

ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ И ТЕЛЕКОММУНИКАЦИИ  
INFORMATION TECHNOLOGY AND TELECOMMUNICATIONS

УДК 004.94

DOI: 10.21822/2073-6185-2022-49-3-104-115

Оригинальная статья /Original Paper

**Математическое обеспечение процесса вакуумной СВЧ – сушки как  
предначальная стадия создания САПР сушилок нового поколения**

**А.А. Хвостов<sup>1</sup>, В.И. Ряжских<sup>1</sup>, А.А. Шевцов<sup>2</sup>, В.В.Ткач<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>Воронежский государственный технический университет,

<sup>1</sup>394006, г. Воронеж, ул. 20 – летия Октября, 84, Россия,

<sup>2</sup>Военный учебно–научный центр Военно–воздушных сил «Военно–воздушная академия имени  
профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина»,

<sup>2</sup>394064, г. Воронеж, ул. Старых Большевиков, 54а, Россия

**Резюме. Цель.** Целью исследования является математическое обеспечение процесса вакуумной СВЧ, проектирование установки в САПР, изготовление опытного образца, моделирование полей температур и влагосодержания. **Метод.** Математическая модель реализована численно методом конечных элементов в среде Comsol Multiphysics на сетке из 3678 элементов с использованием её деформирования для изменения высоты. **Результат.** На лабораторной вакуумной СВЧ – установке получены экспериментальные данные, позволившие выявить закономерности при сушке вспененных материалов. Проведен анализ параметров сушки, а также свойств исходного и высушенного материала. Выполнено проектирование с применением САПР вакуумной установки пилотного типа и изготовлен действующий прототип. Осуществлено моделирование поля температуры и зон влагосодержания в динамике процесса. **Вывод.** Математическое моделирование процесса сушки дает возможность с высокой точностью определять температурные поля и влагосодержание материала при сравнительно небольшом количестве необходимых экспериментальных данных.

**Ключевые слова:** проектирование, СВЧ – установка, сушка, вспененные материалы, вакуум, моделирование

**Для цитирования:** А.А. Хвостов, В.И. Ряжских, А.А. Шевцов, В.В.Ткач. Математическое обеспечение процесса вакуумной СВЧ – сушки как предначальная стадия создания САПР сушилок нового поколения. Вестник Дагестанского государственного технического университета. Технические науки. 2022; 49(3):104-115. DOI:10.21822/2073-6185-2022-49-3-104-115

**Mathematical support of the drying process as a pre – stage of the new generation CAD  
dryers design**

**A.A. Hvostov<sup>1</sup>, V.I. Ryazhskikh<sup>1</sup>, A.A. Shevtsov<sup>1</sup>, V.V. Tkach<sup>1</sup>**

<sup>1</sup>Voronezh State Technical University,

<sup>1</sup>84, 20th anniversary of October Str., Voronezh 394006, Russia,

<sup>2</sup> Military Training and Research Center Air force

«N.E. Zhukovsky and Y. A. Gagarin the Air Force Academy»,

<sup>2</sup>54a, Stary Bolsheviks Str., Voronezh 394064, Russia

**Abstract. Objective.** The aim of the study is the mathematical support of the vacuum microwave process, the design of the installation in CAD, the manufacture of a prototype, the modeling of temperature and moisture content fields. **Method.** The mathematical model was implemented numerically by the finite element method in the Comsol Multiphysics environment on a grid of 3678 elements, using its deformation to change the height. **Result.** Experimental data were obtained on a laboratory vacuum microwave installation, which made it possible to identify patterns in the drying of foamed materials. The drying parameters, as well as the properties of the initial and dried

material, were analyzed. A pilot-type vacuum plant was designed using CAD and a working prototype was made. The modeling of the temperature field and moisture content zones in the dynamics of the process has been carried out. **Conclusion.** Mathematical modeling of the drying process makes it possible to determine the temperature fields and moisture content of the material with a high accuracy with a relatively small amount of necessary experimental data.

**Keywords:** designing, microwave installation, drying, foamed materials, vacuum, modeling

**For citation:** A.A. Hvostov, V.I. Ryazhskikh, A.A. Shevtsov, V.V. Tkach. Mathematical support of the drying process as a pre – stage of the new generation CAD dryers design. Herald of the Daghestan State Technical University. Technical Science. 2022; 49(3):104-115. DOI:10.21822/2073-6185-2022-49-3-104-115

**Введение.** В условиях международной конкуренции повышаются требования к производству пищевой продукции. В данных условиях предприятия вынуждены автоматизировать конструирование и производство [1], которые трудно представить без применения систем автоматизированного проектирования (САПР). САПР позволяет значительно снизить трудозатраты при проектировании, исключить недочеты и ошибки, повысить качество, снизить материальные затраты; сократить средства проектирования; повысить производительность труда [2].

**Постановка задачи.** Цель работы – математическое обеспечение процесса вакуумной СВЧ – сушки вспениваемых материалов, проектирование установки в САПР, изготовление опытного образца, моделирование полей температур и влагосодержания.

СВЧ – энергия обладает рядом преимуществ по сравнению с другими видами энергоподвода. Сушка в СВЧ – поле протекает значительно интенсивнее, чем при любом другом методе [3,4]. Ее способность проникать в толщу материала и возможность большой концентрации энергии в единице объема позволяют осуществить равномерный и быстрый нагрев вещества без нежелательных перепадов температуры. Время прогрева зависит только от подводимой мощности и не зависит от формы и объема объекта. СВЧ – энергия проникает в продукт не через поверхность, а появляется во всём объеме. При СВЧ – нагреве нет контакта продукта с теплоносителем, что дает возможность спроектировать более простые конструкции нагревательных устройств по сравнению с устройствами, в которых используется электроконтактный нагрев. При СВЧ – сушке не происходит потерь тепла при нагреве. Использование комбинации СВЧ – нагрева и вакуума приводит к снижению температуры кипения влаги в материале, а, следовательно, интенсификации процесса сушки и испарения [5,6,7].

**Методы исследования.** Исследование процесса сушки жидких вспениваемых материалов проводили на лабораторной вакуумной СВЧ–установке периодического действия (рис.1). В качестве исследуемых материалов были выбраны: соевая суспензия, карамельная патока, концентрат квасного сусла с содержанием сухих веществ от 30 до 80%.

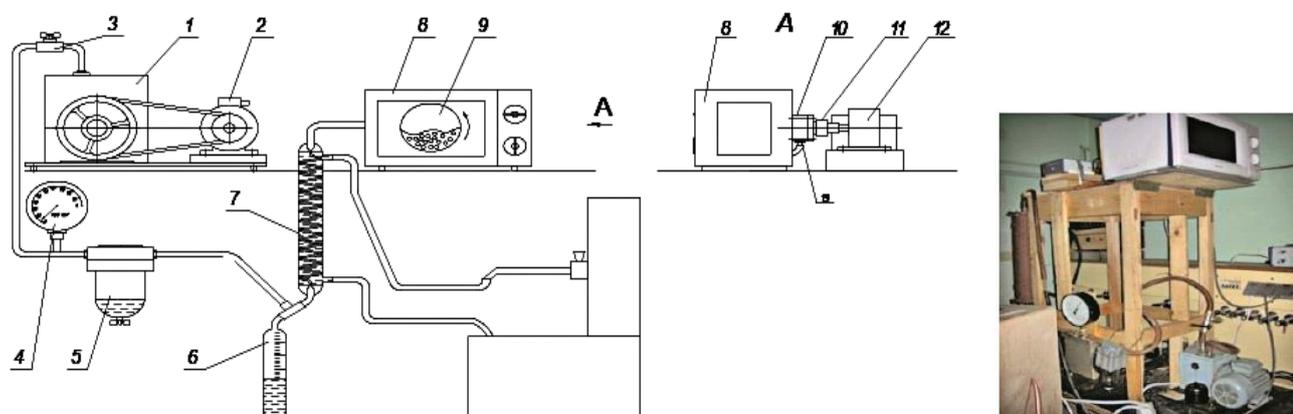


Рис. 1. Лабораторная вакуумная СВЧ – установка периодического действия  
Fig. 1. Laboratory vacuum microwave installation periodic action

СВЧ – установка содержит вакуум – насос 1, электродвигатель 2, кран шаровый 3, вакуумметр 4, воздушный фильтр 5, мерный сборник 6, конденсатор 7, СВЧ–печь 8, рабочую камеру 9, бобину 10, муфту 11, электродвигатель 12.

Работа лабораторной установки заключается в следующем. Жидкий продукт загружается в рабочую камеру 9. Объем камеры 3 л. Вращение рабочей камеры относительно источника СВЧ – излучения (магнетрона) обеспечивается электромотором 12 подсоединенного к ней через муфту 11. Необходимая глубина вакуума в рабочей камере 9 достигается при помощи вакуум–насоса 1 подключенного к ней через бобину 10 и систему гибких шлангов. Измерения остаточного давления производят при помощи вакуумметра 4. С целью охлаждения паровоздушной смеси и ее полной конденсации и накопления в мерном сборнике 6, используют конденсатор 7, через межвитковое пространство которого циркулирует холодная вода. В процессе сушки в зависимости от времени показания снимаются по градуированной шкале мерного сборника 6. Для отделения капель жидкости от паровоздушной смеси используют воздушный фильтр 5.

Под воздействием СВЧ – излучения и вакуума происходит интенсивное вспенивание материала с образованием увеличивающейся в объеме пористой структуры и испарением влаги из толщи материала. Высота пены в зависимости от свойств материала может быть в 15 – 20 раз больше начальной высоты жидкого продукта [3]. Благодаря использованию вакуумирования снижается температура испарения воды из жидкого продукта и осуществляется ее непрерывный отвод из материала. После завершения процесса сушки снимают воздействие СВЧ – излучения и убирают вакуум. Высушенный материал выгружают из рабочей камеры 9.

Проведенные исследования выявили следующие закономерности при сушке вспениваемых материалов:

1) Для максимального проникновения СВЧ – излучения по толщине и образования высокопористой структуры высушиваемого материала, в которой высшие слои не будут препятствовать выходу влаги из низших слоев, рекомендуемая высота исходного продукта должна находиться в интервале  $h=(0,15\div 0,25)d$ , где  $d$  – диаметр рабочей камеры.

2) исходный объем вышеуказанных материалов при вспенивании увеличивается в 10 – 13 раз.

3) Вращение рабочей емкости относительно источника излучения способствует равномерному прогреву материала по всей высоте слоя, а также исключает образование зон перегрева. Однако конструктивные особенности СВЧ – печи не позволили установить рабочую камеру строго по центру относительно источника излучения. Замеры в пенно – пористом материале показали допустимое, но все же расхождение значений остаточной влажности по высоте и ширине материала (рис. 2).

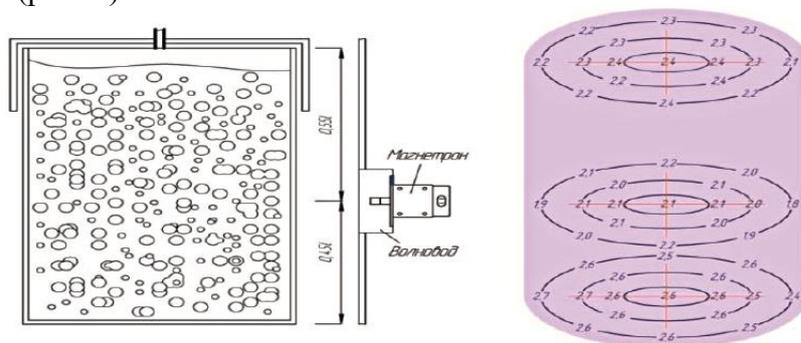


Рис. 2. Распределение остаточной влажности в материале  
Fig. 2. Distribution of residual moisture in the material

4) Сушка, проводимая без вращения рабочей камеры с целью снижения энергоемкости процесса и упрощения конструкции установки, исходя из теории проникновения СВЧ – волн

по всей толще продукта показала возникновение значительного температурного градиента и зон перегрева в материале.

5) Максимальная глубина вакуума целесообразна только в периоде возрастающей скорости сушки с целью интенсификации процесса пенообразования и испарения влаги из материала, в других периодах в связи с инерционностью процесса допустимо её снижение для уменьшения удельных энергозатрат.

На основе полученных экспериментальных данных выполнено проектирование в САПР вакуумной СВЧ–установки пилотного типа (рис. 3).

Установка состоит: 1 – корпус, 2 – емкость для материала, 3 – магнетроны, 4 – технологические отверстия, 5 – заглушки, 6 – крепежные элементы, 7 – волноводы, 8 –антикондесатное покрытие, 9 – крышка, 10 – вентиляторы. Система вакуумирования аналогична системе установленной на лабораторной установке с применением более мощного вакуум – насоса и конденсатора.

При проектировании были использованы следующие конструкторские решения: корпус выполнен цилиндрическим, толщина стенки выбрана исходя из прочностного расчета, способная выдерживать снижение давления при вакуумировании. Материалом для изготовления емкости для продукта и заглушек технологических отверстий выбран фторопласт, являющийся безопасным с точки зрения применения в пищевой промышленности, а также обладающий одним из самых низких коэффициентов диэлектрических потерь среди аналогичных материалов. Подбранное соотношение диаметра, высоты емкости и толщины слоя загружаемого материала, обеспечивает максимальную интенсификацию процесса пенообразования и сушки. Магнетроны установлены с внешней стороны корпуса по всей его высоте на равноудаленном по вертикали расстоянии. Данное расположение обеспечивает максимальный и равномерный прогрев многократно увеличивающегося по высоте материала в процессе сушки.

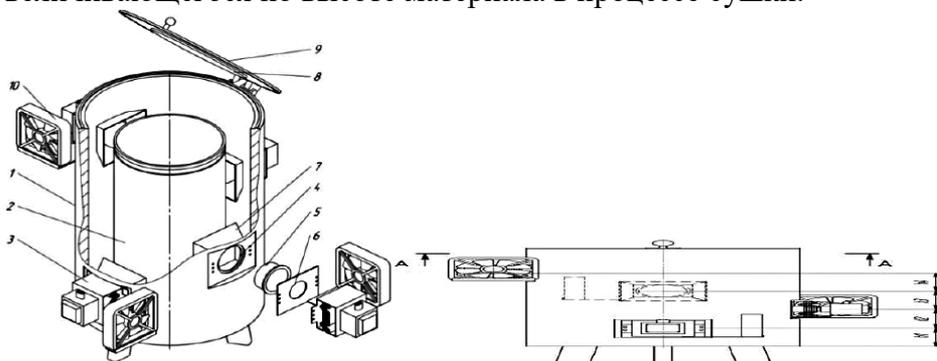


Рис. 3. Вакуумная СВЧ – установка пилотного типа

Fig. 3. Vacuum microwave installation pilot type

Для создания эффекта вращения емкости относительно источника СВЧ – излучения, а также снижения удельных энергозатрат и металлоёмкости конструкции, связанных с установкой привода, магнетроны расположены под углом  $90^\circ$  (рис.4).

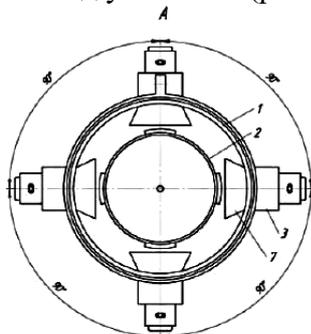


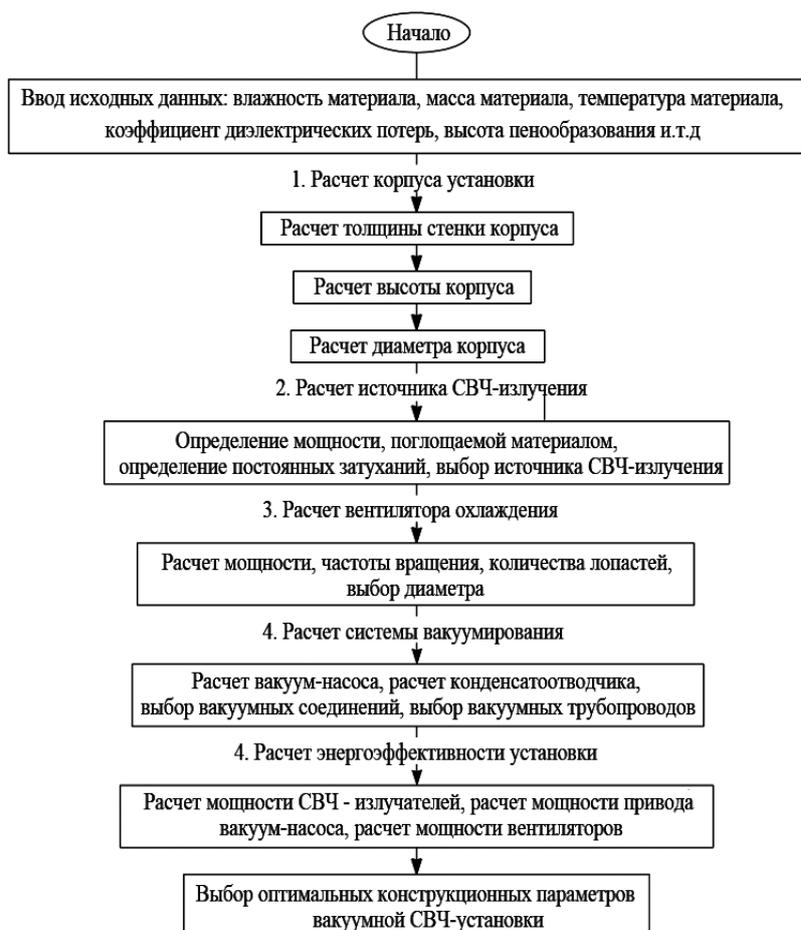
Рис. 4. Расположение магнетронов на установке

Fig. 4. Location of magnetrons on the installation

Крепление к корпусу осуществляется посредством крепежных элементов, на которых также размещены вентиляторы, предназначенные для охлаждения. Проникновение излучения внутрь корпуса и емкости для материала происходит через технологические отверстия с расположенными в них фторопластовыми заглушками предотвращающими контакт магнетронов с испарившейся влагой. Волноводы выполнены в форме усеченной пирамиды.

На крышке установлено антиконденсатное покрытие, предотвращающее конденсацию влаги на ее внутренней поверхности и попадание в емкость для материала, что может снизить производительность сушилки [8]. Проведенные лабораторные исследования, а также проектирование в САПР позволили изготовить СВЧ – установку полупромышленного типа [9].

**Обсуждение результатов.** Анализ экспериментальных данных и этапов проектирования позволил разработать алгоритм расчёта посредством ЭВМ основных элементов и систем установки (рис. 5).



**Рис. 5. Алгоритм расчета установки**

**Fig. 5. Installation calculation algorithm**

Под воздействием СВЧ – энергии и вакуума агрегатное состояние материала меняется, переходя из жидкого состояния в твердое, что затрудняет процесс снятия разнообразных параметров. При использовании разнообразной аппаратуры, датчиков, щупов, нарушается структура материала, что приводит к искажению показаний приборов, а также усложняет и удлиняет процесс снятия разнообразных параметров.

Использование моделирования процесса сушки с изменением лишь коэффициентов и начальных параметров, в зависимости от вида продукта, позволяет определить за несколько минут температуру в любой точке материала, её изменение со временем при разных условиях протекания процесса вакуумной сушки не нарушая его целостности вводом датчиков. При моделировании процессов сушки за основу берутся балансовые уравнения, описывающие перенос

влаги и энергии в пористой среде [10]. Предлагаемый подход описывает режимы мягкой сушки, при тепловых потоках, не приводящих к превышению температуры фазового перехода «вода – пар» в значительной части расчётной области.

При интенсивных методах сушки, с подводом СВЧ – энергии, приводящей к смещению фронта испарения вглубь высушиваемого продукта, необходимо учитывать резкое изменение механизмов массопереноса во «влажной» и «сухой» зонах, скрытую теплоту испарения. Ввиду технической сложности идентификации изменяющихся в процессе сушки коэффициентов молекулярной, конвективной и капиллярной диффузии вследствие изменения параметров пористой среды (образование пены) одним из подходов к моделированию процесса сушки является представление расчётной среды как пространственно сопряженных сплошных сред, разделенных подвижной границей раздела фаз (фронтом испарения). Массоперенос рассматривается в диффузионном приближении (совокупность механизмов диффузии выражается коэффициентом эффективной диффузии).

Во «влажной» зоне слабо изменяется влагосодержание и температура асимптотически стремится к температуре фазового перехода, а в «сухой» зоне влагосодержание малó, а температура стремится к температуре окружающей среды. Теплофизические свойства и коэффициенты диффузии определяются локальной температурой.

При этом задача формулируется как тепломассообмен с фазовым переходом с подвижной границей (задача Стефана) [11]. При этом происходит кратное увеличение объема продукта вследствие эффекта «вспенивания». Это приводит к изменению геометрии расчётной области. В случае постоянных параметров основных балансовых соотношений и неизменной геометрии рассматриваемая задача имеет аналитическое решение [12].

Схема расчета представлена в виде рабочей камеры в поперечном сечении (рис. 6).

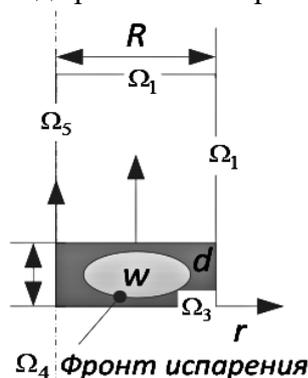


Рис. 6. Схема расчета  
 Fig. 6. Calculation scheme

Уравнения сохранения массы и энергии для рассмотренной задачи моделирования в цилиндрической системе таковы:

$$\begin{cases} \rho_w c_{p,w} \frac{\partial T_w}{\partial t} = \nabla \cdot k_w \nabla T_w + Q_{mw}; \\ \frac{\partial W_w}{\partial t} = \nabla \cdot D_w \nabla W_w; \\ \rho_d c_{p,d} \frac{\partial T_d}{\partial t} = \nabla \cdot k_d \nabla T_d + Q_{mw}; \\ \frac{\partial W_d}{\partial t} = \nabla \cdot D_d \nabla W_d; \end{cases} \quad (2)$$

С начальными условиями

$$T_w|_{t=0} = T_{w,0}, W_w|_{t=0} = W_{w,0}, T_d|_{t=0} = T_{d,0}, W_d|_{t=0} = W_{d,0}, \quad (3)$$

и граничными условиями на  $\Omega_1$ : конвективный теплообмен с окружающей средой,

$$-k_w \nabla T_w = \alpha (T_{Amb} - T_S), \quad -k_d \nabla T_d = \alpha (T_{Amb} - T_S) \quad (4)$$

конвективный массообмен с окружающей средой

$$-D_w \rho_w \nabla W_w = \beta (W_{Amb} - W_S), \quad -D_d \rho_d \nabla W_d = \beta (W_{Amb} - W_S) \quad (5)$$

на  $\Omega_2$ : конвективный теплообмен с окружающей средой в форме (4),

и массоизоляция

$$\frac{\partial W_w}{\partial n} = 0, \quad \frac{\partial W_d}{\partial n} = 0 \quad (6)$$

на  $\Omega_3$ : тепловой контакт с основанием и массоизоляция:

$$T_w = T_{base}, \quad \frac{\partial T_w}{\partial n} = \frac{\partial T_{base}}{\partial n}, \quad T_d = T_{base}, \quad \frac{\partial T_d}{\partial n} = \frac{\partial T_{base}}{\partial n}, \quad \frac{\partial W_w}{\partial n} = 0, \quad \frac{\partial W_d}{\partial n} = 0 \quad (7)$$

на  $\Omega_4$ : условие Стефана на границе сухой и влажной зон  $\Omega_3$

$$\begin{cases} T_w = T_d; \\ k_w \frac{\partial T_w}{\partial n} - k_d \frac{\partial T_d}{\partial n} = Q_L \frac{\partial \xi}{\partial t}, \end{cases} \quad (8)$$

на  $\Omega_5$ : условие симметрии

$$\frac{\partial T_w}{\partial n} = \frac{\partial T_d}{\partial n} = 0, \quad \frac{\partial W_w}{\partial n} = \frac{\partial W_d}{\partial n} = 0, \quad (9)$$

где  $t$  – время, с;  $T_w, T_d, W_w, W_d$  – температура [K] и влагосодержание [доля единицы] влажной ( $w$ ) и сухой ( $d$ ) зон,  $\rho_w, c_{p,w}, k_w, D_w, \rho_d, c_{p,d}, k_d, D_d$  – плотность [кг/м<sup>3</sup>], удельная теплоемкость [Дж/(кг·K)], коэффициент теплопроводности [Вт/(м·K)] и коэффициент диффузии [м<sup>2</sup>/с] для влажной и сухой зон,  $T_{w,0}, W_{w,0}, T_{d,0}, W_{d,0}$  – начальные температура и влажность влажной и сухой зон [K],  $\alpha$  – коэффициент теплоотдачи [Вт/(м<sup>2</sup>·K)],  $T_S, T_{Amb}, T_{base}$  – температура поверхности заготовки, окружающего воздуха и основания [K],  $\beta$  – коэффициент массоотдачи [м<sup>2</sup>/с],  $W_S, W_{Amb}$  – влагосодержание поверхности заготовки и окружающего воздуха [доля единицы],  $n$  – единичный вектор нормали к расчетной поверхности [м],  $Q_L$  – удельная скрытая теплота парообразования [Дж/м<sup>3</sup>],  $\frac{\partial \xi}{\partial t}$  – скорость движения границы раздела областей [м/с],

$Q_{mw}$  – удельная поглощенная мощность за счёт подводимой СВЧ энергии нагрева [Вт/м<sup>3</sup>].

Пренебрегая затуханием электромагнитного поля в нагреваемом образце можно записать удельную поглощенную мощность за счет подводимой СВЧ – энергии нагрева как [13]:

$$Q_{mw} = 2\pi\epsilon_0\epsilon''\omega|E|^2, \quad (10)$$

где  $\epsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12}$  – электрическая постоянная [Ф/м],  $\epsilon''$  – коэффициент диэлектрических потерь в материале,  $\omega$  – частота излучения [Гц],  $E$  – напряженность электрического поля [В/м].

Для устранения необходимости отслеживания границы фазового перехода осуществлен переход к эффективным значениям теплофизических свойств и коэффициента диффузии методом сквозного счета с помощью разрывных коэффициентов, соответствующих сухой и влажной зонам. Расчетная область описывается общими для сухой и влажной зон уравнениями с эффективными разрывными коэффициентами, обозначенными индексами eff. Уравнения сохранения массы, энергии при заданных условиях и допущениях принимают вид

$$\begin{cases} \rho_{\text{eff}}(T) c_{p,\text{eff}}(T) \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot k_{\text{eff}}(T) \nabla T + Q_{mw}; \\ \frac{\partial W}{\partial t} = \nabla \cdot D_{\text{eff}}(T) \nabla W, \end{cases} \quad (11)$$

$$\text{с начальными условиями } T|_{t=0} = T_0, W|_{t=0} = W_0, \quad (12)$$

и граничными условиями на  $\Omega_1$ : конвективный теплообмен с окружающей средой,

$$-k_{\text{eff}} \nabla T = \alpha (T_{\text{Amb}} - T_S), \quad (13)$$

конвективный массообмен с окружающей средой

$$-D_{\text{eff}} \rho_{\text{eff}} \nabla W = \beta (W_S - W_{\text{Amb}}), \quad (14)$$

на  $\Omega_2$ : конвективный теплообмен с окружающей средой в форме (13) (тепловой инерционностью стенок формы пренебрегаем), и массоизоляция:

$$\frac{\partial W}{\partial n} = 0 \quad (15)$$

на  $\Omega_3$ : тепловой контакт с основанием и массоизоляция:

$$T = T_{\text{base}}, \frac{\partial T}{\partial n} = \frac{\partial T_{\text{base}}}{\partial n}, \frac{\partial W}{\partial n} = 0, \quad (16)$$

на  $\Omega_5$ : условие симметрии

$$\frac{\partial T}{\partial n} = 0, \frac{\partial W}{\partial n} = 0 \quad (17)$$

Условие Стефана на границе раздела расчетных областей учитывается с помощью эффективной теплоемкости среды на основе методики, изложенной в [14]. При этом энтальпия на единицу объема  $H$  определяется по формуле:

$$H(T) = \int_{T_0}^T C_p(T) dT + Q_{LV} \theta(T - T^*), \quad (18)$$

где  $T_0$  – температура начала процесса передачи тепла,  $Q_{LV}$  – теплота фазового перехода на единицу объема,  $\theta$  – функция Хэвисайда,  $T^*$  – температура фазового перехода.

Тогда эффективная теплоемкость с учетом фазового перехода по определению

$$C_{p,\text{eff}}(T) = \frac{dH(T)}{dt} = C_p(T) + Q_{LV} \delta(T - T^*), \quad (19)$$

где  $\delta$  – дельта-функция Дирака.

Устранение разрывов эффективных коэффициентов осуществляется с помощью различных модификаций сглаженных функций Хэвисайда и Дирака [15]. Представление функции

Хэвисайда в исходном виде  $\theta(x) = \begin{cases} 1, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$ , при реализации вычислительного алгоритма за-

труднено, т.к. вычисленная производная в данной точке принимает бесконечное значение. Устранение этой проблемы осуществляется введением «сглаженных» функции Хэвисайда, которые являются непрерывными и дифференцируемыми в области перехода. Будем использовать для моделирования «сглаженной» функции Хэвисайда от аргумента  $x$  логистическую функцию

$$\tilde{\theta}(x) \approx \frac{1}{1 + e^{-2kx}}, \quad (20)$$

где  $k$  – параметр, определяющий длину транзитного перехода [1/К].

Вводимые новые параметры обеспечивают универсальность (15). Параметр  $\theta_{\text{Low}}$  для задания нижней границы,  $\theta_{\text{Up}}$  для задания верхней границы и  $\tau$  – для задания сдвига по оси абсцисс. В этом случае (15) можно трансформировать следующим образом:

$$\tilde{\theta}(x) \approx \theta_{\text{Low}} + \frac{\theta_{\text{Up}} - \theta_{\text{Low}}}{1 + e^{-2k(x-\tau)}}. \quad (21)$$

Для моделирования скачка теплоёмкости с помощью функции Дирака

$$\delta(x) = \begin{cases} \infty, & x = 0 \\ 0, & x \neq 0 \end{cases}, \quad \int_{-\infty}^{\infty} \delta(x) dx = 1$$

будем использовать функцию Гаусса

$$\tilde{\delta}(x) \approx \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}}, \quad (22)$$

где  $\sigma$  – параметр, отвечающий за длину транзитного перехода,  $m$  – аргумент, отвечающий за положение точки максимума  $\tilde{\delta}(x)$ .

Для обеспечения соблюдения энергетического баланса, должно выполняться условие нормировки

$$\int_{T^* - \frac{\Delta T}{2}}^{T^* + \frac{\Delta T}{2}} C_p(T) dT = Q_{LV}, \quad (23)$$

где  $\Delta T$  – ширина области перехода.

Ввиду нахождения продукта в цилиндрической емкости, изменение объёма в ходе нагрева заменено изменением высоты расчётной зоны от начального значения  $h_0$ .

Так как сушка проходит три стадии (нагрев, пенообразование с испарением влаги, сушка пены с получением твердого высокопористого каркаса), на которых изменение объёма существенно отличается (в процессе нагрева не изменяется, резко растёт в процессе испарения до некоторой предельной величины), представим её изменение в виде «сглаженной» функции Хэвисайда (20).

Масса заготовки вычислена как сумма масс влаги и твердого каркаса в предположении, что масса твердого каркаса неизменна.

$$m = Wm_{mit} + (1 - W_0)m_{mit} \quad (24)$$

Математическая модель реализована численно методом конечных элементов в среде Comsol Multiphysics на сетке из 3678 элементов с использованием её деформирования для изменения высоты.

Модель позволяет достаточно точно рассчитывать поля температуры и влагосодержания в динамике с учётом изменяющейся высоты при сравнительно небольшом количестве необходимых экспериментальных данных. Вычислительный эксперимент показал качественно верное описание динамики изменения среднеобъёмной температуры (рис. 7) и температуры внутри объекта моделирования (рис. 8).

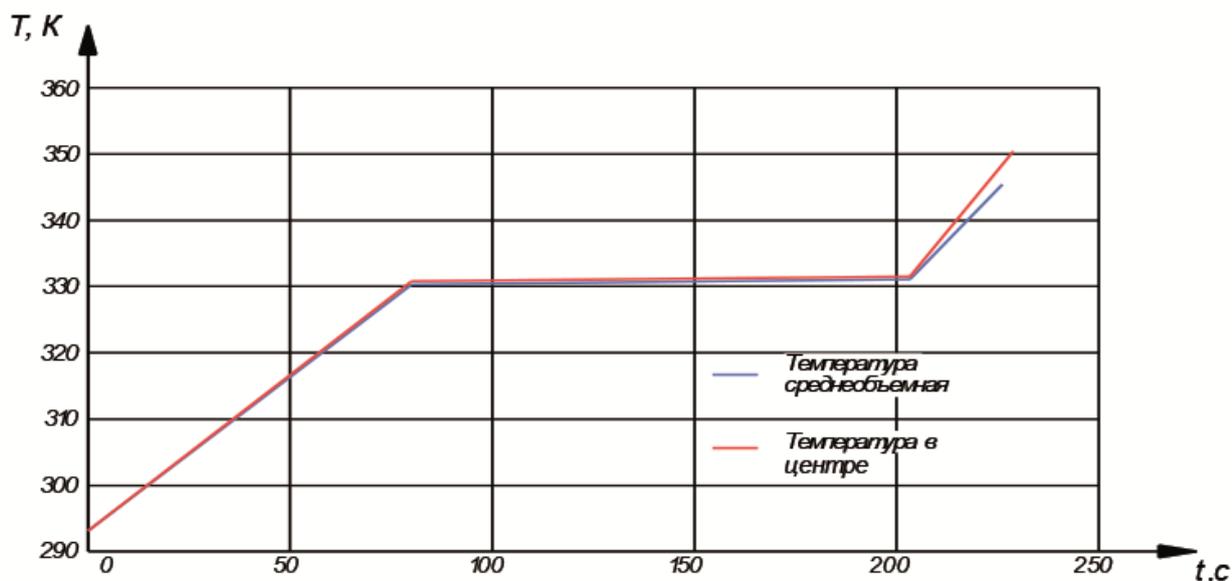


Рис. 7. Изменение средней объёмной температуры  
Fig. 7. Change in average volume temperature

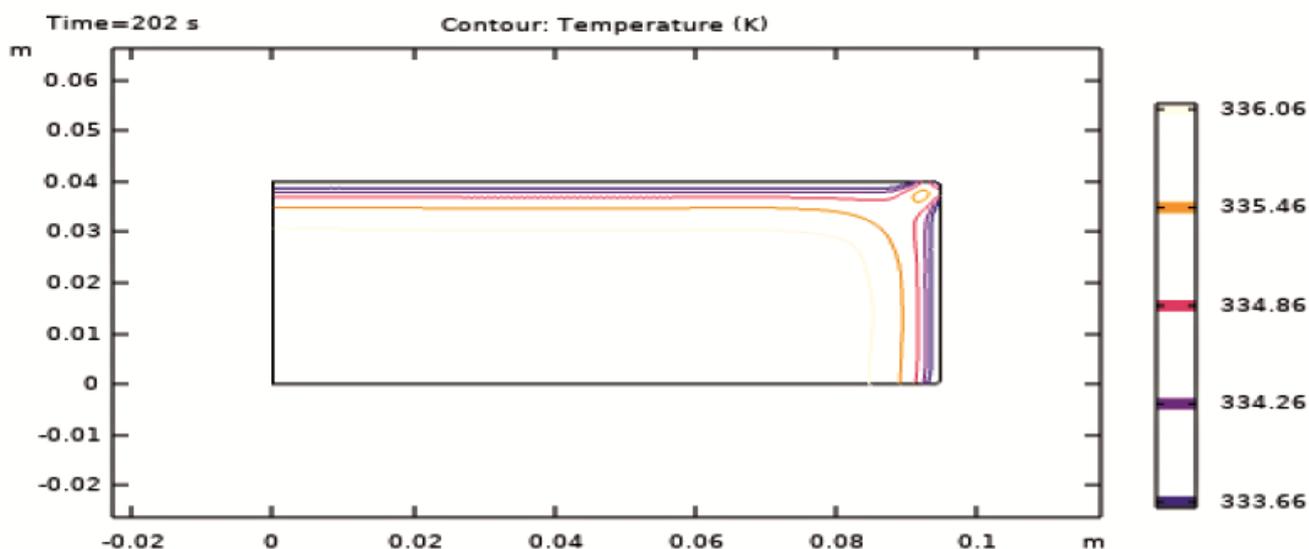


Рис. 8. Изменение температуры внутри объекта моделирования  
Fig. 8. Temperature change inside the simulation object

Процесс изменения температуры на стадии нагрева носит квазилинейный характер, что обусловлено равномерным прогревом по всему объёму и малыми температурными градиентами. Скорость нагрева на стадии испарения близка к нулю, что обусловлено поглощением тепла в процессе фазового перехода.

Дальнейший рост температуры обусловлен завершением процесса испарения и нагревом оставшегося сухого вещества. При этом процесс массопереноса также носит трехстадийный характер (рис. 9).

На стадии нагрева скорость массопереноса низкая, т.к. отсутствует конвективная диффузия, после чего скорость сушки увеличивается за счёт образования и переноса пара из-за разницы давлений на поверхности объекта и в окружающем воздухе. При полном удалении влаги скорость сушки также стремится к нулю.

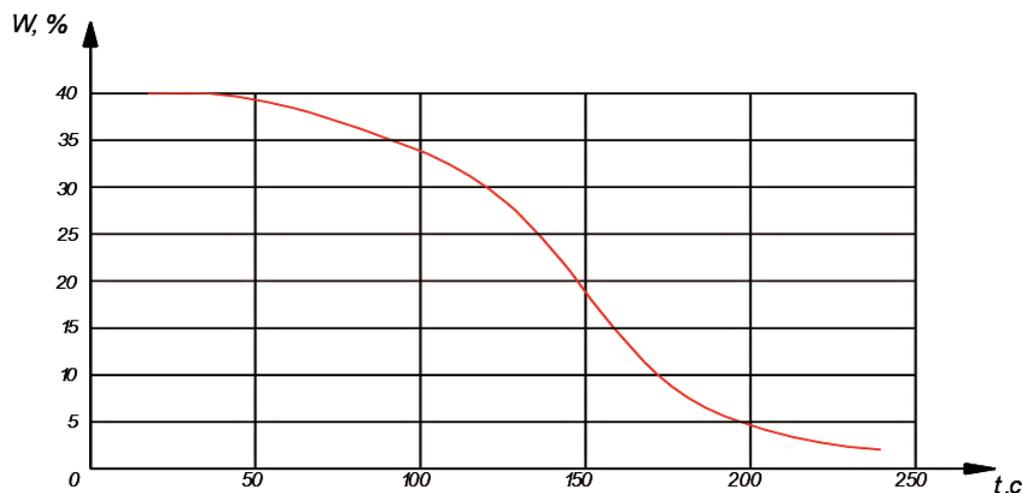


Рис. 9. Трехстадийный процесс массопереноса

Fig. 9. Three – stage mass transfer process

**Вывод.** Таким образом, экспериментальные исследования и проектирование в САПР позволили изготовить вакуумную СВЧ – установку пилотного типа с потенциалом для дальнейшей модернизации и создания на ее основе промышленного образца.

Математическое моделирование процесса сушки дает возможность с высокой точностью определять температурные поля и влагосодержание материала при сравнительно небольшом количестве необходимых экспериментальных данных.

#### Библиографический список:

1. Нестеренко, Е. С. Основы систем автоматизированного проектирования [Электронный ресурс]: электрон. конспект лекций / Е. С. Нестеренко; Минобрнауки России, Самар. гос.аэрокосм. ун – т им. С. П. Королева (нац. исслед. ун – т) – Электрон. текстовые и граф. дан. (0,31 Мбайт). – Самара, 2013.
2. Ли К. Основы САПР (CAD, CAM, CAE). – Спб.: Питер, 2004. – 560 с.: ил.
3. Рогов И.А. Сверхвысокочастотный нагрев пищевых продуктов. / И.А. Рогов, С.В. Некрутман. – М.: Агропромиздат, 1986. – 351 с.
4. Рогов И.А. Электрофизические методы обработки пищевых продуктов. – М.: Агропромиздат, 1988. – 272 с.
5. Гинзбург А.С. Расчет и проектирование сушильных установок пищевой промышленности. – М.: Агропромиздат, 1985. – 336 с.
6. Тепляшин В.Н. Технологии и оборудование для сушки растительного сырья[Электронный ресурс]: учеб. пособие / В.Н. Тепляшин, Л.И. Ченцова, В.Н. Невзоров; Краснояр. гос. аграр. ун–т. – Красноярск, 2019 – 173 с.
7. Абрамов Я.К. Интенсификация тепло – массообменных процессов при непрерывном вакуумировании / Тезисы докл. на 3 юбилейной научно – практической конф. Бийск: БТИ, 1995. С. 76.
8. Пат. на пол. модель № 72536 РФ, МПК F26B 5/06 (2006.01). Вакуумная СВЧ – установка для лабораторных исследований процесса обезвоживания пищевых сред [Текст] /Г.О. Магомедов, С.В. Шахов, М.Г. Магомедов, В.В. Ткач, В.В. Новиков. – заявитель и патентообладатель: Г.О. Магомедов, С.В. Шахов, М.Г. Магомедов, В.В. Ткач, В.В. Новиков. – № 2007145105/22; заявл. 04.12.2007; опубл. 20.04.2008. Бюл. № 11.
9. Пат. № 2755850 РФ, МПК F26B 9/06. Установка для вакуумной сушки [Текст] /С.В. Макеев, Е.С. Бунин, А.А. Шевцов, В.В. Ткач. – заявитель и патентообладатель Воронеж. гос. универ. инженерных технол. – № 2020141027; заявл. 14.12.2020; опубл. 22.09.2021. Бюл. № 27.
10. Лыков А.В. Теория сушки. – М.: Энергия 1968. – 471 с.
11. Nastaj, J. F. A parabolic cylindrical stefan problem in vacuum freeze drying of random SOLIDS. International Communications in Heat and Mass Transfer, 30(1), 2003. с. 93 – 104.
12. L.N. Gupta. An approximate solution to the generalized Stefan's problem in a porous medium, Int. J. Heat Transfer 17 (1974), с. 313 – 321.
13. Tong, T.H., Lund, D.B. Microwave Heating of Baked Dough Products with Simultaneous Heat and Moisture Transfer. Journal of Food Engineering 19 (1993), 319 – 339 – 286.
14. Bonacina, C., Comini, G., Fasano, F., Primicerio, V., Numerical solution of phase–change problems. International Journal Heat Mass Transfer vol. 16 (1973), pp. 1825 – 1832.
15. Davies, Brian (2002). "Heaviside step function". Integral Transforms and their Applications (3rd ed.). Springer. p. 28.

#### References:

1. Nesterenko, E. S. Fundamentals of computer–aided design systems [Electronic resource]: electron. Lecture notes / E. S. Nesterenko; Ministry of Education and Science of Russia, Samara State Aerospace. Un – t named after S. P. Korolev (National Research un – t) – Electron. text and graph. dan. (0.31 MB). Samara, 2013. (In Russ)

2. Lee K. CAD basics (CAD, CAM, CAE). *St. Petersburg: Peter*, 2004; 560. (In Russ)
3. Rogov I.A., S.V. Nekrutman Ultra – high – frequency heating of food products..: *Agropromizdat*, 1986; 351. (In Russ)
4. Rogov I.A. Electrophysical methods of food processing. *M.: Agroprom – izdat*. 1988; 272. (In Russ)
5. Ginzburg A.S. Calculation and design of drying plants of the food industry. *M.: Agropromizdat*, 1985; 336. (In Russ)
6. Teplyashin V.N. Technologies and equipment for drying vegetable raw materials [Electronic resource]: textbook. manual / V.N. Teplyashina, L.I. Chentsova, V.N. Nevzorov; *Krasnoyar. State Agrarian. un – t. Krasnoyarsk*. 2019; 173. (In Russ)
7. Abramov Y.K. Intensification of heat and mass transfer processes with continuous accumulation / Abstracts of the 3rd anniversary scientific – practical conference. Biysk: BTI, 1995; 76. (In Russ)
8. Pat. on the floor. Model No. 72536 RF, IPC F26B 5/06 (2006.01). Vacuum microwave installation for laboratory studies of the process of dehydration of food media [Text] /G.O. Magomedov, S.V. Shakhov, M.G. Magomedov, V.V. Tkach, V.V. Novikov. – applicant and patent holder: G.O. Magomedov, S.V. Shakhov, M.G. Magomedov, V.V. Tkach, V.V. Novikov. – No. 2007145105/22; application 04.12.2007; publ. 20.04.2008; 11. (In Russ)
9. Pat. No. 2755850 RF, IPC F26B 9/06. Installation for vacuum drying [Text] /C.V. Makeev, E.S. Bunin, A.A. Shevtsov, V.V. Tkach. – applicant and patent holder Voronezh. State. University. Engineering technol. – No. 2020141027; application No. 14.12.2020; publ. 22.09.2021; 27. (In Russ)
10. Lykov A.V. Theory of drying. *M.: Energiya* 1968; 471. (In Russ)
11. Nastaj, J. F. A parabolic cylindrical stefan problem in vacuum freeze drying of random SOLIDS. *International Communications in Heat and Mass Transfer*. 2003; 30(1): 93 – 104.
12. L.N. Gupta. An approximate solution to the generalized Stefan's problem in a porous medium, *Int. J. Heat Transfer* 17 1974; 313 – 321.
13. Tong, T.H., Lund, D.B. Microwave Heating of Baked Dough Products with Simultaneous Heat and Moisture Transfer. *Journal of Food Engineering*. 1993; 19: 319 – 339 – 286.
14. Bonacina, C., Comini, G., Fasano, F., Primicerio, V., Numerical solution of phase–change problems. *International Journal Heat Mass Transfer*. 1973; 16: 1825 – 1832.
15. Davies Brian "Heaviside step function". *Integral Transforms and their Applications (3rd ed.)*. Springer.2002; 28.

**Сведения об авторах:**

Хвостов Анатолий Анатольевич, доктор технических наук, профессор, профессор кафедры «Прикладная математика и механика»; [khvtol1974@yandex.ru](mailto:khvtol1974@yandex.ru)

Ряжских Виктор Иванович, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой «Прикладная математика и механика»; [Ryazhskih\\_vi@mail.ru](mailto:Ryazhskih_vi@mail.ru)

Шевцов Александр Анатольевич, доктор технических наук, профессор, профессор кафедры общепрофессиональных дисциплин; [shevalol@rambler.ru](mailto:shevalol@rambler.ru)

Ткач Владимир Владимирович, кандидат технических наук, доцент кафедры общепрофессиональных дисциплин; [tkachbalian@yandex.ru](mailto:tkachbalian@yandex.ru)

**Information about authors:**

Anatoly A. Hvostov, Dr. Sci. (Eng.), Prof., Prof, Department of Applied Mathematics and Mechanics; [hvtol1974@yandex.ru](mailto:hvtol1974@yandex.ru)

Viktor I. Ryazhskikh, Dr. Sci. (Eng.), Prof., Head. Department of Applied Mathematics and Mechanics Ryazhskih; [vi@mail.ru](mailto:vi@mail.ru)

Alexander A. Shevtsov, Dr. Sci. (Eng.), Prof., Prof, Department of general professional disciplines; [shevalol@rambler.ru](mailto:shevalol@rambler.ru)

Vladimir V. Tkach, Cand. Sci. (Eng.), Assoc. Prof., Department of general professional disciplines; [tkachbalian@yandex.ru](mailto:tkachbalian@yandex.ru)

**Конфликт интересов/Conflict of interest.**

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов/The authors declare no conflict of interest.

Поступила в редакцию/ Received 15.08.2022.

Одобрена после рецензирования / Reved 12.09.2022.

Принята в печать /Accepted for publication 12.09.2022.