. Семенов, Х. Уламбаяр // Известия вузов. Инженерия. Строительство. Недвижимость. – 2018. – Т. 8. – № 2(25). – С. 148-158.
20. Карпунин, В. Г. Компьютерное моделирование строительных конструкций зданий и сооружений / В. Г. Карпунин, Е. А. Голубева // Архитектон: известия вузов. – 2019. – № 4(68). – С. 17. – EDN OQTWNE.
21. А. Г. Тамразян, А. В. Алексейцев. Современные методы оптимизации конструктивных решений для несущих систем зданий и сооружений // Вестник МГСУ. – 2020. – Т. 15. – № 1. – С. 12-30. – DOI 10.22227/1997-0935.2020.1.12-30.

References:

1. A. I. Snegireva, V. G. Murashkin On the issue of inspection of building structures, buildings and structures.. *Expert: theory and practice*. 2021; (15): 45-51. – DOI 10.51608/26867818_2021_6_45 [In Russ]
2. Perelmuter, A.V. The use of the resistance criterion to assess the limiting state of the structure / A.V. Perelmuter. *Bulletin of MGSU*. 2021; 16(12):1559-1566. – DOI 10.22227/1997-0935.2021.12.1559-1566. [In Russ]
3. Perelmuter, A.V. Inverse problems of structural mechanics. *Bulletin of the Tomsk State University of Architecture and Civil Engineering*. 2020;22(4):83-101. – DOI 10.31675/1607-1859-2020-22-4-83-101. [In Russ]
4. Averin, A. N. Computational models of flexible threads. *News of higher educational institutions. Construction*. 2020;9(741):5-19. – DOI 10.32683/0536-1052-2020-741-9-5-19. [In Russ]
5. Averin, A. N. Small vibrations of a rigid thread near a static equilibrium position. *Construction mechanics and constructions*. 2018; 2(17): 53-66. [In Russ]
6. P. G. Eremeev, I. I. Vedyakov, A. I. Zvezdov Suspension Large Span Roofs Structures in Russia. *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*. 2021; 17(2):34-42. DOI 10.22337/2587-9618-2021-17-2-34-41. [In Russ]
7. Jia, L., Zhang, C., Jiang, Y. et al. Simplified Calculation Methods for Static Behaviors of Triple-Tower Suspension Bridges and Parametric Study. *Int J Steel Struct* 18, 685–698 (2018). <https://doi.org/10.1007/s13296-018-0028-8>.
8. Agwoko, M.P., Chen, Z. & Liu, H. Experimental and Numerical Studies on Dynamic Characteristics of Long-Span Cable-Supported Pipe Systems. *Int J Steel Struct* 21, 274–298 (2021). <https://doi.org/10.1007/s13296-020-00438-x>.
9. L. Yu. Stupishin, M. L. Moshkevich. The problem of determining the "weak link" in the design based on the criterion of critical energy levels. *Izvestiya vyshevykh uchebnykh zavedenii. Construction*. 2021; 2(746):11-23. [In Russ]
10. Stupishin, L. Yu. Progressive limiting state of structures at critical levels of internal potential energy of deformation *Bulletin of MGSU*. 2021; 16(10): 1324-1336. – DOI 10.22227/1997-0935.2021.10.1324-1336. [In Russ]
11. Stupishin, L. Yu. Solving problems of beam bending based on the variational criterion of critical energy levels / L. Yu. Stupishin, M. L. Moshkevich. *Bulletin of MGSU*. 2021;16(3): 306-316. DOI 10.22227/1997-0935.2021.3.306-316. [In Russ]
12. Mishchenko, A.V. Optimization of structurally inhomogeneous rod structures based on the energy criterion / A.V. Mishchenko. *News of higher educational institutions. Construction*. 2021;6(750):20-32. – DOI 10.32683/0536-1052-2021-750-6-20-32.
13. D. A. Tarasov. Parametric optimization of flexural-rigid threads at given allowable stresses and strains. *Engineering and Construction Bulletin of the Caspian Sea*. 2022; (40): 5-10. – DOI 10.52684/2312-3702-2022-40-2-5-10. [In Russ]
14. Jiang, Z., Liu, X., Shi, K. et al. Catenary Equation-Based Approach for Force Finding of Cable Domes. *Int J Steel Struct* 19, 283–292 (2019). <https://doi.org/10.1007/s13296-018-0117-8>.
15. Liu, Z., Jiang, A., Shao, W. et al. Artificial-Neural-Network-Based Mechanical Simulation Prediction Method for Wheel-Spoke Cable Truss Construction. *Int J Steel Struct* 21, 1032–1052 (2021). <https://doi.org/10.1007/s13296-021-00488-9>.
16. Mathematical modeling of the stress-strain state of flexible threads with regard to plastic deformations / D. Tarasov, V. Kononov, V. Zaitsev, Y. Rodionov. *Journal of Physics: Conference Series* : 4, Tambov, 15–17 ноября 2017 года. – Tambov, 2018: 012008. – DOI 10.1088/1742-6596/1084/1/012008. [In Russ]
17. D. A. Tarasov, N. Y. Mitrokhina, E. V. Manchenkova Algorithm for modeling the stress-strain state of flexural rigid threads. *Models, systems, networks in economics, technology, nature and society*. 2022; 1(41): 82-93. DOI 10.21685/2227-8486-2022-1-9. [In Russ]
18. Song, T., Wang, B. & Song, Y. A Simplified Calculation Method for Multi-Tower Self-Anchored Suspension Bridges Based on Frame Structure Theory Model. *Int J Steel Struct* 22, 373–388 (2022). <https://doi.org/10.1007/s13296-022-00581-7>.
19. V. V. Semenov, H. Ulambayar. Calculation of flexible rods for longitudinal-transverse bending. *Izvestiya vuzov. Investment. Construction. Realty*. 2018;8(2(25):148-158.
20. V. G. Karpunin, E. A. Golubeva. Computer modeling of building structures of buildings and structures. *Architecton: izvestiya vuzov*. 2019; 4(68): 17. [In Russ]
21. A. G. Tamrazyan, A.V. Aleksetsev. Modern methods of optimization of constructive solutions for load-bearing systems of buildings and structures. *Vestnik MGSU*. 2020; 15(1):12-30. DOI 10.22227/1997-0935.2020.1.12-30[In Russ].

Сведения об авторе:

Тарасов Денис Александрович, кандидат технических наук, доцент кафедры «Автоматизированные системы безопасности»; tda82@list.ru ORCID 0000-0001-7685-0325

Information about author:

Denis A. Tarasov Cand.Sci. (Eng), Assoc. Prof., Department of Automated Security Systems; tda82@list.ru ORCID 0000-0001-7685-

0325

Конфликт интересов/Conflict of interest

Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов/The author declare no conflict of interest.

Поступила в редакцию/ Received 30.10.2022.

Одобрена после рецензирования / Revised 20.11.2022.

Принята в печать/ Accepted for publication 20.11.2022.