

СТРОИТЕЛЬСТВО И АРХИТЕКТУРА
BUILDING AND ARCHITECTURE

УДК 624.042

DOI:10.21822/2073-6185-2022-49-2-133-142 Оригинальная статья / Original Paper

Алгоритм численного расчета нелинейных линзообразных мембранно-пневматических систем итерационным методом приращений параметров с учетом последействия давления воздуха

А.Ю. Ким, М.Ф. Амоян, В.Е.Хапилин

Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю.А.,
410054, г. Саратов, ул. Политехническая, 77, Россия

Резюме. Цель. Целью данного исследования является создание алгоритма статического расчета для определения максимальной несущей способности линзообразной мембранно-пневматической системы покрытия больших пролетов при действии внешних силовых нагрузок. **Метод.** Численное исследование большепролетного мембранно-пневматического сооружения произведено шаговым методом приращения параметров с применением на шаге метода конечного элемента и численной процедуры Эйлера-Коши третьего порядка точности. **Результат.** Авторами разработана методика статического расчета на ЭВМ геометрически и физически нелинейных линзообразных мембранно-пневматических систем покрытий сооружений больших пролетов итерационным методом приращений параметров с поэтапным применением метода конечных элементов в форме метода перемещений, универсального уравнения состояния газа и усовершенствованной численной процедуры Эйлера-Коши третьего порядка точности. **Вывод.** Игнорирование в расчетах последействия означает нарушение равновесия системы за счет неуравновешенных пневматических сил, вычисленных с погрешностью 11,2% и влияющих, как показали расчеты, в размере примерно 7% процентов на величину приращения избыточного давления воздуха в линзе.

Ключевые слова: двухпоясные мембранно-пневматические системы, воздухоопорный эффект, численная процедура Эйлера – Коши, большепролетная мембранно-стержневая система, несущая способность, учет последействия давления воздуха в системе

Для цитирования: А.Ю. Ким, М.Ф. Амоян, В.Е.Хапилин. Алгоритм численного расчета нелинейных линзообразных мембранно-пневматических систем итерационным методом приращений параметров с учетом последействия давления воздуха. Вестник Дагестанского государственного технического университета. Технические науки. 2022; 49(2):133-142. DOI:10.21822/2073-6185-2022-49-2-133-142

Algorithm for numerical calculation of nonlinear lenticular membrane-pneumatic systems by iterative method of parameter increments taking into account the aftereffect of air pressure

A.Yu. Kim, M.F. Amoyan, V.E. Khapilin

Yu.A. Gagarin Saratov State Technical University,
77 Politekhnicheskaya Str., Saratov 410054, Russia

Abstract. Objective. The purpose of this study is to create a static calculation algorithm to determine the maximum bearing capacity of a lenticular membrane-pneumatic system for covering large spans under the action of external force loads. **Method.** A numerical study of a large-span membrane-pneumatic structure was carried out by the step method of incrementing parameters using the finite element method and the Euler-Cauchy numerical procedure of the third order of accuracy at the step. **Result.** The authors have developed a technique for computer static calculation of geometrically and physically nonlinear lenticular membrane-pneumatic systems of coatings for large span structures by the iterative method of parameter increments with the phased application of the finite element method in the form of the displacement method, the universal equation of gas state and the improved Euler-

Cauchy numerical procedure of the third order of accuracy. **Conclusion.** Ignoring the aftereffect in the calculations means the imbalance of the system due to unbalanced pneumatic forces calculated with an error of 11.2% and affecting, as the calculations showed, in the amount of approximately 7% percent on the increment of excess air pressure in the lens.

Keywords: two-belt membrane-pneumatic systems, air support effect, Euler-Cauchy numerical procedure, long-span membrane-rod system, load-bearing capacity, accounting for the aftereffect of air pressure in the system

For citation: A.Yu. Kim, M.F. Amoyan, V.E. Khapilin. Algorithm for numerical calculation of nonlinear lenticular membrane-pneumatic systems by iterative method of parameter increments taking into account the aftereffect of air pressure. Herald of Daghestan State Technical University. Technical Sciences. 2022; 49(2):133-142. (In Russ.) DOI:10.21822/2073-6185-2022-49-2-133-142

Введение. Авторами статьи разработана методика статического расчета на ЭВМ геометрически и физически нелинейных линзообразных мембранно-пневматических систем покрытий сооружений больших пролетов итерационным методом приращений параметров с поэтапным применением метода конечных элементов в форме метода перемещений, универсального уравнения состояния газа и усовершенствованной численной процедуры Эйлера-Коши третьего порядка точности. [1, 5, 16 - 19].

Актуальность данной темы достаточно высока, так как стоимость большепролетных сооружений спортивного назначения составляет от полмиллиарда рублей до полутора миллиарда рублей, что очень дорого для бюджета многих небольших городов в России. В то же время российские города имеют в своем распоряжении гораздо меньше спортивных комплексов и ледовых арен, чем в Западной Европе или США. Хотя в 2012 -2016 гг. в Российской Федерации было построено большое количество спортивных объектов, но и сейчас современной инфраструктуры не хватает, так как в предыдущие годы ее строили очень мало [8, 13].

Современные достижения математического и компьютерного моделирования нагрузок и воздействий на сооружения широко известны. Нагрузки на строительные конструкции устанавливаются строительными нормами по статистическим данным превышения средних значений; постоянные нагрузки берутся по проекту в соответствии с геометрическими размерами строительной конструкции; временные нагрузки рассчитываются в зависимости от оборудования, от количества людей, которые могут находиться в помещениях.

Поэтому авторы статьи применили программные комплексы для расчета сооружений такого вида на все виды нагрузки с учетом геометрической и физической нелинейности, а также на потерю устойчивости [8, 15, 20].

Одним из факторов надежной работы сооружения во время всего срока эксплуатации объекта является правильный расчет и проектирование объекта строительства. Чем мощнее фундамент у такого сооружения, тем более значительные нагрузки от сооружения можно на него возложить. Для спортивных сооружений такого вида, как правило, проектируются два вида фундаментов или монолитная плита или столбчатый заглубленный фундамент. Столбчатый фундамент более экономичный, подходит для многих видов металлоконструкций, которым не требуются более мощное основание. В зависимости от грунтов возможно применение буронабивных свай. Если сделать фундамент более мощный, чем требуется по расчету для данного сооружения, то объект будет функционировать достаточно долго и без аварийных ситуаций. [4].

Методы исследования. Авторы статьи произвели численное исследование большепролетного мембранно-пневматического сооружения шаговым методом приращения параметров с применением на шаге метода конечного элемента и численной процедуры Эйлера-Коши третьего порядка точности. Работа Давиденко Д.Ф. «О приложении метода вариации параметра к теории нелинейных функциональных уравнений» и работа Петрова В.В. «Метод последовательных нагружений в нелинейной теории пластинок и оболочек» положили начало интенсивному развитию различных частных вариантов метода приращений параметров. В конце двадцатого столетия данный метод занял лидирующие позиции при расчете сложных зданий и соору-

жений. [2, 3, 8, 9]. Объект исследования и расчетную схему сооружения представлены на рис. 1 и 2

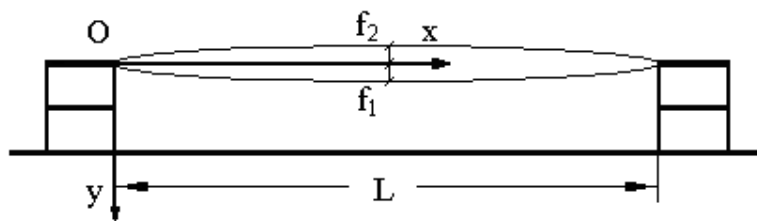


Рис. 1. Однопролетное линзообразное мембранно-пневматическое покрытие сооружения прямоугольного в плане (составлено авторами)

Fig. 1. Single-span lenticular membrane-pneumatic covering of a rectangular structure (compiled by the authors)



Рис. 2. Расчетная схема однопролетной линзообразной мембранно-пневматической системы (составлено авторами)

Fig. 2. Calculation scheme of a single-span lenticular membrane-pneumatic system (compiled by the authors)

Пусть напряженно-деформированное состояние системы описывается нелинейным функционалом $A(x, y) = 0$, который включает в себя непрерывно зависящие от множества параметров x системы функции накоплений $y \subset Z$, отражающие изменение жесткости системы в процессе её деформирования, и искомые функции Z , выражающие собой перемещения, деформации и напряжения в системе.

Охарактеризуем итерационный метод приращений параметров, разработанный профессором Кимом А.Ю. для расчета нелинейных линзообразных мембранно-пневматических систем покрытий [6]. Введя производную Фреше

$$\frac{\partial Z_v}{\partial x_\mu} = A'_{v\mu}(x, y), \quad (1)$$

запишем решение уравнения $A(x, y) = 0$ на основе численной процедуры Эйлера-Коши третьего порядка точности.

Численная процедура метода включает в себя следующую последовательность операций:

1. Решение задачи в первом приближении, т.е. методом приращений параметров первого порядка точности с применением формулы Эйлера:

$$\Delta Z_{nv}^{(1)} = \sum_{\mu=1}^{\mu=\mu} \Delta x_{n\mu} \cdot A'_{v\mu}(x_{n-1,\mu}, y_{n-1}).$$

2. Решение задачи в c -том приближении по формуле:

$$\Delta Z_{nv}^{(c)} = \sum_{\mu=1}^{\mu=\mu} \Delta x_{n\mu} \cdot A'_{v\mu}\left(x_{n-1,\mu} + \frac{\Delta x_{n\mu}}{2}, y_{n-1} + \frac{\Delta y_n^{(c-1)}}{2}\right), \text{ где } 2 \leq c \leq C_k \quad (2)$$

где n – номер текущего шага; $\Delta x_{n\mu}$ – приращение параметра x_μ на шаге n ; $x_{n-1,\mu}$ – зна-

чение μ -го параметра системы в конце предыдущего шага $n-1$; Y_{n-1} – значение некоторой функции накоплений y в конце шага $n-1$.

При $c = 2$ приращения функций накоплений Δy_n осредняются численной процедурой второго порядка точности. При $c = 3$ расчетная формула (2) итерационного метода приращений параметров дает на шаге результаты третьего порядка точности с погрешностью $O(h^4)$, где $h = \Delta x_{n\mu}$.

Осредненные на шаге приращения функций накоплений Y_n , а, следовательно, и осредненные на шаге производные Фреше $A'(\Delta X_{n,\mu}^{(c)}, Y_n^{(c)})$, подбираются из условия, при котором решение эквивалентно линеаризованной задачи совпадает с решением нелинейной задачи третьего порядка точности. Принцип эквивалентной линеаризации нелинейной задачи позволяет применить на произвольном шаге принцип суперпозиции.

К функциям накоплений относятся температурные, кинематические и пневматические нагрузки. Но только пневматические нагрузки относятся к следящим нагрузкам.

После действия внешних нагрузок система обладает последствием, т.е. последующей релаксацией системы, напряженной дополнительным давлением воздуха. После релаксации мембранно-пневматическая система покрытия находится в равновесии.

Последствие – это физическая нелинейность пневматической линзы, которую лишь частично учитывает численная процедура Эйлера-Коши третьего порядка точности при числе итераций $c \leq 3$.

Авторы усовершенствовали известный итерационный метод приращений параметров с поэтапным применением численной процедуры Эйлера-Коши третьего порядка точности. Для учета последствия, то есть релаксации системы, связанной с изменением избыточного давления воздуха в замкнутой полости после действия нагрузок, авторами предложено увеличить число итераций вычислительного процесса, как это приходится делать при недостаточном избыточном давлении воздуха в линзе и при больших пролетах системы. Положительным свойством численной процедуры Эйлера-Коши является ее итерационный характер, что позволяет применить её и для описания последствия в пневматических системах [6, 11].

В ряду нагрузок пневматическая нагрузка P занимает особое место. Она представляет собой подкачку воздуха в замкнутую полость линзы покрытия или утечку воздуха из линзы при нарушении режима эксплуатации сооружения. Последствие от прикладываемой пневматической нагрузки достаточно велико и может существенно изменять искомые результаты.

Рассчитывая линзообразную систему на пневматическую нагрузку с учетом последствия, необходимо корректировать пневматическую нагрузку на каждой итерации. Для точного учета «последствия» авторы на каждой итерации применяют формулу, корректирующую величину прикладываемой к системе внешней пневматической нагрузки по формуле:

$$P^{(c+1)} = P^{(c)} + \Delta P^{(c)}. \quad (3)$$

Здесь под P подразумевается пневматическая нагрузка, возникающая при накачке воздуха в пневматическую линзу или при утечке воздуха из линзы. Отметим, что по формуле (3) на текущей итерации производится корректировка пневматической нагрузки P , которая будет действовать на следующей итерации. Применяемое при этом правило знаков: при увеличении давления в линзе приращение давления считается положительным, а при убывании – отрицательным.

Если приращение пневматической нагрузки положительное, то в процессе последствия избыточное давление в линзе за счет податливости поясов системы уменьшается. Но поскольку величина задаваемой пневматической нагрузки P на каждой итерации должна быть величиной постоянной и равной заданной проектировщиком величине, то знак в корректирующей формуле (3) должен быть «минус». Нагрузка P возрастет на $\Delta P^{(c)}$, останется постоянной и равной $P^{(c+1)} = P + \Delta P^{(c)}$.

Таким образом, численная процедура рассматриваемого варианта итерационного метода приращений параметров с поэтапным применением усовершенствованной численной процедуры Эйлера-Коши третьего порядка точности будет включать в себя следующую последовательность операций:

1. Решение задачи в первом приближении, т.е. методом приращений первого порядка точности с применением формулы Эйлера:

$$\Delta Z_{nv}^{(1)} = \sum_{\mu=1}^{\mu=\mu} \Delta x_{n\mu} \cdot A'_{v\mu}(x_{n-1,\mu}, y_{n-1}).$$

2. Решение задачи в с-том приближении по формуле:

$$\Delta Z_{nv}^{(c)} = \sum_{\mu=1}^{\mu=\mu} \Delta x_{n\mu} \cdot A'_{v\mu}\left(x_{n-1,\mu} + \frac{\Delta x_{n\mu}}{2}, y_{n-1} + \frac{\Delta y_n^{(c-1)}}{2}\right), \text{ где } 2 \leq c \leq C_k \quad (4)$$

$$P^{(c+1)} = P - \Delta P^{(c)}.$$

Здесь C_k – конечная итерация, на которой процесс сходимости решения по достижении заданной высокой точности завершается.

Итерационный процесс продолжается до достижения заранее заданного избыточного давления воздуха в линзе в конце процесса нагружения. Сходимость повторяющихся итераций численной процедуры Эйлера-Коши доказана Коши. При этом хорда, отражающая собой процесс нагружения системы, при увеличении числа итераций постепенно наклоняется к истинной кривой решения задачи и при достижении заданной точности на последней итерации расчет завершается. Этот процесс при достаточно большом начальном избыточном давлении воздуха даже в линзе большого пролета сходится довольно устойчиво, что можно видеть по результатам, выведенным на печать в конце каждой итерации.

Обсуждение результатов. Полученные в работе результаты проще всего показать на примерах счета и привести в табличной форме. Приведем пример расчета линзообразной мембранно-пневматической системы покрытия пролетом 120 на действие пневматической нагрузки P с учетом последствия: Первоначальное избыточное давление в линзе 4000 Па; Подкачка линзы до заданного давления $P = 4500$ Па.

Мембранно-пневматическая система показана на рис. 1. Расчетная схема системы показана на рис. 2.

Исходные данные:

Число шагов $NK = 1$. Число итераций на шаге $CK = 25$

Признак пневматического воздействия $P = 1$

Признак наличия подкачки-утечки воздуха $PP = 1$

Длина пролета системы $L = 120$ м.

Избыточное давление в линзе на монтаже $DP1(SL) = 4000$

Приращение давления воздуха подкачкой $DP(SL) = 500$

Температура поясов линзы на стадии монтажа $TH1(SL), TH2(SL) = 273, 273$

Приращения температур поясов линз на стадии эксплуатации нулевые.

Сосредоточенные силы $Q(I)$, действующие на систему $Q(I) = 0$ (Н)

Погонная нагрузка на пояса от собственного веса $Q1, Q2 = 640, 480$ (Н)

Массив площадей сечений элементов $FS(1) = .008$ (м²), $FS(2) = .006$ (м²)

Массив модулей упругости $ES(1) = 2.06E+11$ $ES(2) = 2.06E+11$

Вычисляемые данные: $T1(SL) = 273, TN(SL) = 0, P1(SL) = 105937, DPN(SL) = 500$

Объем полости линз на стадии монтажа $V1 = 936.7245000000000$

Результаты счета

Счет на шаге $N = 1$ $CI = 1$

Объем полости линзы на стадии эксплуатации $V2 = 936.7245000000000$

Давление в линзе $P(SL\%) = 106437$

Приращение давления в деформированной линзе $PC (SL\%) = 0$

Пневматическая нагрузка $DPN (SL\%) = 500$

Счет на шаге $N = 1$ $CI = 2$

Объем полости линзы на стадии эксплуатации $V2 = 938.5192916929745$

Приращение объема полости линзы $DV = 1.794791692974627$

Давление в линзе $P (SL\%) = 106234.2$

Приращение давления в деформированной линзе $PC (SL\%) = -202.7841$

Пневматическая нагрузка $DPN (SL\%) = 702.7841$

Счет на шаге $N = 1$ $CI = 3$

Объем полости линзы на стадии эксплуатации $V2 = 938.5133730175871$

Приращение объема полости линзы $DV = 1.788873017587207$

Давление в линзе $P (SL\%) = 106437.7$

Температура в линзе по Кельвину $T (SL\%) = 273$ град.

Приращение давления в деформированной линзе $PC (SL\%) = -202.1161$

Пневматическая нагрузка $DPN (SL\%) = 702.1161$

Счет на шаге $N = 1$ $CI = 25$

Результаты в конце шага N

Объем полости линзы на стадии эксплуатации $V2 = 940.3025568779001$

Приращение объема полости линзы $DV = 1.789009033508819$

Приращение давления в линзе от последствия $PN (SL\%) = -202.1314$

Избыточное давление в линзе $PL (SL\%) = 4500$

Пневматическая нагрузка $DPN (SL\%) = 702.1314$

На рис. 3 показано движение хорды в итерационном процессе с применением численной процедуры Эйлера-Коши третьего порядка точности.

Кривая решения – это истинное решение. Итерация $s=1$ дает решение с применением численной процедуры метода Эйлера.

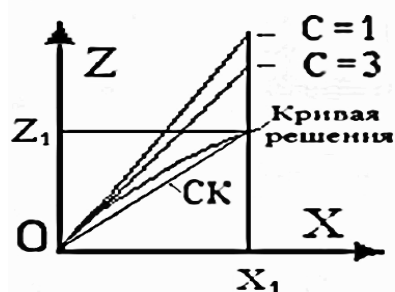


Рис. 3. График сходимости итераций при нагружении системы пневматической нагрузкой (составлено авторами)

Fig. 3. Graph of convergence of iterations when loading the system with a pneumatic load (compiled by the authors)

К примеру, на третьей итерации приращение избыточного давления в линзе составило $\Delta P = PC (SL\%) = -202.1161$ Па. Пневматическая нагрузка для третьей итерации $s+1 = 3$ доведена до $P^{(s+1)} = 500 + 202.1161 = 702.1161$ Па.

Далее все результаты на итерациях повторяются в неизменном виде. Следует иметь в виду, что увеличение величины пневматической нагрузки на величину $PC (SL\%)$ производится на каждой итерации.

Приращение избыточного давления в линзе, полученное в решенной задаче при разовой накачке воздуха в линзу на 500 Па, в результате влияния последствия составило $PL(SL\%) = 355.931$ Па. Многократная же накачка воздухом линзы с учетом последствия позволила накачать линзу до приращения избыточного давления, равным 500 Па. Вычислим, на сколько про-

центров изменяет приращение давления воздуха в линзе явление «последствия» при разовой и при многократной накачке воздуха в линзу.

Отличие в величинах приращения избыточного давления воздуха в линзе при разовой накачке воздуха в линзу на 500 Па составило $(500 - 356) / 500 * 100\% = (144 / 500) * 100\% = 28,8 \%$. Отличие в величинах приращения избыточного давления воздуха в линзе при многократной накачке воздуха в линзу (на 720 Па) составило $(202) / 500 * 100\% = 40,4 \%$. Прогиб в линзе, полученный при разовой накачке воздуха в линзу на 500 Па, в результате последствия составил $V(6) = -0,0142656$ м. При нагрузке 720 Па с учетом последствия многократность нагружения позволила накачать линзу до состояния, в котором приращение избыточного давления стало равным 500 Па, а прогиб напрягающего пояса равен $V(6) = -0,0200221$ м.

Следовательно, отличие в величинах прогибов системы составило тридцать процентов, или подробнее: $(-0,0200221 + 0,0142656) / (-0,0200221) * 100\% = 30,0 \%$.

Обсуждение результатов. Разработанный итерационный метод приращений параметров с усовершенствованной численной процедурой Эйлера-Коши третьего порядка точности положен авторами в основу новой методики расчета систем. По новой методике более точно вычисляется приращение избыточного давления воздуха в линзе, так как применяется столько итераций в расчете, сколько требуется их для достижения полной сходимости процесса в отношении вычисляемого избыточного давления воздуха в системе. При этом решена проблема учета последствия при нагружении пневмосистемы, как следящими пневматическими нагрузками, так и традиционными нагрузками. Результаты исследований сведем в табл. 1.

Таблица 1. Результаты расчета системы пролетом 120 метров на распределенную нагрузку q_l
Table 1. Calculation results for a system with a span of 120 meters for a distributed load q_l

№ п/ п	Методика расчета Method of calculation	Приращение избыточного давления воздуха в линзе Increment of excess air pressure in the lens	Различие в приращениях избыточного давления воздуха, в процентах Difference in excess air pressure increments, %
1	Расчет 1 порядка точности при $S_k = 1$ Calculation of the 1st order of accuracy at $S_k = 1$	PC (SL%) = 519,2071 Па	-38,8%
2	Расчет 3 порядка точности при $S_k = 3$ Calculation 3 orders of accuracy at $S_k = 3$	PC (SL%) = 392,4455 Па	31,2%
3	Расчет 3 порядка точности при $S_k = 25$ Calculation 3 orders of accuracy at $S_k = 25$	PC (SL%) = 346.2485 Па	-

Как следует из табл.1 геометрическая и физическая нелинейность системы ла - 38,8 %. Известная процедура Эйлера-Коши третьего порядка точности с достаточной точностью учитывает геометрическую нелинейность системы (геометрическая нелинейность составляет не более 15%). Усовершенствованная численная процедура Эйлера-Коши третьего порядка точности позволила учесть 38,8% физической нелинейности пневматической системы. Влияние же последствия на вычисляемую величину приращения избыточного давления воздуха в линзе по абсолютной величине составило 7,6%.

Рассмотрим результаты табл. 1. Расчет приращения избыточного давления воздуха при нагружении системы силовой нагрузкой показывает, что геометрическая и физическая нелинейность системы составила 49,9 %. С другой стороны, учет последствия изменил приращение избыточного давления воздуха на 13,3%. Следовательно, геометрическая и физическая нелинейность системы была на 36,6% учтена за счет применения стандартной численной процедуры Эйлера-Коши третьего порядка точности, то есть без учета той части нелинейности системы, которая названа авторами статьи «последствием».

Если же учесть, что геометрическая нелинейность системы не превышает для исследуемых мембранно-пневматических систем (2 - 13) %, то последствие представляет собой проявление физической нелинейности совместной упругой работы воздуха и мембран перекрытия. Обратим внимание и на то, что 32,3% физической нелинейности учтено еще на первом этапе расчета, когда для расчета применялась численная процедура Эйлера-Коши третьего порядка точности при $S_k = 3$.

Таблица 1. Результаты расчета системы пролетом 120 метров на распределенную нагрузку q_1
Table 1. Calculation results for a system with a span of 120 meters for a distributed load q_1

№ п/ п	Методика расчета Method of calculation	Приращение избыточного давления воздуха в линзе Increment of excess air pressure in the lens	Различие в приращениях из- быточного давления воздуха, в процентах Difference in excess air pres- sure increments, %
1	Расчет 1 порядка точности при $S_k = 1$ Calculation of the 1st order of accuracy at $S_k = 1$	PC(SL%) = 368.0593 Па	-21,8%
2	Расчет 3 порядка точности при $S_k = 3$ Calculation 3 orders of accuracy at $S_k = 3$	PC(SL%) = 323.8537 Па	-7,2%
3	Расчет с учетом последей- ствия при $S_k = 25$ Calculation taking into account the aftereffect at $S_k = 25$	PN(SL%) = 302.0787 Па	-

Результаты табл. 2 показывают, что, когда силовая нагрузка не столь большая как в задаче таблицы 1, физическая нелинейность составила 21,8%, и влияние последствия равно 7,2%. Напомним, что влияние последствия в задаче табл. 1 было 36,6%, что соответствовало влиянию физической нелинейности, равной по абсолютной величине 49,9%.

Вывод. Исследуемая система была запроектирована в соответствии с нормами строительства капитальных покрытий сооружений и рассчитана на нагрузки первого предельного состояния при подборе толщин мембран, и на нагрузки второго предельного состояния при проверке принятого избыточного давления в линзе. Статические расчеты проводились по разработанной авторами методике расчета пневмолинзовых систем больших пролетов итерационным методом приращений параметров с применением усовершенствованной численной процедуры Эйлера-Коши третьего порядка точности.

Итерации производятся столько, сколько их требуется для достижения необходимой точности расчета. Расчет прекращается, когда на последней и предыдущей итерациях расчета достигается совпадение величин избыточного давления воздуха в линзе. Повторяемость величины избыточного давления воздуха на смежных итерациях означает полное завершение последствия, нарушающего равновесие системы. По результатам проведенного исследования был сделан вывод, что игнорирование в расчетах последствия означает нарушение равновесия системы за счет неуравновешенных пневматических сил, вычисленных с погрешностью 11,2% и влияющих, как показали расчеты, в размере примерно 7% процентов на величину приращения избыточного давления воздуха в линзе.

Как показало проведенное численное исследование усиление несущей способности линзообразного покрытия за счет повышения избыточного давления воздуха в линзе эффективно, но это увеличивает стоимость мембран покрытия за счет создания герметичности швов. Усиливать покрытие избыточным давлением воздуха нужно лишь до той степени, когда устойчивость системы и устойчивость итерационного процесса решения задачи обеспечены. При расчете линзообразных мембранно-пневматических систем проектировщикам покрытия сооружений рекомендуется применять следующий способ определения минимальной величины избыточно-

го давления воздуха, достаточного для обеспечения устойчивости покрытия, устойчивости решения задачи и достижения достаточной точности расчета системы при больших пролетах.

Если результаты расчета сходятся при пяти - десяти итерациях, то система запроектирована при достаточно большом коэффициенте запаса по избыточному давлению воздуха, и устойчивость счета гарантирована. Если результаты счета сходятся при пятнадцати - двадцати итерациях, то система достаточно устойчива, а если при тридцати итерациях и более, то устойчивость счета на пределе, и в проектируемом покрытии следует увеличить избыточное давление воздуха в пневмолинзе.

При расчете линзообразных мембранно-пневматических систем проектировщикам покрытия сооружений рекомендуется применять разработанную авторами методику нелинейного статического расчета на ЭВМ линзообразных мембранно-пневматических систем покрытий сооружений больших пролетов итерационным методом приращений параметров с поэтапным применением метода конечных элементов, универсального уравнения состояния газа и усовершенствованной численной процедуры Эйлера-Коши третьего порядка точности с учетом последствий пневматических нагрузок, когда уточнение при вычислении избыточного давления в линзе может достигать 40 - 60 процентов.

При расчете линзообразных мембранно-пневматических систем проектировщикам покрытия сооружений рекомендуется применять разработанную авторами программу нелинейного статического расчета на ЭВМ линзообразных мембранно-пневматических систем покрытий сооружений больших пролетов итерационным методом приращений параметров с поэтапным применением метода конечных элементов, универсального уравнения состояния газа и усовершенствованной численной процедуры Эйлера-Коши третьего порядка точности с учетом последствий давления воздуха в линзе.

Авторы статьи надеются, что проведенное ими численное исследование и полученные выводы ускорят строительство новых современных достаточно эффективных систем для создания современной инфраструктуры городов и населенных пунктов России.

Библиографический список:

1. Городецкий, А.С. Метод конечных элементов в проектировании транспортных сооружений. / А.С. Городецкий и др. – М.: Транспорт, 1981.– 143 с.
2. Давиденко Д. Ф. О приложении метода вариации параметра к теории нелинейных функциональных уравнений. / Д.Ф. Давиденко // Укр. матем. журнал, 1955. т. 7. – Киев., с. 56–64.
3. Давиденко Д.Ф. О применении метода вариации параметра к построению итерационных формул повышенной точности для определения численных решений нелинейных интегральных уравнений. Докл. АН СССР, т. 162.– М., 1965, с. 78–85.
4. Иванова Т.В., Альберт И.У., Кауфман Б.Д., Шульман С.Г. Несущая способность висячих свай по критерию прочности материала сваи или грунта // Инженерно-строительный журнал, 2016 – No7 (67). – С. 3-12.
5. Игнатьев А.В. Основные формулировки метода конечных элементов в задачах строительной механики. Часть 3 // Вестник МГСУ 2015. № 1. С. 16—26.
6. Ким А.Ю. Итерационный метод приращений параметров для расчёта нелинейных мембранно-пневматических систем с учётом упругой работы воздуха / А.Ю. Ким // Вестник СГАУ. - 2005.- № 1. - С. 39-42.
7. Ким А.Ю. Расчет мембранно-пневматических систем с учетом нелинейных факторов. Монография. Континуальные расчетные схемы / А.Ю.Ким. Саратов. гос. аграр. ун-т.- Саратов, 2000. - 198 с.- Деп. в ВИНТИ 24.04.00. - № 1148 - В2000.
8. Ким А.Ю. Многопролетные мембранно-стержневые покрытия сооружений/ А.Ю. Ким // Вестник СГАУ. - 2003.- № 2. - С. 72-74.
9. Петров, В.В. Метод последовательных нагружений в нелинейной теории пластинок и оболочек. / В.В. Петров – Саратов: Изд-во СГУ, 1975.– 118 с.
10. Петров В.В. Нелинейная инкрементальная строительная механика – М.: Инфра-Инженерия, 2014. – С. 480.
11. Полников, С.В. Расчет нелинейных линзообразных мембранно-пневматических покрытий сооружений больших пролетов итерационным методом приращений параметров с усовершенствованной численной процедурой / С.В. Полников, С.П. Харитонов // Научное обозрение. - 2017. - № 19. - С. 35-41
12. Рабинович И.М. Вопросы теории статического расчета с сооружений с односторонними связями. М.: Стройиздат.1975.-149 с.
13. Савицкий Г.А. Ветровая нагрузка на сооружения. М.: Изво лит. по стр-ву, 1972. 111 с.
14. Симиу Э., Сканлан Р. Воздействие ветра на здания и сооружения. М.: Стройиздат, 1984. 360 с.
15. СП 20.13330.2016 «Нагрузки и воздействия»
16. Стренг Г., Фикс Д. Теория метода конечных элементов. / Г. Стренг, Д.М. Фикс: Мир, 1977. – 349 с.

17. Belostosky, A.M. Adaptive Finite Element Models Coupled with Structural Health Monitoring Systems for Unique Buildings /A.M. Belostosky, P.A. Akimov // *Procedia Engineering*. – 2016. – Vol. 153. – P. 83–88.
18. Belostotsky, A.M. Contemporary Problems of Numerical Modelling of Unique Structures and Buildings / A.M. Belostotsky, P.A. Akimov., I.N. Afanasyeva, T.B. Kaytukov // *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*. – 2017. – Volume 13. – Issue 2. – P. 9–34.
19. Travush V.I. Contemporary Digital Technologies in Construction Part 1: About Mathematical (Numerical) Modelling / V.I. Travush, A.M. Belostosky, P.A. Akimov. – DOI 10.1088/1757-899X/456/1/012029 // *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. – 2018. – T 456.
20. Schulz M., Pellegrino S. Equilibrium paths of mechanical systems with unilateral constraints. Part I. Theory // *Proceeding of the Royal Society. Ser. A*. 2000. Vol. 456. No 8. Pp. 2223–2242.

References:

1. Gorodeczkij A.S. Finite element method in the design of transport facilities. M.: *Transport*. 1981:143. (In Russ)
2. Davidenko D. F. On the application of the parameter variation method to the theory of nonlinear functional equations. *Ukr. matem. Journal* 1955; 7: 56–64. Kiev.
3. Davidenko D.F. On the application of the parameter variation method to the construction of iterative formulas of increased accuracy for determining the numerical solutions of nonlinear integral equations. *Dokl. AN SSSR, M.*, 1965; 162: 78–85. (In Russ)
4. Ivanova T.V., Al'bert I.U., Kaufman B.D., Shul'man S.G. Bearing capacity of hanging piles according to the criterion of the strength of the pile material or soil. [Inzhenerno-stroitel'ny' zhurnal] *Civil Engineering Journal* 2016; 7 (67): 3–12. (In Russ)
5. Ignatiev A.V. Basic formulations of the finite element method in problems of structural mechanics. *Vestnik MGSU*. 2015;3(1):16–26. (In Russ)
6. Kim A.Yu. Iterative method of parameter increments for calculation of nonlinear membrane-pneumatic systems taking into account the elastic work of air.. *Vestnik SGAU*. 2005; 1: 39–42. (In Russ)
7. Kim A.Yu. Calculation of membrane-pneumatic systems taking into account non-linear factors. Monograph. Continuum calculation schemes. *Sarat. state agrarian un-t*. Saratov 2000; (1148):198 Dep. v VINITI 24.04.00. (In Russ)
8. Kim A.Yu. Multi-span membrane-rod coatings of structures. *Vestnik SGAU* 2003; 2: 72–74. (In Russ)
9. Petrov V.V. Method of successive loadings in the nonlinear theory of plates and shells. Saratov: Izd-vo SGU, 1975: 118. (In Russ)
10. Petrov V.V. Nonlinear incremental structural mechanics. M. : *Infra-Engineering*. 2014: 480. (In Russ)
11. Polnikov S.V. Calculation of non-linear lenticular membrane-pneumatic coatings for large-span structures using the iterative method of parameter increments with an improved numerical procedure. S.V. Polnikov, S.P. Xaritonov. [Nauchnoe obozrenie] *Scientific Review*. 2017; 19: 35–41(In Russ)
12. Rabinovich I.M. Questions of the theory of static calculation from structures with one-way connections. M.: *Strojizdat*. 1975:149. (In Russ)
13. Saviczkiy G.A. Wind load on buildings. M.: *Izvo lit. according to the building* 1972: 111. (In Russ)
14. Simiu E., Skanlan R. Influence of wind on buildings and structures. M.: *Strojizdat*. 1984:360. (In Russ)
15. SP 20.13330.2016 «Nagruzki i vozdeystviya» *Loads and impacts* (In Russ)
16. Streng G., Fiks D. Theory of finite element method. *Mir*. 1977: 349. (In Russ)
17. Belostosky, A.M. Adaptive Finite Element Models Coupled with Structural Health Monitoring Systems for Unique Buildings /A.M. Belostosky, P.A. Akimov. *Procedia Engineering*. 2016; 153: 83–88.
18. Belostotsky, A.M. Contemporary Problems of Numerical Modelling of Unique Structures and Buildings / A.M. Belostotsky, P.A. Akimov., I.N. Afanasyeva, T.B. Kaytukov. *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*. 2017; 13(2): 9–34.
19. Travush V.I. Contemporary Digital Technologies in Construction Part 1: About Mathematical (Numerical) Modelling / V.I. Travush, A.M. Belostosky, P.A. Akimov. DOI 10.1088/1757-899X/456/1/012029 . *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. 2018; 456.
20. Schulz M., Pellegrino S. Equilibrium paths of mechanical systems with unilateral constraints. Part I. Theory. *Proceeding of the Royal Society. Ser. A*. 2000; 456(8): 2223–2242.

Сведения об авторах:

Ким Алексей Юрьевич, доктор технических наук, профессор, кафедра строительных материалов, конструкций и технологий; sberbanksp@yandex.ru

Миша Фрикович Амоян, аспирант, кафедра строительных материалов, конструкций и технологий; ezid-007@ya.ru

Виктор Евгеньевич Хапилин, аспирант, кафедра строительных материалов, конструкций и технологий; khapilin2010@yandex.ru orcid:0000-0002-0690-3601

Information about authors:

Aleksey Yu.Kim, Dr.Sci. (Eng), Prof., Department of Building Materials, Structures and Technologies; sberbanksp@yandex.ru

Misha F. Amoyan, Postgraduate Student, Department of Building Materials, Structures and Technologies; ezid-007@ya.ru

Viktor E. Khapilin, Postgraduate Student, Department of Building Materials, Structures and Technologies; khapilin2010@yandex.ru; orcid:0000-0002-0690-3601

Конфликт интересов/Conflict of interest

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов/The authors declare no conflict of interest.

Поступила в редакцию/ Received 11.05.2022.

Одобрена после рецензирования / Reviced 10.06.2022.

Принята в печать/ Accepted for publication 10.06.2022.