

СТРОИТЕЛЬСТВО И АРХИТЕКТУРА
BUILDING AND ARCHITECTURE

УДК 624.044

DOI:10.21822/2073-6185-2022-49-4-152-161

Оригинальная статья / Original Paper

**Особенности учета геометрической и физической нелинейностей
в большепролетных мембранно-пневматических системах**

А.Ю. Ким, С.В. Полников, М.Ф. Амоян

Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю.А.,
410054, г. Саратов, ул. Политехническая, 77, Россия

Резюме. Цель. Целью исследования является обоснование необходимости учета геометрической и физической нелинейностей в большепролетных мембранно-пневматических системах. **Метод.** Исследование основано на применении метода вариации параметра; метода последовательных нагружений; итерационного метода приращений параметров с применением численной процедуры Эйлера-Коши третьего или методом Рунге-Кутта более высокого порядка точности. **Результат.** Установлено, что геометрическая нелинейность может быть от 5 до 10%, если в сооружении маленький или средний пролет, и нагрузка на сооружение не очень большая, особенно если речь об участковой нагрузке. Если же пролет сооружения составляет 120-150 метров, а нагрузка и прогибы достаточно большие, то геометрическая нелинейность может составлять 20% и более процентов. Выявлено, что физическая нелинейность, которая нами учтена стандартной процедурой Эйлера-Коши третьего порядка точности, при большом пролете сооружения и большой величины нагрузки составляет примерно 13-21%, а часть физической нелинейности воздуха, закаченного между герметичных мембран сооружения, определена с помощью усовершенствованной формулы Эйлера-Коши при числе итераций 20-25, т.е. «последствие», по результатам исследования составляет от 2-7%. **Вывод.** Сооружение, состоящее из легких металлических конструкций, можно возвести в течение нескольких месяцев на готовый свайный или ленточный фундамент. Такие сооружения легко выдерживают многие виды динамической нагрузки, а именно ветровую, сейсмическую, вибрационную и на треть дешевле, чем здания из традиционных материалов.

Ключевые слова: нелинейная строительная механика, шаговые методы решения задач, расчет сооружения с учетом геометрической и физической нелинейности, итерационный метод Эйлера –Коши третьего порядка точности

Для цитирования: А.Ю. Ким, С.В. Полников, М.Ф. Амоян. Особенности учета геометрической и физической нелинейностей в большепролетных мембранно-пневматических системах. Вестник Дагестанского государственного технического университета. Технические науки. 2022; 49(4):152-161. DOI:10.21822/2073-6185-2022-49-4-152-161

Features of Accounting for Geometric and Physical Nonlinearities in Long-Span Pneumatic Membrane Systems

A.Yu. Kim, S.V. Polnikov, M.F. Amoyan

Yu.A. Gagarin Saratov State Technical University,
77 Politekhnikeskaya Str., Saratov 410054, Russia

Abstract. Objective. The purpose of the study is to substantiate the need to take into account the geometric and physical nonlinearities in large-span membrane-pneumatic systems. **Method.** The study is based on the application of the parameter variation method; method of successive loadings; the iterative method of parameter increments using the third Euler-Cauchy numerical procedure or the Runge-Kutta method of a higher order of accuracy. **Result.** It has been established that the geometric non-linearity can be from 5 to 10% if the structure has a small or medium span, and the load on the structure is not very large, especially when it comes to section load. If the span of the structure is 120-

150 meters, and the load and deflections are large enough, then the geometric nonlinearity can be 20% or more. It was revealed that the physical nonlinearity, which we took into account by the standard Euler-Cauchy procedure of the third order of accuracy, with a large span of the structure and a large load is approximately 13-21%, and the part of the physical nonlinearity of the air pumped between the hermetic membranes of the structure is determined using an improved formula Euler-Cauchy with the number of iterations 20-25, i.e. "aftereffect", according to the results of the study, ranges from 2-7%. **Conclusion.** A structure consisting of light metal structures can be erected within a few months on a finished pile or strip foundation. Such structures can easily withstand many types of dynamic loads, namely wind, seismic, vibration, and are one-third cheaper than buildings made from traditional materials.

Keywords: non-linear building mechanics, step-by-step methods for solving problems, calculation of a structure taking into account geometric and physical nonlinearity, iterative Euler-Cauchy method of the third order of accuracy

For citation: A.Yu. Kim, S.V. Polnikov, M.F. Amoyan. Features of Accounting for Geometric and Physical Nonlinearities in Long-Span Pneumatic Membrane Systems. Herald of Daghestan State Technical University. Technical Sciences. 2022; 49(4):152-161. (In Russ.) DOI:10.21822/2073-6185-2022-49-4-152-161

Введение. Последние три десятилетия большепролетные мембранно-пневматические системы нашли широкое применение в гражданском строительстве многих стран. В постсоветское время в нашей стране стали активно возводиться большепролетные сооружения культурно-развлекательного и спортивного назначения (рис. 1).

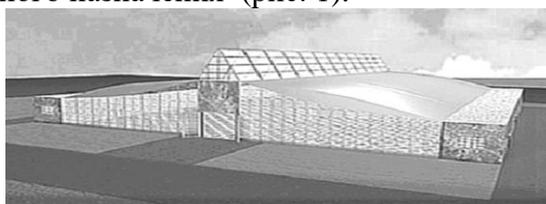


Рис.1. Большепролетное мембранно-пневматическое сооружение

Fig.1. Large-span membrane-pneumatic structure

В связи с ростом цены на все материалы, требованием экономии и максимального использования несущей способности таких систем стали разрабатываться усовершенствованные методы их расчета.

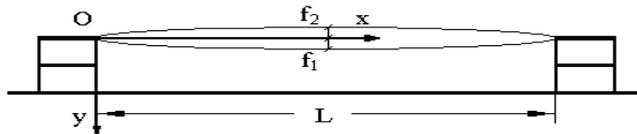


Рис.2. Расчетная схема мембранно-пневматической системы

Fig.2. Calculation scheme of the membrane-pneumatic system

Для таких мембранно-пневматических систем с применением металлических конструкций расчет по недеформированной схеме, предполагающей малые перемещения, становится невозможным. При расчете таких систем нужно отойти от расчета по методам линейной строительной механики и перейти к расчету по деформированной схеме, т. е. с учетом геометрической и физической нелинейности. [2- 4, 6, 16].

В некоторых сооружениях, если это пневматические сооружения, надо еще учитывать физическую нелинейность работы воздуха и мембран, между которыми и закачан воздух. Также надо учитывать изменения расчетной схемы сооружения в процессе эксплуатации, т. е. конструктивную нелинейность, выражающуюся во включении или выключении связей во время чистки снега на покрытии мембранно-стержневого сооружения. Точный расчет нелинейных задач вызывает большие трудности, так как многие принципы линейной строительной механики не применимы для решения нелинейных задач [7,8,11-13]. Поэтому в шестидесятые годы в

нашей стране для расчета строительных конструкций стали активно применяться шаговые методы с помощью которых можно рассчитывать практически любые нелинейные сооружения.

Постановка задачи. Одним из часто применяемых методов является шаговый метод с применением численной процедуры Эйлера-Коши третьего порядка точности. Данный численный метод является итерационным и им очень удобно производить расчет пневматических нагрузок, действующих на линзообразные мембранно-пневматические сооружения. С помощью итераций удобно считать подкачку или утечку воздуха внутрь герметичных пневмолинз сооружения. При использовании стандартной численной процедуры Эйлера-Коши третьего порядка точности с числом итераций $C_k = 3$ учитывается только часть геометрической и физической нелинейности, которая возникает в процессе действия приложенных традиционных нагрузок. Но расчет при $C_k = 3$ не учитывает ту геометрическую и физическую нелинейность, которая наблюдается уже после приложения нагрузок при процессе дальнейшего перераспределения пневматических нагрузок, усилий и перемещений системы, и которая названа нами «последствием».

Система без учета последствия еще не находится в равновесном состоянии (хотя система уравнений метода перемещений МКЭ удовлетворена), так как остались не учтенными те приложенные к системе пневматические силы, действия которых не были учтены стандартной процедурой Эйлера-Коши. [7, 8]. Целью исследования является обоснование необходимости учета геометрической и физической нелинейностей в большепролетных мембранно-пневматических системах.

Методы исследования. Расчет пневматической системы с учетом последствия может быть произведен тем же итерационным методом приращений параметров с применением численной процедуры Эйлера-Коши третьего или методом Рунге-Кутта более высокого порядка точности. Это возможно благодаря тому, что численные процедуры Эйлера-Коши и Рунге-Кутта являются универсальными итерационными процедурами. Чтобы рассчитать процесс последствия нужно на том же шаге нагружения увеличить число итераций до той величины, которую легко определить, произведя расчет на ЭВМ. Совпадение величины избыточного давления на двух соседних итерациях до шести цифр после запятой свидетельствует о том, что процесс расчета последствия завершен. В этом случае накопленное избыточное давление воздуха в линзе будет полностью израсходовано на перемещения поясов линзы, и процесс дальнейшего движения мембран остановится и система придет в равновесие. [7, 8, 11- 13].

Рассмотрим теперь количественное влияние последствия давления воздуха на искомые результаты. Если учитывать последствие системы при действии внешних традиционных нагрузок, то есть силовых, кинематических и температурных нагрузок (но не пневматических), то ошибка в определении приращения избыточного давления воздуха, прогибов поясов, пневматических нагрузок на пояса и усилий в поясах линзы составляет примерно 10%. На основе анализа результатов расчета мембранно-пневматической системы было определено количественное отличие в искомым функциях. Функции были вычислены с учетом последствия в расчете системы, то есть с применением усовершенствованной автором численной процедуры Эйлера-Коши при числе итераций $C_k = 25$, и без учета последствия в расчете системы с применением известной численной процедуры Эйлера-Коши при числе итераций $C_k = 3$ и при одном шаге.

В данном исследовании мы рассматриваем один шаг с множеством итераций, и на каждой итерации корректируется величина нагрузки, так как считаем, что это самый простой способ решения данной задачи. Число итераций при этом назначается достаточно большим, чтобы адекватно описать процесс работы пневматической системы в его развитии и получить заданную точность результатов. В этом случае итерационная численная процедура Эйлера-Коши с длительной итерационной обработкой требует применения большого числа итераций, когда $s > 3$. Как будет показано далее, в этом случае учитывается явление последствия, которое сопровождается продолжением изменения избыточного давления воздуха в линзе, создавая внутреннюю пневматическую нагрузку, вынуждающую пневматическую систему к деформациям, пе-

перераспределению усилий в элементах и изменению давления в линзе.

Далее рассмотрим действие пневматической нагрузки на сооружение. В ряду нагрузок пневматическая нагрузка P занимает особое место. Она представляет собой подкачку воздуха в замкнутую полость линзы покрытия или утечку воздуха из линзы при нарушении режима эксплуатации сооружения или каких либо аварийных ситуациях. При больших пролетах последствие от прикладываемой пневматической нагрузки настолько существенно и так существенно изменяет искомые результаты, что для его расчета недостаточно применить стандартную итерационную численную процедуру Эйлера-Коши третьего порядка точности, поэтому приходится увеличивать число итераций до 20-25.

Исследование явления «последствия» показывает, что для точного учета последствия необходимо на каждой итерации применение формулы, корректирующей величину прикладываемой к системе внешней пневматической нагрузки по формуле, которая и есть в программе расчета сооружений с учетом нелинейных факторов:

$$P^{(c+1)} = P^{(c)} - \Delta P^{(c)}. \quad (1)$$

Здесь под P подразумевается пневматическая нагрузка, возникающая при накачке воздуха в пневматическую линзу или при утечке воздуха из линзы. Отметим, что по формуле (1) на текущей итерации производится корректировка пневматической нагрузки P , которая будет действовать на следующей итерации. Применяемое правило знаков: при увеличении давления в линзе приращение считается положительным, а при убывании - отрицательным. Если приращение пневматической нагрузки положительное, то в процессе последствия избыточное давление в линзе уменьшается. Но поскольку величина задаваемой пневматической нагрузки P на каждой итерации должна быть величиной постоянной и равной заданной проектировщиком величине пневматической нагрузки, то знак в корректирующей формуле (1) должен быть «минус». В этом случае нагрузка P возрастет на $\Delta P^{(c)}$, и чтобы быть равной заданной постоянной величине, она к началу следующей итерации должна быть равна $P^{(c+1)} = P + \Delta P^{(c)} = P - DP$.

Таким образом, численная процедура рассматриваемого варианта итерационного метода приращений параметров с поэтапным применением усовершенствованной численной процедуры Эйлера-Коши третьего порядка точности, будет включать в себя следующую последовательность операций:

1. Решение задачи в первом приближении, т.е. методом приращений первого порядка точности с применением формулы Эйлера:

$$\Delta Z_{nv}^{(1)} = \sum_{\mu=1}^{\mu=\mu} \Delta x_{n\mu} \cdot A'_{v\mu}(x_{n-1,\mu}, y_{n-1}).$$

2. Решение задачи в c -том приближении по формуле Эйлера -Коши:

$$\Delta Z_{nv}^{(c)} = \sum_{\mu=1}^{\mu=\mu} \Delta x_{n\mu} \cdot A'_{v\mu} \left(x_{n-1,\mu} + \frac{\Delta x_{n\mu}}{2}, y_{n-1} + \frac{\Delta y_n^{(c-1)}}{2} \right), \text{ где } 2 \leq c \leq C_k.$$

$$P^{(c+1)} = P^{(c)} - \Delta P^{(c)}. \quad (2)$$

где: $\Delta Z_{nv}^{(c)}$ – приращение исходных функций, n – номер шага, v – номер функции (координаты, смещение опор, продольная сила)

$\sum_{\mu=1}^{\mu=\mu} \Delta x_{n\mu}$ – сумма приращения шага, μ -номер параметра, который получает приращение от

1 параметра до нескольких

$\Delta x_{n\mu}$ – приращение шага на оси x (абсцисс)

$A'_{v\mu} \left(x_{n-1,\mu} + \frac{\Delta x_{n\mu}}{2}, y_{n-1} + \frac{\Delta y_n^{(c-1)}}{2} \right)$ – производная Фреше, v – номер функции, μ – номер параметра

x_{n-1} – предыдущий шаг, по какому-либо параметру X

X – прогиб, температура, осадка и т.д.

y_{n-1} – искомая функция на предыдущем шаге, на настоящем шаге.

Здесь C_k – конечная итерация, на которой процесс сходимости решения по достижении заданной точности завершается.

Поясним разрабатываемый алгоритм, рассматривая этот процесс как многовекторный. Совокупность векторов: $Y(N_s, x_a, y_a, z_a, E_s, F_a, I_a$ и т.д.) – жесткостные функции накоплений; $Z(N_s, u_a, v_a, w_a, dP, \sigma_{ab}$ и т.д.) – искомые функции; $Q(P, T, C, u_a, v_a, w_a, q$ и т.д.) – нагрузочные факторы, определяют процесс нагружения нелинейной системы, описываемой функционалом, в который входят параметры, в том числе нагрузочные факторы, и различные функции, зависящие от параметров.

Проиллюстрируем процесс нагружения системы, когда вся нагрузка прикладывается на одном шаге, а итерационный процесс представляет собой совокупность множества последовательных итераций, позволяющих получить точный результат.

В начальной точке (то есть на конечной стадии монтажа) система характеризуется начальным избыточным давлением воздуха и остальными жесткостными функциями накоплений.

На второй итерации, снова в ее начальной точке, которую мы получаем переносом начала координат ХОР по оси нагрузки P или по условной кривой истинного решения задачи, система получит приращение нагрузки (другие жесткостные функции накоплений в осредненном виде, согласно формуле Эйлера-Коши, корректируются по формулам численной процедуры).

Поскольку в конце s -той итерации в процессе последействия нагрузка P меняется на величину $PC(SL\%) = -DP^{(c)}$, то, чтобы в начале итерации $s+1$ избыточное давление в линзе, от которой зависит фактическая пневматическая нагрузка на пояса, была равна заданной постоянной величине P , она должна стать вследствие корректировки равной $P^{(c+1)} = P^{(c)} - DP^{(c)}$. В частном случае $P^{(c)} = P$, если $P = \text{const}$ и по замыслу расчетчика не меняется в процессе нагружения системы.

Третья итерация – это снова новый этап, то есть новая итерация с теми же свойствами, что и вторая итерация. Этот итерационный процесс продолжается до достижения заранее заданного избыточного давления воздуха в линзе в конце процесса нагружения. Сходимость итераций численной процедуры Эйлера-Коши доказана профессором Коши. При этом хорда, отражающая собой процесс нагружения системы, при увеличении числа итераций постепенно наклоняется к истинной кривой решения задачи, и при достижении заданной точности на последней итерации расчет завершается.

Обсуждение результатов. Рассмотрим процесс сходимости параметров при решении задачи итерационным методом Эйлера-Коши, при достаточно большом начальном избыточном давлении воздуха в линзе большого пролета, довольно быстро сходится, что можно видеть по результатам, выведенным на печать в конце каждой итерации (полная распечатка результатов решения задачи 1). Для наглядности и удобства чтения материала сделаем выписку из распечатки результатов расчета указанной задачи.

Задача 1. Статический расчет на ЭВМ нелинейной линзообразной мембранно-пневматической системы покрытия пролетом 150 м на действие снеговой нагрузки, равномерно распределенной по всему пролету с учетом последействия давления воздуха.

Избыточное давление в линзе 5000 Па

Исходные данные:

Число шагов $NK=1$

Число итераций на шаге $СК= 25$

Признак наличия подкачки-утечки воздуха $P= 0$

Признак силового воздействия $Q= 1$

Признак температурного воздействия $T= 0$

Признак кинематического воздействия $C=0$

EI% - признак наличия изгибного элемента, 1-есть, 0-нет, EI= 0

Длина пролета системы $L=150$

Число узлов системы $K=24$

Избыточное давление в линзе на монтаже $DP1(SL)=5000$

Приращение давления воздуха подкачкой $DP(SL)=0$

Температура поясов линз на стадии монтажа $TН1(SL), TН2(SL)=273, 273$

Приращения температур поясов линз на стадии эксплуатации

$DТН1(SL), DТН2(SL)=0, 0$

Сосредоточенные силы $Q(I)$, действующие на систему

$Q(2)=17162.5(H)$

$Q(4)=17162.5(H)$

$Q(6)=17162.5(H)$

$Q(8)=17162.5(H)$

$Q(10)=17162.5(H)$

$Q(12)=17162.5(H)$

$Q(14)=17162.5(H)$

$Q(16)=17162.5(H)$

$Q(18)=17162.5(H)$

$Q(20)=17162.5(H)$

$Q(22)=17162.5(H)$

Погонная нагрузка на пояса от собственного веса $Q1, Q2=800, 640(H)$

Число узлов, имеющих искомое перемещение, $KН=22$

Число панелей системы $NP=12$ Длина панели системы $LP=12.5(m)$

Массив площадей поперечных сечений элементов системы

$FS(1)=.01(m^2)$ $FS(2)=.008(m^2)$

Массив модулей упругости $ES(1)=2.06E+11$ $ES(2)=2.06E+11$

Массив удельных весов материала элементов системы

$MS(1)=78000$ $MS(2)=78000$

Массив температурных коэффициентов материалов

$ALT(1)=.000011$ $ALT(2)=.000011$

Вычисляемые данные:

$T1(SL)=273$ $TН(SL)=0$ $P1(SL)=106937$ $DPN(SL)=0$

Результаты счета

Счет на шаге $N=1$ $CI=1$

Объем полости линзы на стадии эксплуатации $V2=1310.888632296489$

Приращение объема полости линзы $DV=-6.380195828511432$

Давление в линзе $P(SL\%)=107456.2$

Приращение давления в деформированной линзе $PC(SL\%)=519.2071$

Счет на шаге $N=1$ $CI=2$

Объем полости линзы на стадии эксплуатации $V2=1314.110789233215$

Приращение объема полости линзы $DV=-3.158038891785282$

Давление в линзе $P(SL\%)=107193.7$

Приращение давления в деформированной линзе $PC(SL\%)=256.68$

Счет на шаге $N=1$ $CI=3$

Объем полости линзы на стадии эксплуатации $V2=1312.443469959448$

Приращение объема полости линзы $DV=-4.825358165551961$

Давление в линзе $P(SL\%)=107329.4$

Приращение давления в деформированной линзе $PC(SL\%)=392.4455$

Счет на шаге $N=1$ $CI=25$

Результаты в конце шага N

$V2A=-647.7321804031104\#$ $V2B=661.0205411217902\#$

Объем полости линзы на стадии эксплуатации $V2=1308.752721524901$

Приращение объема полости линзы $DV=-4.258256100902827$

Приращение температуры в линзе $TН(SL\%)=0$

Температура в линзе по Кельвину 273

Избыточное давление в линзе $PL(SL\%) = 5346.2485$

Приращение давления в линзе $PN(SL\%) = 346.2485$

Горизонтальные перемещения

$U(1) = 2.908222306885992D-03$

$U(2) = 4.449128301799895D-03$

$U(3) = 4.675457801298119D-03$

$U(4) = 3.790125136516989D-03$

$U(5) = 2.103857555211089D-03$

$U(6) = 3.9932433889585D-17$

$U(7) = -2.103857555211007D-03$

$U(8) = -3.790125136516898D-03$

$U(9) = -4.675457801298013D-03$

$U(10) = -4.449128301799762D-03$

$U(11) = -.0029082223068858$

$U(12) = -7.329332054389728D-04$

$U(13) = -1.069566267247685D-03$

$U(14) = -1.085604377155209D-03$

$U(15) = -8.592729944372439D-04$

$U(16) = -4.703824476720486D-04$

$U(17) = -1.699991683181457D-18$

$U(18) = 4.703824476720445D-04$

$U(19) = 8.592729944372382D-04$

$U(20) = 1.085604377155208D-03$

$U(21) = 1.06956626724768D-03$

$U(22) = 7.329332054389762D-04$

$U(23) = 0$

$U(24) = 0$

Вертикальные перемещения

$V(1) = 3.132235266856816D-02$

$V(2) = 5.939900049620024D-02$

$V(3) = .0827531449995057$

$V(4) = .1002494812256738$

$V(5) = .1110636643797562$

$V(6) = .1147270740869746$

$V(7) = .1110636643797561$

$V(8) = .1002494812256735$

$V(9) = 8.275314499950526D-02$

$V(10) = 5.939900049619951D-02$

$V(11) = 3.132235266856695D-02$

$V(12) = 7.374991604919625D-03$

$V(13) = 1.347822348083341D-02$

$V(14) = 1.826730166510306D-02$

$V(15) = 2.171089494874311D-02$

$V(16) = 2.378503595045788D-02$

$V(17) = .024478460423578310$

$V(18) = 2.378503595045782D-02$

$V(19) = 2.171089494874302D-02$

$V(20) = 1.826730166510304D-02$

$V(21) = 1.347822348083334D-02$

$V(22) = 7.374991604919647D-03$

$V(23) = 0$

$V(24) = 0$

Как следует из табл. 1, геометрическая и физическая нелинейность системы составила – 49,95 %. Известная процедура Эйлера-Коши с достаточной точностью учитывает геометрическую нелинейность системы (геометрическая нелинейность в данном случае составляет не более 20 %, в данном примере учитываем пролет, нагрузку, прогибы мембран нижней и верхней).

Таблица 1. Результаты расчета системы пролетом 150 метров на распределенную нагрузку QL

Table 1. Calculation results for a system with a span of 150 meters for a distributed load QL

№ п/п	Методика расчета Method of calculation	Приращение избыточного давления воздуха в линзе Increment of excess air pressure in the lens	Различие в приращениях избыточного давления воздуха, выраженное в процентах Difference in excess air pressure increments, expressed as a percentage
1	Расчет 1 порядка точности при $S_k = 1$	$PC(SL\%) = 519,2071$ Па	49,95%
2	Расчет 3 порядка точности при $S_k = 3$	$PC(SL\%) = 392,4455$ Па	13,34%
3	Расчет 3 порядка точности при $S_k = 25$	$PC(SL\%) = 346.2485$ Па	-

Усовершенствованная численная процедура Эйлера-Коши третьего порядка точности позволила учесть 49,95% физической и геометрической нелинейности пневматической системы. Далее высчитываем физическую нелинейность работы воздуха и гибких мембран, между которыми он закачан.

Получается $49,95 - 20 = 29,95$ % составляет физическая нелинейность работы воздуха. Так как в предыдущих исследованиях нами было установлено, что геометрическая нелинейность в таких системах может достигать значений 20%, то данное значение берем для расчета. Как получена цифра 49,95 %. Для этого берем из счета на 1, 3 и 25 итерациях значения приращения давления. Так как мы заканчиваем счет, когда в результатах совпали шесть цифр после запятой

это произошло на 25ой итерации данные совпали с данными 24ой итерации. Поэтому данные с 25 итерации берем за 100 %

Получается пропорция 346, 25 -100%
519,2071 –x%

Отсюда получаем $x = 49,95\%$, аналогично получаем значение и $13,34\%$

Если мы вычтем из величины $49,95 - 13,34 = 36,61\%$ т.е. столько было учтено геометрической и физической нелинейности работы воздуха и мембран системы обычной процедурой Эйлера –Коши с тремя итерациями. Это очень хороший результат, показывающий эффективность данной итерационной процедуры при расчете нелинейных пневмосистем. Что такое последствие в системе, в специальной литературе дается такое определение «это изменение состояния системы после окончания действия нагрузки на нее, за счет того что приложенная к системе нагрузка вызывает перемещение верхнего пояса, при перемещении пояса уменьшается объем

воздуха в пневмолинзе по формуле $\frac{P_0 V_0}{T_0} = \frac{P V}{T}$ уравнения универсального состояния газа вид-

но, что с уменьшением объема увеличивается давление внутри пневмополости, при увеличении давления уменьшаются прогибы системы, пояса идут наверх и вниз, что вызывает увеличение объема воздуха.

Соответственно, некоторое время нужно после приложения нагрузки, чтобы система пришла в равновесие, это состояние системы до того как она придет в равновесие и называют последствием.

При использовании стандартной численной процедуры Эйлера-Коши третьего порядка точности с числом итераций $C_k = 3$ учитывается только часть геометрической и физической нелинейности, которая возникает в процессе действия приложенных традиционных нагрузок. Но расчет при $C_k = 3$ не учитывает ту геометрическую и физическую нелинейность, которая наблюдается при последствии в процессе дальнейшего перераспределения пневматических нагрузок, усилий и перемещений системы, и которая названа нами «последствием». Система без учета последствия еще не находится в равновесном состоянии (хотя система уравнений метода перемещений МКЭ удовлетворена), так как остались не учтенными те приложенные к системе пневматические силы, действия которых не были учтены стандартной процедурой Эйлера-Коши. [18- 20].

Вывод. Расчет пневматической системы с учетом последствия может быть произведен тем же итерационным методом приращений параметров с применением численной процедуры Эйлера-Коши третьего или более высокого порядка точности. Это возможно благодаря тому, что численная процедура Эйлера-Коши является универсальным итерационным процессом. Последствие - это учет физической нелинейности упругих свойств воздуха, закаченного в герметичную пневмолинзу покрытия сооружения, которую не удалось учесть на трех стандартных итерациях метода Эйлера –Коши. Чтобы рассчитать процесс последствия нужно на том же шаге нагружения увеличить число итераций до той величины, которую легко определить, произведя полный расчет на ЭВМ в данном исследовании удалось рассчитать эту часть физической нелинейности с помощью 25 итераций. Совпадение величины избыточного давления на двух соседних итерациях свидетельствует о том, что процесс расчета последствия завершен. В этом случае накопленное избыточное давление воздуха в линзе будет полностью израсходовано на перемещения поясов линзы, и процесс дальнейшего движения системы остановится.

Как нами было установлено, что геометрическая нелинейность может быть от 5 до 10%, если в сооружении маленький или средний пролет, и нагрузка на сооружение не очень большая, особенно если речь об участковой нагрузке. Если же пролет сооружения составляет 120-150 метров, а нагрузка и прогибы достаточно большие, то геометрическая нелинейность может составлять 20% и более процентов. Также по итогам исследования выявлена, что физическая нелинейность, которая нами учтена стандартной процедурой Эйлера-Коши третьего порядка точности, при большом пролете сооружения и большой величины нагрузки составляет примерно

13-21%, а ту часть физической нелинейности воздуха, закаченного между герметичных мембран сооружения, которую нам удалось посчитать с помощью усовершенствованной формулы Эйлера-Коши, при числе итераций 20-25, и которую мы назвали «последствие» по результатам нашего исследования составляет от 2-7%.

Данное сооружение состоящее из легких металлических конструкций, можно возвести в течение нескольких месяцев на готовый свайный или ленточный фундамент. Такие сооружения легко выдерживают многие виды динамической нагрузки, а именно ветровую, сейсмическую, вибрационную и на треть дешевле, чем здания из традиционных материалов. [1, 5, 14, 15, 17]. Авторы статьи надеются, что данное исследование поможет создать уточненный метод расчета таких сооружений, и снизить стоимость данных объектов, что в условиях санкций и мирового кризиса очень важно.

Библиографический список:

1. Брудка Ян, Лубински Мечислав. Легкие стальные конструкции (перевод с польского). – Москва, Стройиздат, 1974.
2. Городецкий, А.С. Метод конечных элементов в проектировании транспортных сооружений. / А.С. Городецкий и др. – М.: Транспорт, 1981.– 143 с.
3. Давиденко Д. Ф. О приложении метода вариации параметра к теории нелинейных функциональных уравнений. / Д.Ф. Давиденко // Укр. матем. журнал, 1955. т. 7. – Киев., с. 56–64.
4. Давиденко Д.Ф. О применении метода вариации параметра к построению итерационных формул повышенной точности для определения численных решений нелинейных интегральных уравнений. Докл. АН СССР, т. 162.– М., 1965, с. 78–85.
5. Иванова Т.В., Альберт И.У., Кауфман Б.Д., Шульман С.Г. Несущая способность висячих свай по критерию прочности материала сваи или грунта // Инженерно-строительный журнал, 2016 – No7 (67). – С. 3-12.
6. Игнатьев А.В. Основные формулировки метода конечных элементов в задачах строительной механики. Часть 3 // Вестник МГСУ 2015. № 1. С. 16—26.
7. Ким А.Ю. Итерационный метод приращений параметров для расчёта нелинейных мембранно-пневматических систем с учётом упругой работы воздуха / А.Ю. Ким // Вестник СГАУ. - 2005.- № 1. - С. 39-42.
8. Ким А.Ю. Расчет мембранно-пневматических систем с учетом нелинейных факторов. Монография. Континуальные расчетные схемы / А.Ю.Ким. Саратов. гос. аграр. ун-т.- Саратов, 2000. - 198 с.- Деп. в ВИНТИ 24.04.00. - № 1148 - В2000.
9. Ким А.Ю. Многопролетные мембранно-стержневые покрытия сооружений/ А.Ю. Ким // Вестник СГАУ. - 2003.- № 2. - С. 72-74.
10. Металлические конструкции, под ред. Ю.И. Кудишина, Москва, Академия, 2008 г.-688 с.
11. Петров, В.В. Метод последовательных нагружений в нелинейной теории пластинок и оболочек. / В.В. Петров – Саратов: Изд-во СГУ, 1975.– 118 с.
12. Петров В.В. Нелинейная инкрементальная строительная механика – М.: Инфра-Инженерия, 2014. – С. 480.
13. Полников, С.В. Расчет нелинейных линзообразных мембранно-пневматических покрытий сооружений больших пролетов итерационным методом приращений параметров с усовершенствованной численной процедурой / С.В. Полников, С.П. Харитонов // Научное обозрение. - 2017. - № 19. - С. 35-41 12.
14. Симиу Э., Сканлан Р. Воздействие ветра на здания и сооружения. М.: Стройиздат, 1984. 360 с.
15. СП 20.13330.2016 «Нагрузки и воздействия»
16. Стренг Г., Фикс Д. Теория метода конечных элементов. / Г. Стренг, Д.М. Фикс: Мир, 1977. – 349 с.
17. Трофимов В.И., Еремеев П.Г. «Мембранные конструкции зданий и сооружений» – Москва, Стройиздат, 1990.-447 с.
18. Belostosky, A.M. Adaptive Finite Element Models Coupled with Structural Health Monitoring Systems for Unique Buildings /A.M. Belostosky, P.A. Akimov // Procedia Engineering. – 2016. – Vol. 153. – P. 83–88.
19. Travush V.I. Contemporary Digital Technologies in Construction Part 1: About Mathematical (Numerical) Modelling / V.I. Travush, A.M. Belostosky, P.A. Akimov. – DOI 10.1088/1757-899X/456/1/012029 // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. – 2018. – T 456.
20. Schulz M., Pellegrino S. Equilibrium paths of mechanical systems with unilateral constraints. Part I. Theory // Pro-ceeding of the Royal Society. Ser. A. 2000. Vol. 456. No 8. Pp. 2223–2242.

References:

1. Brudka Jan, Lubinski Mechislaw. Light steel structures (translated from Polish). Moscow, *Stroyizdat*, 1974. (In Russ)
2. Gorodeczkij A.S. Finite element method in the design of transport facilities. M.: *Transport*. 1981:143. (In Russ)
3. D. F. Davidenko, On the application of the parameter variation method to the theory of nonlinear functional equations.. *Ukr. math. magazine*, Kyiv.1955; 7: 56–64.
4. Davidenko D.F. On the application of the parameter variation method to the construction of iterative formulas of increased accuracy for determining the numerical solutions of nonlinear integral equations. Dokl. AN SSSR, M., 1965; 162: 78–85. (In Russ)
5. Ivanova T.V., Al'bert I.U., Kaufman B.D., Shul'man S.G. Bearing capacity of hanging piles according to the criterion of the strength of the pile material or soil. *Civil Engineering Journal* 2016; 7 (67): 3-12. (In Russ)
6. Ignatiev A.V. Basic formulations of the finite element method in problems of structural mechanics. *Vestnik MGSU*. 2015;3(1):16-26. (In Russ)

7. Kim A.Yu. Iterative method of parameter increments for calculation of nonlinear membrane-pneumatic systems taking into account the elastic work of air.. *Vestnik SGAU*. 2005; 1: 39-42. (In Russ)
8. Kim A.Yu. Calculation of membrane-pneumatic systems taking into account non-linear factors. Monograph. Continuum calculation schemes. *Sarat. state agrarian un-t*. Saratov 2000; (1148):198 Dep. v VINITI 24.04.00. (In Russ)
9. Kim A.Yu. Multi-span membrane-rod coatings of structures. *Vestnik SGAU* 2003; 2: 72-74. (In Russ)
10. Metal structures, ed. Yu.I. Kudishina, Moscow, *Academy*, 2008: 688. (In Russ)
11. Petrov V.V. Method of successive loadings in the nonlinear theory of plates and shells. Saratov: Izd-vo SGU, 1975: 118. (In Russ)
12. Petrov V.V. Nonlinear incremental structural mechanics. M. : *Infra-Engineering*. 2014: 480. (In Russ)
13. S.V. Polnikov, S.P. Kharitonov. Calculation of non-linear lenticular membrane-pneumatic coatings for large-span structures using the iterative method of parameter increments with an improved numerical procedure. *Scientific Review*. 2017; 19: 35-41 12. (In Russ)
14. Simiu E., Scanlan R. Influence of wind on buildings and structures. Moscow: *Stroyizdat*, 1984:360. (In Russ)
15. SP 20.13330.2016 "Loads and impacts"
16. Streng G., Fix D. Theory of finite element method. Mir, 1977: 349. (In Russ)
17. Trofimov V.I., Eremeev P.G. "Membrane structures of buildings and structures" Moscow, *Stroyizdat*, 1990:447. (In Russ)
18. Belostosky, A.M. Adaptive Finite Element Models Coupled with Structural Health Monitoring Systems for Unique Buildings /A.M. Belostosky, P.A. Akimov. *Procedia Engineering*. 2016; 153: 83–88.
19. V.I. Travush, A.M. Belostosky, P.A. Akimov. Contemporary Digital Technologies in Construction Part 1: About Mathematical (Numerical) Modelling. DOI 10.1088/1757-899X/456/1/012029 . *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. 2018; 456.
20. Schulz M., Pellegrino S. Equilibrium paths of mechanical systems with unilateral constraints. Part I. Theory. *Pro-ceeding of the Royal Society. Ser. A*. 2000; 456(8): 2223–2242.

Сведения об авторах:

Ким Алексей Юрьевич, доктор технических наук, профессор, кафедра строительных материалов, конструкций и технологий; sberbanksp@yandex.ru

Полников Сергей Валерьевич, аспирант, кафедра строительных материалов, конструкций и технологий; Werad91@mail.ru orcid: 0000-0002-4670-309X

Миша Фрикович Амоян, аспирант, кафедра строительных материалов, конструкций и технологий; ezid-007@ya.ru

Information about authors:

Aleksey Yu.Kim, Dr.Sci. (Eng), Prof., Department of Building Materials, Structures and Technologies; sberbanksp@yandex.ru

Sergey V. Polnikov, Postgraduate Student, Department of Building Materials, Structures and Technologies; Werad91@mail.ru orcid: 0000-0002-4670-309X

Misha F. Amoyan, Postgraduate Student, Department of Building Materials, Structures and Technologies; ezid-007@ya.ru

Конфликт интересов/Conflict of interest.

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов/The authors declare no conflict of interest.

Поступила в редакцию/ Received 11.10.2022.

Одобрена после рецензирования / Revided 30.10.2022.

Принята в печать/ Accepted for publication 30.10.2022.